This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

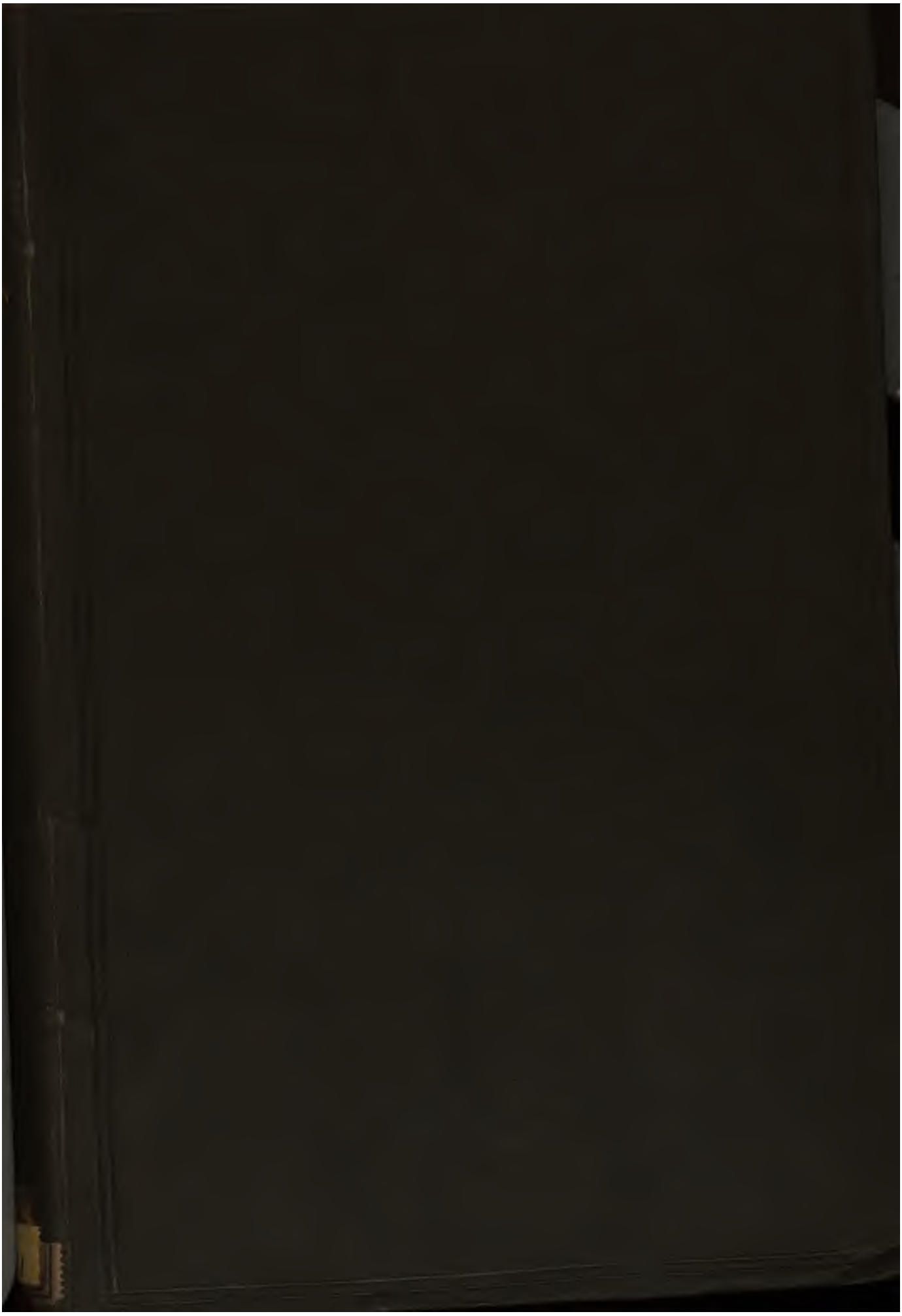
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`



6000161411

1841 d 1

22.

Erinnerungen

an

Sätze aus der Physik

und

der Mechanik des Himmels.

Von

Ferdinand Kerz,
Großherzoglich Hessischer Oberst a. D.

Leipzig,
Verlag von Veit & Comp.
1884.

1844

Erinnerungen

an

Sätze aus der Physik

und

der Mechanik des Himmels.

Von

Ferdinand Kerz,
Großherzoglich Hessischer Oberst a. D.

Leipzig,
Verlag von Veit & Comp.
1884.

BODLEIAN LIBRARY
30OCT84
OXFORD.

C

Buchdruckerei von Heinrich Menzlaw, Darmstadt.

Vorwort.

Als wir mit vorliegender Schrift begannen, hatten wir nicht die Absicht eingehender auf unsere „Entstehung des Sonnensystems“ nach der Laplace'schen Hypothese zurückzukommen. Wir wollten vielmehr unsere Ausführungen lediglich auf einige und zwar diejenigen Abtheilungen der Physik beschränken, welche mit dem Princip von der Erhaltung der Kraft im innigen Zusammenhange stehen. Wir versuchten also vor Allem die Kräfte nach ihrer Rangordnung zu sichten und ihre Umwandlungen und Uebergänge aus den Körpern in andere Körper in näheren Betracht zu ziehen.

Hierbei stießen wir aber bei der Vergleichung aufgestellter physikalischer Lehren theilweise auf ausgesprochene Ansichten, welche wir mit den unserigen nicht zu vereinigen vermochten und welche uns dennoch von solcher Wichtigkeit erschienen, daß wir es für zulässig fanden, darüber zu discutiren, und zwar um so mehr, als über Manche eine ungetheilte Meinung nicht zu bestehen scheint, während andere sich allerdings zu einem feststehenden Dogma aufgebaut haben.

Zu diesen zählen wir in erster Linie die Theorie der strahlenden Wärme und des Lichtes, die bei den Physikern durchaus den hypothetischen Weltäther zur Grundlage hat. Und zu jenen, das Bestreben neuerer Physiker die Ursache der Gravitation durch den mechanischen Druck oder Stoß zu erklären, sei es, daß sie den Körpern wegen des

Beharrungsvermögens die Initiative nicht nur auf sich selbst, sondern auch auf andere Körper absprechen, — oder sei es, daß sie die Ansicht hegen, die Fernewirkung stünde dem Princip von der Erhaltung der Kraft entgegen.

Diese Physiker sind geneigt, die wahre Ursache der Gravitation ebenfalls auf dem Wege zu suchen, den sie durch den Weltäther, den wir als einen falschen Wegweiser zu einer richtigen Erkenntniß der Natur betrachten, für angedeutet erachten.

Auch scheinen manche Physiker die Neigung zu haben, den Begriff von Kraft mit demjenigen von kinetischer Energie zu identificiren, ja einige geben sich schon der Hoffnung hin, daß mit der Zeit der Ausdruck „Kraft" von demjenigen der „Energie" in der Wissenschaft ganz verdrängt werde.

In älteren Werken und Schriften finden sich manche Controversen, die in neuerer Zeit noch nicht zum völligen Austrage gekommen zu sein scheinen. So z. B. die Frage, ob das Beharrungsvermögen eine Kraft sei? ob man das Cartesische oder das Leibnitz'sche Kräftemaß in Anwendung zu bringen habe? ob die Centrifugalkraft als eine wirkliche „Kraft" betrachtet werden könne, oder ob sie nur eine für Bewegung substituirte Rechnungsgröße zu bedeuten habe?

Wir erinnern hier ferner an die unrichtige Annahme mancher Schriftsteller, daß der Materie im Allgemeinen außer der Anziehungskraft auch noch eine „Abstoßungskraft" zukomme, anstatt daß sie letztere nur einem gewissen Aggregatzustande der Materie beimessen; an die antinaturwissenschaftliche Erklärung des tangentialen Stoßes der Planeten durch den Finger Gottes; an die falsche Unterstellung der Möglichkeit, daß bei

dem Falle der Körper ihr Temperaturgrad von Einfluß sein könne ꝛc. ꝛc.

Ueber alle diese Fragen scheinen die Physiker nicht durchaus gleichmäßige Ansichten zu hegen, weshalb wir sie unseren Betrachtungen unterzogen, indem wir es natürlich dem Leser überlassen müssen, sich unseren Ansichten anzuschließen oder dieselben zu verwerfen.

Die Untersuchung über die Wärmeerhöhung fester Körper bei ihrem geraden Zusammenstoße führte uns unabweislich auch auf den Zusammenstoß der Himmelskörper und so wurden wir durch die Rechnung wiederholt auf die Entstehung des Sonnensystems zurückgeleitet.

Gestützt auf die bekannte Laplace'sche Untersuchung über die Umdrehung einer Flüssigkeit um ihre eigene Axe, die uns eine so nahe Uebereinstimmung der wirklichen Entfernungen der Planetenbahnen unter sich und von der Sonne mit den aus dieser Laplace'schen Theorie abgeleiteten Entfernungen finden läßt, haben wir die Entstehung des Sonnensystems auf diese Theorie wiederholt gegründet. Dabei führten unsere Rechnungsresultate uns nunmehr zu der Ueberzeugung, daß die Materie, aus welcher die Planeten und Monde unseres Sonnensystems entstanden sind, trotz der diesen Himmelskörpern zu Grunde liegenden einheitlichen Entstehungsweise, doch unmöglich aus der ursprünglichen Sonnenatmosphäre hervorgegangen sein können, wie die berühmte Laplace'sche Hypothese annimmt, daß diese Materie vielmehr früher einem ganz anderen Weltsysteme angehört haben müsse.

Die Modificirung der Laplace'schen Hypothese nach dieser Richtung hin, läßt uns den Aufbau der Planeten und Monde

in weit zuläſſigerer Weiſe erklären, als durch die Annahme einer concentriſch ſich bewegenden Sonnenatmoſphäre. Sie verſchafft uns zugleich die Ueberzeugung, daß die Annahme, die Planeten hätten früher einmal, nach ihrem Uebergange aus der Ringform, als ſelbſtſtändige Gaskugeln beſtanden und ſeien durch Condenſation zuerſt in den feuer- d. h. tropfbar-flüſſigen, alsdann durch Erkaltung in den feſten Aggregatzuſtand übergegangen, eine durchaus irrige ſei. Insbeſondere müſſen wir nach unſeren Ausführungen die Anſicht beſtreiten, als habe die Erde einmal eine bis zum Monde (und noch darüber hinaus) gehende Auflockerung gehabt. Dagegen erkennen wir, in Uebereinſtimmung mit der Laplace'ſchen Hypotheſe, daß die Auflockerung des Mondes einmal bis zur Erde reichte und dieſelbe als Nebelmaſſe einhüllte. Andererſeits läßt ſich aus dieſer Modificirung der Laplace'ſchen Hypotheſe die Folgerung herleiten, daß die Anſicht derjenigen, welche die Entſtehung der zu unſerem Sonnenſyſteme gehörigen Himmelskörper auf das Conglomeriren verſchiedenartiger Maſſentheile zurückführen, auf Wahrheit beruhe. Auch die Entſtehung der Planetoiden, Kometen und Sternſchnuppen, ſowie des Zodiakal-Lichtes läßt ſich nach unſeren Ausführungen ganz ungezwungen erklären, ja es ergeben ſich alle dieſe Erſcheinungen gleichſam als eine innere Nothwendigkeit.

Um den Leſer in den Stand zu ſetzen, unſere Ausführungen ſchnell und ſicher auf ihre Richtigkeit zu prüfen, haben wir in concreten Fällen die allgemein abgeleiteten Sätze in numeriſchen Rechnungen ausgeführt, und glauben ſogar, daß dieſe Darſtellungsweiſe den Freunden der Aſtronomie nicht ganz unerwünſcht ſein wird.

Den Fachgelehrten gegenüber glauben wir für unſere Abhandlung wenigſtens den Anſpruch auf deren Prüfung mit Recht erheben zu dürfen, obgleich ſich ihr Inhalt dem Bereiche unſeres eigenen Berufes völlig entzieht, und wir ſehen einer Widerlegung oder Zuſtimmung des darin Vorgetragenen von dieſer Seite mit nicht geringem Intereſſe entgegen.

Darmſtadt, im Juni 1884.

Der Verfaſſer.

Uebersicht.

I. Die Körper und ihre physikalischen Eigenschaften. Seite.

1. Vorbemerkungen 1
2. Beharrungsvermögen 2
3. Kraft 3
4. Anziehungskraft 4
5. Schwere 7
6. Dichte 9
7. Undurchdringlichkeit und Porosität 11
8. Unzerstörbarkeit von Materie und Kraft 12

II. Geradlinige Bewegung.

Erste Abtheilung.

9. Vorbemerkungen 14
10. Gleichförmige Bewegung 15
11. Gleichförmig beschleunigte Bewegung 16
12. Bestimmung des zurückgelegten Wegs 18
13. Zusammenstellung der sich hieraus ergebenden Formeln . 19
14. Der Fall der Körper an der Erdoberfläche . . . 21
15. Gleichförmig verzögerte Bewegung 23
16. Das Carteſische Kräftemaß 24
17. Das Leibnitz'sche Kräftemaß 26
18. Energie der Bewegung 28
19. Fortsetzung 29
20. Das Parallelipipedon der Kräfte 31

III. Theorie der Wärme.

21. Leitende und strahlende Wärme 35
22. Wärmeerzeugung 37
23. Das mechanische Aequivalent der Wärme . . . 39
24. Verwandtschaft von Licht und Wärme 41
25. Die Emanations- und Undulationstheorie . . . 42
26. Die Verbreiterung des Lichtes 48
27. Die Materie des Lichtes und der strahlenden Wärme . 50
28. Geschwindigkeit der Licht- und Wärmestrahlen . . 52
29. Fortsetzung 54
30. Der leere Raum 57

IV. **Geradlinige Bewegung.** Seite.

Zweite Abtheilung.

Theorie des Stoßes.

31. Vorbemerkungen 59

A. Der Stoß vollkommen unelaſtiſcher Körper.

a. Die Körper laufen hintereinander her.

32. Ihre Bewegungskräfte 61
33. Ihre Arbeitskräfte 63

b. Die Körper laufen gegeneinander.

34. Ihre Bewegungskräfte 66
35. Ihre Arbeitskräfte 67
36. Der Stoß auf eine ruhende Maſſe, welche ſich frei bewegen kann 69
37. Der Stoß auf eine ruhende Maſſe, welche ſich nicht frei bewegen kann 70

B. Der Stoß vollkommen elaſtiſcher Körper.

a. Die Körper laufen hintereinander her.

38. Ihre Bewegungskräfte 71
39. Ihre Arbeitskräfte 73

b. Die Körper laufen gegeneinander.

40. Bewegungs- und Arbeitskräfte 74
41. Fortſetzung 75
42. Der Stoß auf eine ruhende Maſſe, welche ſich frei bewegen kann 76
43. Nachbemerkungen 77

C. Gegenſeitige Anziehung der Maſſen.

44. Das Gravitationsgeſetz 78
45. Das Verhalten zweier ſich gegenſeitig anziehenden Maſſen 79
46. Der freie Fall der Körper aus großen Entfernungen . 81
47. Das Maximum der Geſchwindigkeit, welches einem Körper durch die Anziehung einer Maſſe mitgetheilt werden kann 83
48. Erhöhung der Wärmegrade zweier ſich gegenſeitig anziehenden Himmelskörper durch den Zuſammenſtoß . . 85
49. Abſtraction aus der Theorie des Zuſammenſtoßes zweier Körper 86
50. Das Kräfte- oder Geſchwindigkeitsparallelogramm . . 87

V. **Kreisbewegung.**

51. Vorbemerkungen 90
52. Die Bahnen der Himmelskörper 91
53. Das Verhalten der Centrifugal- und Centripetalkraft . 93
54. Beſtimmung der Centrifugalkraft bei der freien Kreisbewegung 95
55. Bewegung zweier räumlich getrennten Maſſen um ihren gemeinſchaftlichen Schwerpunkt 97

Seite.

56. Vergleichung der Centrifugalkraft bei der freien Kreisbewegung mit derjenigen einer ſich um ihre Axe drehenden Kugel 99
57. Die Centrifugalkraft einer ſich um ihre Axe drehenden Kugel von feſter Maſſe 101
58. Centripetal- und Centrifugalkraft eines ſich um ſeine kleine Axe drehenden Ellipſoides 103
59. Gleiche Centralbewegung. Das dritte Keppler'ſche Geſetz . 104
60. Vergleichung der Geſchwindigkeit eines um eine Maſſe ſich frei im Kreiſe bewegenden Körpers mit der Geſchwindigkeit, welche er erhält, wenn er aus der doppelten Entfernung angezogen wird . . . 106
61. Vergleichung der Maximalgeſchwindigkeit, welche ein Himmelskörper durch die Anziehung eines andern erhalten kann, mit der Geſchwindigkeit, mittelſt welcher ſich ein Körper um die Oberfläche des anziehenden Körpers frei im Kreiſe bewegt 107
62. Fortſetzung 109

VI. Die ſ. g. „Kant-Laplace'ſche" Nebular-Hypotheſe.

63. Vorbemerkungen 112
64. Laplace'ſche Hypotheſe 114
65. Fortſetzung 117
66. Kant'ſche Hypotheſe 118

VII. Aſtronomie des Sonnenſyſtems.

67. Die Erdweite 120
68. Die Anziehungskraft der Erde 122
69. Fortſetzung 124
70. Umlaufszeiten der Planeten um die Sonne . . . 126
71. Die mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne . 127
72. Die ſideriſchen Umlaufszeiten und die mittleren Entfernungen der Monde von ihren Planeten . . 129
73. Fortſetzung 130
74. Beſtimmung der Maſſen der Himmelskörper . . . 132
75. Beſtimmung der Geſchwindigkeit eines freifallenden Körpers an der Sonnenoberfläche und Bahngeſchwindigkeit der Planeten 134
76. Die Entwickelung der Wärmeerhöhung bei dem Zuſammenſtoße einer 500 fachen Erdmaſſe mit dem Sonnenkörper 136
77. Die Geſchwindigkeiten, mit welchen eine 500 fache Erdmaſſe und die Sonnenmaſſe durch gegenſeitige Anziehung zuſammenſtoßen 139
78. Folgen des Zuſammenſtoßes der Sonne mit einem 500fachen Erdkörper 141
79. Betrachtungen hierüber 143
80. Fortſetzung 145

VIII. Das Axenverhältniß einer um sich selbst drehenden Flüssigkeit. Seite.

81. Vorbemerkungen 147
82. Auszug aus Laplace: Mechanik des Himmels . . 149
83. Fortsetzung 151
84. Fortsetzung 153
85. Die Grenzellipsoide und ihre Moduln λ und κ . . 155
86. Construction der Bedingungsgleichung für die Grenzellipsoide 156
87. Rückblicke auf die Ausführungen von Laplace . . 158
88. Grundformeln für die Halbaxen der Grenzellipsoide . 159
89. Fortsetzung 161
90. Relationen zwischen den Halbaxen A, B, A, B, und den Moduln λ und κ. 163

IX. Vergleichung der theoretischen Entfernungen der Nebenkörper von ihren Hauptkörpern mit ihren wirklichen Standorten.

91. Vorbemerkungen 164
92. Die theoretischen Entfernungen der Planeten von der Sonne 165
93. Die theoretischen Entfernungen der Monde Jupiters von diesem Planeten 168
94. Die theoretischen Entfernungen der Monde Saturns von diesem Planeten 169
95. Erklärung der Fig. 19, 20, 21, 22 der Tafeln II. und III. 170
96. Formel zur Bestimmung der Zahl der Ringschalen von außen nach innen 171
97. Bestimmung der Zahl der theoretischen Planetenringschalen 176
98. Bestimmung der Zahl der theoretischen Mondschalen für die Erde 177
99. Bestimmung der Zahl der theoretischen Mondschalen für Jupiter und Mars 179
100. Bestimmung der Zahl der theoretischen Mondschalen für Saturn 180

X. Die Ablösung der Ringschalmasse.

101. Noch einmal das Verhalten der 500fachen Erdmasse nach ihrem Zusammenstoße mit dem Sonnenkörper . 183
102. Die Bewegung der Nebularelemente 185
103. Fortsetzung 186
104. Die Halbmesser und Parallelkreishalbmesser des Gleichgewichts- und Erzeugungsellipsoides . . . 189
105. Die Umlaufsgeschwindigkeiten der Nebularelemente . . 190
106. Das Losewerden der Ringschalelemente von der Drehungsaxe des Ellipsoides 192
107. Die neue Bewegungsregulirung der abgelösten Ringschalelemente. a) Der Elemente der äußeren Oberfläche. 193
108. b) Der Elemente der inneren Oberfläche. 195

Seite.

109. Urſache des Loſewerdens der Ringſchalelemente von der Drehungsaxe 196
110. Die neuen Bahnhalbmeſſer und neuen Umlaufsgeſchwindigkeiten der abgelöſten Ringſchalelemente . . 198
111. Verdichtung der abgelöſten Ringſchalelemente und ihr Niederſchlag in die Aequatorebene . . . 199
112. Die Halbmeſſer ρ des Erzeugungsellipſoides und die Halbmeſſer $\mathfrak{r}$ des reſtirenden Gleichgewichtsellipſoides . 202
113. Die neuen Bahnhalbmeſſer σ für Elemente der äußeren und $\mathfrak{f}$ für Elemente der inneren Ringſchaloberfläche nach dem Loſewerden der Drehungsaxe . . 205
114. Betrachtungen über dieſelben 207
115. Die Bahnhalbmeſſer $\mathfrak{h}$ und $\mathfrak{h}$, mit welchen ſich die verdichteten Elemente der äußeren und inneren Ringſchaloberfläche in der Aequatorebene um die Sonne bewegen 209
116. Fortſetzung 211
117. Das durch die Ablagerung der Ringſchalmaſſe in die Aequatorebene entſtehende Ringſyſtem . . . 213

XI. Die Entſtehung der Planeten und Monde.

118. Die Ungleichheiten bei Ablöſung der Ringſchalelemente.
119. Fortſetzung 218
120. Die Bildung der Planeten 220
121. Fortſetzung 222
122. Dichte der Planeten 223
123. Fortſetzung 225
124. Die Rotation der Planeten 227
125. Fortſetzung 230
126. Die Bildung der Monde 233
127. Die Geſchwindigkeiten der Monde 235
128. Die Monde und der Ring des Saturn 236
129. Die Monde Jupiters und des Uranus 238
130. Der Mond der Erde 239
131. Fortſetzung 242
132. Fortſetzung; Monde der Venus und des Merkur . . 244
133. Die Planetoiden 246
134. Fortſetzung 248
135. Pallas 250
136. Aethra 252
137. Mnemoſyne 253
138. Baucis 255
139. Graphiſche Darſtellung zur Ermittelung des Entſtehungsortes der Planetoiden 257
140. Betrachtungen über die Bildung der Planetoiden . . 258
141 Die Aequatorialſtreifen der Planeten 259

XII. Die Sternschnuppen.

Seite.

142. Die (Stern=)Schnuppen und die Erdatmosphäre . . 262
143. Graphische Darstellung einer Schnuppenbahn im Raume . 264
144. Die wirklichen Geschwindigkeiten der Schnuppen . . 266
145. Die scheinbaren Geschwindigkeiten der Schnuppen . . 267
146. Die Elongationswinkel der Schnuppen 269
147. Ihre scheinbare Elongation im Vergleich zu ihrer wahren . 271
148. Ihre parabolischen Geschwindigkeiten 273
149. Graphische Darstellung einer Schnuppenbahn . . . 275
150. Geschwindigkeitsveränderung der Schnuppen durch ihre Bewegung in einem widerstehenden Mittel . . 279
151. Unterschied des Widerstandes zwischen einem bewegten und einem ruhenden Mittel 282
152. Anomale Bahnbewegungen der sichtbaren Schnuppen . 285
153. Die Ausläufer der Planetoiden= und Marsringschale . 287
154. Fortsetzung 289
155. Die Perseiden und Leoniden 291
156. Die Meteoriten 294
157. Die Erdschnuppen 296
158. Fortsetzung 297

XIII. Das Zodiakal-Licht.

159. Vorbemerkungen 300
160. Das Zodiakal=Licht 301
161. Geometrische Darstellung des Zodiakal=Lichtes . . 303
162. Beobachtung des Zodiakal=Lichtes 305
163. Die Polarlichter 309

XIV. Die Kometen.

164. Vorbemerkungen 311
165. Die Entstehung der Kometen 313
166. Betrachtung über den Abschleuderungswinkel α . . 315
167. Das erste Keppler'sche Gesetz 316
168. Fortsetzung 318
169. Das zweite Keppler'sche Gesetz 321
170. Vorbereitendes Verfahren zur Bestimmung des Radiusvector 323
171. Fortsetzung 325
172. Bestimmung der Bahnaxen der abgeschleuderten Körper . 327
173. Forsetzung 329
174 Der Abschleuderungswinkel α 331
175. Fortsetzung 332
176. Das dritte Keppler'sche Gesetz 334
177. Betrachtung über die Größe Rg^2 335
178. Parabolische Abschleuderungsgeschwindigkeiten . . . 337
179. Die Geschwindigkeit des Kometen in den Endpunkten seiner Axen 341
180. Der Halley'sche Komet 344
181. Bestimmung des Radiusvector für die elliptische Bahn eines Kometen 347

Seite.

182. Beſtimmung des Radiusvector für einige beſondere Fälle . 349
183. Beſtimmung des Focalausſchnittes einer Ellipſe . . 350
184. Beſtimmung des Focalausſchnittes einer Ellipſe im Perihel und desjenigen nach zurückgelegtem erſten (Kreis-) Quadranten 353
185. Weitere Anwendung der Formeln auf den Halley'ſchen Kometen 354
186. Fortſetzung 355
187. Die Bewegung eines Kometen in der Parabel . . 358
188. Beſtimmung des Focalausſchnittes einer Parabel . . 360
189. Vergleichung der elliptiſchen mit der paraboliſchen Bahn eines Kometen 362
190 Der Zuſammenſtoß zweier ſich in excentriſchen Bahnen bewegenden Körper 364
191. Vergleichung zwiſchen Kometen und Schnuppen . . 365
192. Fortſetzung 367

XV. Die Erde und der Mond.

193. Das Innere der Erde 371
194. Die Oberfläche der Erde 374
195. Die Oberfläche des Mondes 379
196. Die Erdwärme. Note zu 190. 381

Berichtigungen.

S. 43	Z. 9 v. u.	füge hinter „allerdings“ noch an:	„wie die Beugung des Lichtes“		
„ 45	„ 14 v. u.	setze:	„den Schallwellen“	statt:	„der Schallwellen“
„ 46	„ 13 v. u.	„	„Aethergläubigen“	„	„Aethergläubige“
„ 51	„ 7 v. u.	„	„den	„	„der“
„ 54	„ 11 v. o.	„	(26. 4.)	„	(26. 5.)
„ 70	„ 12 v. u.	„	$\frac{1}{2}$ M $(+ G)^2$	„	$\frac{1}{2}$ m $(+ G)^2$
„ 76	„ 19 v. o.	„	„keinem“	„	„keine“
„ 78	„ 14 v. o.	„	(50. 8.)	„	(51. 8.)
„ 80	„ 4 v. u.	„	$\frac{1}{2}$ m . $(- g)$	„	$\frac{1}{2}$ M . $(- g)$
„ 85	„ 5 v. u.	„	„Geschwindigkeit“	„	„Geschindigkeit“
„ 97	„ 5 v. u.	„	„Massen“	„	„Masse“
„ 100	„ 6 v. u.	„	„bewegenden Körpern“	„	„bewegender Körper“
„ 127	„ 1 v. u.	„	A_V	„	5
„ 138	„ 17 v. u.	„	„excentrischer“	„	„excentrische“
„ 138	„ 15 v. u.	streiche:	„nicht“		
„ 139	„ 8 v. o.	setze:	„denselben“	„	„derselben“
„ 161	„ 6 v. o.	„	„Erzeugungsellipsoid“	„	„Erzeugungsellipsoide“
„ 171	„ 8 v. u.	„	„stattfinden“	„	„stattfindet“
„ 172	„ 12 v. o.	hinter:	„ellipsoide“	füge an:	„aufstellten“
„ 181	„ 5 v. o.	setze:	„gekommene Ablagerungen“	statt:	„gekommenen Ablagerung“
„ 190	„ 1 v. o.	„	λ^2	„	λ
„ 193	„ 14 v. u.	setze besser:	„des geraden Weges“	„	„des Weges“
„ 198	„ 10 v. u.	setze im Anfange der Zeile:	2.		
„ 214	„ 4 v. o.	„	„Gesetze sich“	„	„Gesetze“
„ 218	„ 16 v. u.	streiche:	„sich“		
„ 220	„ 8 v. u.	setze:	„mag“	„	„mögen“
„ 222	„ 9 v. u.	„	„des Haupttheiles	„	„den Haupttheil“
„ 230	„ 4 v. o.	„	„Aequator nicht —“	„	„Aequator — nicht“
„ 249	„ 9 v. u.	„	„läge“	„	„lägen“
„ 251	„ 14 v. u.	„	$\overbrace{\quad}^{2}$	„	$\overbrace{\quad}^{3}$
„ 278	„ 7 v. u.	„	„gesteckt“	„	„gestreckt“
„ 281	„ 1 v. u.	„	„durchschneiden“	„	„durchschneidet“
„ 294	„ 10 v. o.	„	„Masse“	„	„Massen“
„ 337	„ 1 v. u.	„	„stattfand“	„	„stattfanden“
„ 343	„ 8 v. u.	„	10	„	16
„ 350	„ 5 v. u.	„	$\mathfrak{g} = \mathfrak{G}$	„	$\mathfrak{g} - \mathfrak{G}$
„ 353	„ 6 v. o.	„	„Focalausschnittes“	„	„Vocalausschnittes“

I.

Die Körper und ihre physikalischen Eigenschaften.

1.

Vorbemerkungen.

1. Bei Feststellung dieser Eigenschaften nimmt die Frage nach der unendlichen Theilbarkeit der Materie oder diejenige, ob es Atome, d. h. untheilbare Körpertheilchen giebt, eine hervorragende Stelle ein. Deshalb müssen wir uns erlauben, hinsichtlich der Atomentheorie einige elementare Bemerkungen vorauszuschicken.

2. Körper nennt die Physik Alles, was einen gewissen Raum erfüllt, den Stoff, aus welchem ein Körper besteht, Materie, und die Quantität der Materie Masse.

Eine Masse kann man aus vielen, sehr kleinen und gleichen Theilchen zusammengesetzt, sich vorstellen. Manche Physiker nehmen nun diese Theilchen als so klein an, daß dieselben einer weiteren Verkleinerung nicht mehr fähig sein sollen und nennen sie deshalb „kleinste Theilchen" oder „Atome."

Diese Gelehrten gehen von der Ansicht aus, „daß Nichts, was es auch sei, aus lauter Veränderung gedacht werden könne, daß diese selbst vielmehr etwas Beharrliches voraussetze, von dem sie sich als solche abhebe" und betrachten demnach das Atom als Etwas, was im Naturmechanismus nicht mehr trennbar sei und in allen Verbindungsprocessen als selbstständige Existenz

fortbestehe. Diese Annahme von beharrlichen Selbstständigkeiten ist für sie „eine Nothwendigkeit der realen Logik."

3. Andere Physiker sind dagegen der Meinung, daß die Massetheilchen, wie klein man sie auch annehmen möge, doch immerhin noch eine Ausdehnung haben müssen, und deshalb wieder der Verkleinerung fähig seien. Sie verwerfen also jene erstere Annahme, erkennen eine unendliche Theilbarkeit der Materie an und zwar auch ihrerseits unter Berufung auf „die Nothwendigkeit einer realen Logik."

4. Ohne uns hier für die eine oder die andere Theorie zu entscheiden, wollen wir vorläufig, wie dies gewöhnlich geschieht, annehmen der Ausdruck:

„eine Masse M verhält sich zu einer Masse m"

bedeute, unter der Annahme, daß die erstere Masse aus M gleichen und ungemein kleinen Theilchen zusammengesetzt sei, die letztere Masse zähle m solcher Theilchen.

5. Es wird dann auch nicht darauf ankommen, wenn wir diese ungemein kleinen Theilchen Atome, oder, nach der Gewohnheit der Chemiker, Molekule nennen, unter welcher Benennung sie bekanntlich eine Gruppe von Atomen verstehen.

2.

Beharrungsvermögen.

1. Die allgemein gültige Wahrheit, daß jeder Wirkung eine Ursache zu Grunde liegen müsse, und daß gleiche Ursachen, unter einerlei Umständen, auch gleiche Wirkungen hervorbringen, wurde zuerst von Galilei († 1642) in der Mechanik bezüglich des Verhaltens der Körper verwerthet.

2. Sehen wir einen Körper aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen, so schließen wir mit Recht auf eine Ursache, welche diese Bewegung bewirkt. Und nimmt die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers zu oder ab, so schließen wir beidemal auf eine Ursache, durch welche diese Zu- oder Abnahme an Geschwindigkeit entsteht.

Ebenso schließen wir auf eine Ursache, wenn ein bewegter Körper seine gewohnte Richtung verläßt und eine andere Richtung einschlägt.

3. Hieraus folgt der zuerst von Galilei aufgestellte Satz: Ein Körper in Ruhe bleibt ohne die Einwirkung einer äußeren Ursache beständig in Ruhe und ein Körper in Bewegung bewegt sich, ebenfalls ohne die Einwirkung einer äußeren Ursache, mit stets sich gleichbleibender Geschwindigkeit nach einer und derselben Richtung fort.

4. Es ist dies bekanntlich das sogenannte Gesetz der Trägheit der Materie, ein Naturgesetz, dem alle Körper unterworfen sind. Die Körper beharren also, ohne das Auftreten einer äußeren Ursache, in dem Zustande, in welchem sie sich befinden, weswegen wir der Materie auch „Beharrungsvermögen" als eine allgemeine Eigenschaft zuschreiben.

3.

Kraft.

1. Eine jede Ursache, welche eine Veränderung in dem Zustande der Körper hervorbringt oder hervorzubringen strebt, oder welche der Wirkung anderer Ursachen Widerstand zu leisten im Stande ist, nennen wir Kraft.

2. So etwa definiren neuere Lehrbücher der Mechanik den Begriff von Kraft, und wohl mit Recht, denn die Erklärungen älterer Lehrbücher, daß Kraft Alles das ist, was eine Veränderung (wirklich) bewirkt, entbehrt der Vollständigkeit und ist geeignet, selbst einen J. R. Mayer*) zu der Behauptung zu veranlassen, daß eine auf dem Boden ruhende Last keine Kraft sei.

Sprechen wir doch von Kräften, die, indem sie von verschiedenen Richtungen auf einen Punkt wirken, sich gegenseitig einander aufheben, wodurch der Körper in der Ruhe bleibt!

---

*) „Die Mechanik der Wärme." Stuttgart 1875. S. 5.

3. Thatsächlich kann der Begriff von Kraft nicht von demjenigen der Materie getrennt werden, weil Kraft nur als eine Eigenschaft der Materie vorstellbar ist.

Kraft und Materie bilden mithin ein unzertrennbares Ganzes, die Substanz, und wo wir Kraft vorfinden, dürfen wir mit Sicherheit auch auf Materie schließen. Auch ist umgekehrt Materie ohne eine ihr innewohnende Kraft gar nicht denkbar, weil jede Materie den Zustand einer andern zu ändern im Stande ist.

4. Nicht bei allen Erscheinungen erkennt man alsbald die Ursache der Veränderung an den Körpern, also auch nicht die Natur der Kraft.

Wenn ich einen auf der Erde liegenden Stein ergreife und ihn in die Höhe hebe, so ist es keinem Zweifel unterworfen, daß ich selbst die Ursache der Bewegung des Steins bin. Meine Willens- und Körperkraft hat die Bewegungserscheinung bewirkt.

Wenn ich nun aber den in meiner Hand ruhenden Stein sich selbst überlasse, indem ich meine Hand öffne und von dem Steine wegziehe, so müßte er, nach dem Gesetze der Trägheit, sich selbst in der Luft schwebend erhalten. Da dies aber keineswegs stattfindet, sondern der Stein zur Erde fällt, so muß hier, eben wegen des Trägheitsgesetzes, eine Ursache zu Grunde liegen, welche seinen Fall bewirkt. Diese Ursache ist nicht so leicht einzusehen.

4.

Anziehungskraft.

1. Newton († 1727) war der Erste, der, indem er die Idee Keplers († 1630), daß die Körper das Bestreben hätten, sich einander zu nähern, wieder aufgriff, bei dem Falle eines Apfels (1666) den Gedanken faßte, daß der Fall der Körper an der Oberfläche der Erde, von dieser selbst durch Anziehung bewirkt werde.

Er gründete auf diesen Gedanken sein berühmtes Gravitationsgesetz, nach welchem sich die Körper im geraden Verhältniß ihrer Massen und im verkehrten des Quadrates ihrer Ent-

fernungen von einander, gegenseitig anziehen. Da die Bewegungen der Himmelskörper mit diesem Gesetze vollkommen genau übereinstimmen und sich hiernach berechnen lassen, so liegt kein Grund vor, dasselbe im Geringsten anzuzweiflen. Allein trotzdem ist der menschliche Verstand nicht im Stande die Ursache einzusehen oder zu begreifen, warum die Körper sich gegenseitig anziehen und also eine Fernewirkung auf einander unmittelbar ausüben.

2. Schon bei dem Bekanntwerden des Gravitationsgesetzes fehlte es nicht an Physikern, welche die gegenseitige Anziehung der Körper anzweifelten und das Gesetz selbst gerne auf andere Ursachen zurückgeführt hätten, ja Newton selbst wurde hierdurch anfangs zweifelhaft, bis er es (1713) als eine causa simplicissima erklärte, für welche eine mechanische Erklärung nicht abgegeben werden könne. Die Physiker beruhigten sich nach und nach mit dieser Erklärung und waren seitdem davon überzeugt, daß der Fall der Körper an der Oberfläche der Erde blöslich der Anziehungskraft der Erde selbst zuzuschreiben sei.

3. In letzterer Zeit aber hat sich der alte Streit gegen die „Anziehungskraft der Materie" wieder erhoben. Neuere Physiker wollen das Bestreben der Körper, sich gegenseitig einander zu nähern, nicht gelten lassen. Einige behaupten, daß das Princip der Trägheit, welches der Materie alle eigene Initiative abspreche, jede Fernewirkung ausschließe, und beurkunden durch diese Behauptung nur, daß sie dieses einfache Princip nicht einmal richtig verstehen; denn dasselbe spricht der Materie nur die Initiative auf sich selbst ab, keineswegs aber auch auf andere Materie. Das genannte Gesetz verbietet gleichsam der Materie, um einen allegorischen Vergleich zu gebrauchen, sich selbst an ihrem eigenen Schopfe in die Höhe zu heben, wohl aber gestattet es dieses bei Anderen.

Die Erde, indem sie den Stein anzieht, widerspricht nicht dem Gesetze der Trägheit, denn sie ergreift nicht die Initiative auf sich selbst, sondern auf einen außer ihr liegenden Gegenstand. Der Stein dagegen, welcher fällt, wird von der Erde influenzirt, es wird fortwährend eine Kraft auf denselben ausgeübt, er selbst aber verhält sich bei seinem Falle durchaus leidend und folgt während seiner ganzen Bewegung fortwährend dem Gesetze der Trägheit. Und

so ist es auch umgekehrt, wenn man den Stein als den anziehenden, die Erde dagegen als den angezogenen Körper betrachtet.

4. Andere Physiker wollen in dem Princip von der Erhaltung der Kraft die Unmöglichkeit einer unvermittelten Fernewirkung der Körper, auf andere Körper erkennen. Sie sind der Ansicht, daß ein Körper indem er einen anderen Körper anziehe, ja Kraft an denselben übertragen müsse, ohne dabei selbst an Kraft zu verlieren. Sie fassen hierbei das Wesen der Anziehungskraft aber nur einseitig auf, indem sie nicht in Betracht ziehen, daß die Körper gegenseitig und zwar mit gleichen und entgegengesetzten Kräften auf einander wirken, so daß sich beide jeden Augenblick gegen einander aufheben.

5. Die Gegner der unvermittelten Fernewirkung sind nun sämmtlich der Ansicht, daß das Bestreben der Körper, sich gegenseitig einander zu nähern, auf mechanischem Stoß oder Druck beruhe, und Einige verwenden hierbei, wie v. Dellinghausen, den hypothetischen Weltäther als stoßenden oder drückenden Körper. Andere, wie der physikalische Verein zu Breslau, wollen für die gegenseitige Annäherung der Körper die Ursache in dem Lichtdrucke, den sie Massendruck nennen, erkennen.

6. Diese Gegner der unvermittelten Fernewirkung halten den Glauben an sie für Aberglauben. Wir dagegen halten es für unsere Aufgabe zu zeigen, daß der Fall der Körper weder auf dem Drucke noch dem Stoße eines andern Körpers beruhen könne, und werden durch unsere Betrachtungen zu dem festen Schlusse kommen, daß wir uns mit der bisherigen Vorstellung der gegenseitigen Anziehung der Materie beruhigen müssen und begnügen können.

7. Da von allen Sprachen der Welt keine besser geeignet ist, die Wahrheit kurz und scharf auszudrücken, wie die mathematische Zeichensprache, so werden wir uns derselben um so weniger enthalten können, als sie gerade diejenige ist, durch welche die Wahrheiten der physikalisch-mechanischen Sätze am bestimmtesten dargestellt werden.

5.

Schwere.

1. Jeder Körper an der Oberfläche der Erde hat die Eigenschaft einen Druck auf seine Unterlage auszuüben, und aus der Größe dieses Drucks schließen wir auf die Menge seiner Materie, d. h. auf seine Masse. Ja erst durch diesen Druck erhalten wir Kenntniß von der Größe einer Masse, und die Wage ist in dieser Beziehung für den Physiker von derselben Wichtigkeit, wie das Fernrohr für den Astronomen.

2. Die Massen stehen also im Verhältniß des Drucks, den sie auf ihre Unterlage ausüben, d. h. im Verhältniß ihrer absoluten Gewichte. Eine n mal größere Masse übt auch einen n mal größeren Druck aus. Wir erkennen an diesem Drucke, den wir Schwere nennen, daß den ruhenden Körpern Kräfte innewohnen, welche proportional ihren Massen sind, und nennen sie Druckkräfte.

3. Ein an einem Faden aufgehängter Körper spannt den Faden in der Richtung nach dem Mittelpunkte der Erdkugel, d. h. senkrecht auf deren Oberfläche. Die Ursache der Schwere der Körper suchen wir daher in der Anziehungskraft der Erdmasse und sagen: die Erde ziehe die Körper an, oder sie bewirke deren Schwere durch Anziehung, gegen welche sich die ruhenden Körper, gemäß des Trägheitsgesetzes, durchaus passiv verhalten. Wegen ihrer senkrechten Richtung zur Oberfläche, d. h. nach dem Mittelpunkte der Erde gerichteten Wirkung, nennen wir auch das Bestreben der Körper der Anziehung Folge zu leisten, Centripetalkraft.

4. Die Anziehung ist also die Ursache, die Schwere die Wirkung. Oder, nennen wir die Anziehung die Wirkung, so ist die Schwere die Gegenwirkung. Gegenwirkung und Wirkung sind einander vollkommen gleich, denn denselben Druck, welchen der Körper gegen seine Unterlage ausübt, übt auch die Erde gegen den Körper aus.

5. Wir haben aber die Kraft der Anziehung nicht als etwas dem Erdkörper Besonderes beizumessen, wir finden vielmehr in

allen Körpern das Bestreben, sich, räumlich von einander getrennt, gegenseitig zu nähern, und nennen dieses gegenseitige Verhalten Gravitation oder Schwerkraft. Es zieht jeder Körper den andern an. Wenn wir indessen eine gegenseitige Annäherung der Körper an unserer Erdoberfläche nicht ohne Weiteres wahrnehmen, so finden wir die Ursache hierfür in dem Umstande, daß alle von der weit größeren Masse der Erde selbst angezogen oder festgehalten werden, also nicht frei sind und diesem Bestreben nicht Folge zu geben vermögen.

6. Da in dem Mittelpunkte der kugelförmigen Himmelskörper eine Anziehung ihrer Masse von allen Punkten ihrer Oberfläche her gleichmäßig stattfindet, so müssen sich die anziehenden Kräfte daselbst gegenseitig aufheben, d. h. es kann von einer Schwere im Mittelpunkte der Himmelskörper überhaupt nicht die Rede sein. Die Körper haben also auch in dem Mittelpunkte der Erde kein Gewicht. Denkt man sich daher durch den Erdmittelpunkt eine gerade Linie, so wird das Gewicht eines Körpers in dieser Linie von der Oberfläche der Erde an bis zu ihrem Mittelpunkte und zwar proportional mit dem Halbmesser, beständig abnehmen, daselbst gleich Null sein und von hier an wieder bis zur Oberfläche zunehmen, woselbst es wieder am größten wird.

7. Da sich die chemische Verwandtschaft oder Affinität der verschiedenen Körper zu einander bekanntlich auf ihr gegenseitiges Gewichtsverhältniß gründet, alle Körper aber im Mittelpunkte eines Himmelskörpers ganz ohne Gewicht sind, so dürfen wir auch wohl mit Recht die Möglichkeit von chemischen Veränderungen an diesen Stellen in Zweifel ziehen.

8. Massen lassen sich durch Parallelipipeden darstellen, und diese verhalten sich, bei gleichen Grundflächen, wie die zugehörigen Höhen, also wie gerade Linien. Mithin verhalten sich auch Massen (von gleichen Grundflächen gedacht) wie gerade Linien. Und da sich auch die Druckkräfte wie die bezüglichen Massen verhalten, so verhalten sich die Druckkräfte ebenfalls wie gerade Linien und lassen sich durch gerade Linien vorstellen.

6.

Dichte.

1. Die Vergleichung des Volumens eines Körpers mit seiner Masse giebt uns den Begriff seiner Dichte.

Zwei Körper von gleichem Volumen und verschiedener Masse sind ungleich dicht, und zwar ist derjenige dichter, der die meiste Masse enthält. Um die Größe der Dichte (D) einer Masse (M) zu erhalten, haben wir Letztere durch das Volumen (V) der Masse zu dividiren.

Hiernach ist:

2. $$D = \frac{M}{V}; \qquad M = DV; \qquad V = \frac{M}{D}.$$

3. Da die Erfahrung lehrt, daß die Wärme die Körper ausdehnt und der Druck sie zusammenpreßt, so können wir uns deren Rauminhalt als veränderlich vorstellen.

Denken wir uns nun das Volumen einer und derselben Masse veränderlich, so folgt, daß auch die Dichte zu- und abnimmt, wie das Volumen ab- und zunimmt.

Nehmen wir also ihr Volumen ungemein groß an, so wird ihre Dichte ungemein klein sein, und umgekehrt.

4. Die Werthe von D und V können hierbei stets nur als reelle positive Größen betrachtet werden, d. h. sie können niemals absolut als Null (oder gar negativ) gedacht werden. Denn würden D oder V gleich Null gedacht, so müßte V oder D gleich unendlich sein und der Begriff von M als einer begrenzten Größe ginge verloren.

5. Die Betrachtung der Veränderlichkeit des Volumens eines Körpers durch Wärme führt uns auch auf den s. g. Aggregatzustand der Körper, nämlich auf die Art und Weise der Verbindung seiner Theile. In dieser Beziehung unterscheidet man gewöhnlich drei Arten: feste, tropfbar-flüssige und luftförmige oder elastisch-flüssige Körper.

Fest oder hart nennen wir einen Körper, wenn seine Theile einen innigen Zusammenhang (Cohäsion) zu einander haben, also gegen eine Verschiebung einen merklichen Widerstand leisten.

Wenn dagegen seine Theile sich absolut leicht verschieben lassen, so heißt derselbe *flüssig*, und zwar *tropfbar-flüssig*, wenn sich wohl die Form unter Anwendung der geringsten Kraft verändern läßt, das Volumen aber dabei constant bleibt.

Ist aber nicht allein die Form veränderlich, sondern dehnt sich der Körper bei Verschiebung seiner Theile dem Volumen nach auf den jedesmal gegebenen Raum aus, so nennen wir ihn *elastisch-flüssig*.

Zwischen dem festen und tropfbar-flüssigen Aggregatzustand giebt es eine Menge Abstufungen, die wir als *weich* oder *teigartig* bezeichnen, wenn die Körper durch einen Widerstand leicht eine andere Gestalt annehmen und dieselbe behalten; und als *elastisch*, wenn sich hierbei zwar die Gestalt ändert, aber ganz oder zum Theil wieder herstellt.

6. Viele feste Körper werden unter dem Einflusse einer bestimmten Temperatur tropfbar-flüssig, und werden sie in diesem Zustande weiter erhitzt, so werden sie elastisch-flüssig. Der Wärmegrad, der zu diesem Wechsel des Aggregatzustandes nothwendig ist, ist für die verschiedenen Körper, je nach der Art ihrer Materie, sehr verschieden; man nimmt aber an, daß alle Körper in den elastisch-flüssigen Zustand übergehen, wenn sie nur von dem hierzu nöthigen Wärmegrade betroffen werden.

7. Wir sind indessen geneigt, außer den drei genannten Aggregatzuständen der Materie, noch die Möglichkeit eines *vierten Aggregatzustandes* derselben anzuerkennen, der sich an Dichte zu dem elastisch-flüssigen etwa verhält, wie dieser zum tropfbar-flüssigen.

Wir wissen, daß die durch Hitze in den elastisch-flüssigen Zustand übergegangenen Körper nur so lange in diesem Zustande beharren, als die Temperatur, die denselben veranlaßte, fortbesteht, und daß sie bei gehöriger Abkühlung wieder in den tropfbar-flüssigen und den festen oder starren übergehen.

Allein wir müssen diese Rückveränderung der Mitwirkung einer besonderen Kraft, nämlich der Anziehungskraft der Erde beimessen. Ohne diese Anziehungskraft müßte sich der in den elastisch-flüssigen Aggregatzustand, nämlich in Dampfform, übergegangene

Körper nach allen Richtungen hin in dem Raume mit der seinen Theilchen innewohnenden Geschwindigkeit verbreitern, der Körper müßte also eine ungemein geringe Dichte erhalten in welchem Zustande wir ihn als in den vierten Aggregatzustand übergegangen betrachten.

8. Materie von so geringer Dichte, daß sie sich der Bestimmung ihrer Masse entzieht, also unwägbar ist, nennen wir Imponderabilien. Die Materie im 4. Aggregatzustande ist dies, weswegen wir sie den Imponderabilien zuzählen.

9. In den Dämpfen von geschmolzenem Golde lassen sich zwar Silberstücke vergolden, aber keine Wage ist im Stande einen Verlust an Masse nachzuweisen, der sich bei diesem Verdampfen ergiebt, obgleich hier von der Masse des wärmeleitenden Körpers abgerissene Theilchen oder Imponderabilien uns sogar sichtbar werden.

Von diesen sichtbaren Imponderabilien läßt sich leicht auch auf unsichtbare schließen, nämlich auf kleinste Theilchen, welche schon bei einem weit geringeren Hitzegrad als dem der Schmelzhitze verflüchtigt werden.

7.

Undurchdringlichkeit und Porosität.

1. Es wird allen Körpern in gewissem Sinne Undurchdringlichkeit beigelegt, weil sich an einer und derselben Stelle nicht Theilchen von verschiedenen Körpern befinden können.

2. Man nimmt auch an, weil sich die Körper durch Wärme ausdehnen und durch Druck ein kleineres Volumen annehmen, die einzelnen kleinen Theilchen derselben seien durch Zwischenräume getrennt, die Körper seien porös.

Bei vielen Körpern wird diese Annahme durch das Experiment bestätigt, da sogar feste Körper für andere Körper, wie z. B. für Luft, Wasser oder Quecksilber, das Glas sogar für Licht, durchdringlich sind, sich also die Luft, das Wasser, das Quecksilber und das Licht, eben wegen der Undurchdringlichkeit der Körper, nur durch deren Zwischenräume oder Poren durchzudrängen vermögen.

3. Allein die meisten Physiker halten dafür, daß diese Zwischenräume nicht absolut leer, sondern mit einer äußerst feinen, unwägbaren Substanz erfüllt seien, welche sie Aether nennen, und daß auch die Körper selbst von einer solchen umgeben seien.

Wir sind, in Anbetracht, daß die meisten Körper einen specifischen Geruch ausströmen, genöthigt, uns dieser Ansicht von der Ausfüllung der Poren anzuschließen, halten aber dafür, daß diese imponderablen Theilchen, welche die Zwischenräume ausfüllen, Ausflüsse der Körper selbst, also kein Aether sind. Die Körper dunsten aus.

Wir finden indessen die ausgedünsteten Theilchen von einer so unbegreiflichen Feinheit, daß sie sich selbst in ihrer Einwirkung der feinsten Wage entziehen und wir sie als Imponderabilien betrachten müssen. Eine kleine Quantität Moschus z. B. kann ein Zimmer jahrelang mit einem sehr starken Geruche erfüllen, ohne daß das Stückchen Moschus dabei merklich an seinem Gewichte verliert. Die ausgedünstete Materie werden wir daher wohl als im vierten Aggregatzustande befindlich zu betrachten haben.

8.

Unzerstörbarkeit von Materie und Kraft.

1. Durch Lavoisier († 1794) wurde zuerst mittelst der Wage festgestellt, daß bei allen chemikalischen Veränderungen der Körper weder eine Vernichtung, noch eine Entstehung von Materie stattfindet, weshalb wir mit Recht auf einen ewigen Bestand derselben schließen.

Wir haben uns also die Materie von Ewigkeit her mit allen ihren Eigenschaften als bestehend zu denken. Und da wir die Anziehungskraft als eine ihrer Eigenschaften erkennen, so müssen wir ihr dieselbe ebenfalls als von Ewigkeit her angehörend beimessen, und zwar jedem ihrer gleich großen Massetheile eine und dieselbe Quantität von Anziehungskraft.

2. Wir dürfen annehmen, daß alle Veränderungen der Dinge Ausflüsse der Anziehungskräfte der Materie sind und sich aus ihnen ableiten und auf sie zurückführen lassen.

3. Wegen der Ewigkeit des Bestehens der Materie und ihren Anziehungskräften können wir uns keine Veränderung als eine zeitlich erste denken. Und da wir die Veränderung der Dinge auch als ihre Ordnung zu erkennen haben, so müssen wir die Ordnung der Dinge mit der Materie selbst als von Ewigkeit her annehmen.

4. Hiermit sagen wir jedoch nicht, daß z. B. unser Sonnensystem als solches einen ewigen Bestand habe, denn seine Materie bildete unzweifelhaft vor undenklichen und verschiedenen Zeiten Bestandtheile anderer Weltsysteme.

Und so wird dasselbe auch in nicht vorstellbaren Zeiten wieder ganz oder zum Theil in andere Weltsysteme übergehen.

II.

Geradlinige Bewegung.

Erste Abtheilung.

9.

Vorbemerkungen.

1. Wenn man einen Körper senkrecht in die Höhe wirft, so müßte derselbe, wenn ihm keine Kräfte entgegenwirkten, nach dem Gesetze der Trägheit, gleichförmig in dieser senkrechten Richtung ohne Aufhören sich fortbewegen, d. h. er würde dann stets in denselben Zeiten auch gleiche Wegstrecken zurücklegen. Die unaufhörlich wirkende Anziehungskraft der Erde bewirkt aber, daß sich der in die Höhe geworfene Körper jeden Augenblick langsamer oder verzögert bewegt, d. h. in jedem Zeitmoment eine kleinere und kleinere Wegstrecke zurücklegt, bis seine Bewegung in die Höhe gänzlich aufhört. Von hier aus fällt dann der Körper wegen der Anziehungskraft der Erde, und zwar gleichfalls in senkrechter Richtung, wieder zurück. Die Anziehungskraft der Erde vermehrt oder beschleunigt jetzt seine Bewegung, d. h. bewirkt, daß nunmehr der Körper in jedem Zeitmoment eine größere und größere Wegstrecke zurücklegt, bis er, zur Erde gelangt, daselbst zur Ruhe kommt.

2. Wir haben es also, wenn keine Kräfte auf einen bewegten Körper weiter Einfluß üben, mit gleichförmiger Bewegung, im entgegengesetzten Falle dagegen mit beschleunigter oder verzögerter Bewegung zu thun; und zwar mit gleichförmig beschleunigter oder gleichförmig verzögerter Bewe-

gung, wenn dabei nur eine einzige Kraft und zwar gleichmäßig oder unveränderlich und fortwährend auf den Körper einwirkt.

3. Nach dem Gravitationsgesetze hängt die Anziehungskraft der Erde nicht allein von der Erdmasse selbst, sondern auch von der Entfernung des angezogenen Körpers vom Erdmittelpunkte ab. Nur auf Körper an der Oberfläche der Erde dürfen wir daher die Anziehungskraft als eine unveränderliche Kraft betrachten.

4. Von der Oberfläche der Erde an nimmt dagegen ihre Anziehungskraft auf einen andern Körper nach dem Himmelsraume hin ab, und zwar im verkehrten quadratischen Verhältniß der Entfernung seines Mittelpunktes vom Mittelpunkte der Erde.

Die Anziehungskraft muß also in solchen Fällen in der Rechnung als eine veränderliche Kraft betrachtet werden.

Wir wollen uns nachstehend die Rechnungen, wie sie uns die Mechanik lehrt, kurz entwickeln um nöthigenfalls auf die einzelnen Formeln bequem zurückgreifen zu können.

10.

Gleichförmige Bewegung.

1. Legt ein Körper in einem bestimmten Zeittheilchen = 1 (etwa in der Zeitdauer einer Secunde) einen Weg u gleichförmig zurück, so nennt man denselben seine Geschwindigkeit und es beträgt die Länge des ganzen zurückgelegten Weges w in z solcher Zeiteinheiten offenbar z mal so viel. Es ist daher:

2. $$w = uz\,; \qquad u = \frac{w}{z}\,; \qquad z = \frac{w}{u}.$$

Bei der gleichförmigen Bewegung ist also der ganze zurückgelegte Weg stets gleich dem Producte aus der Geschwindigkeit in die verflossene Zeit.

3. Wählen wir für die Bewegung eines andern Körpers große Buchstaben zur analogen Bezeichnung von Weg, Geschwindigkeit und Zeit, so folgt:

4. $$W : w = UZ : uz.$$

Es verhalten sich also die Wege, welche zwei verschiedene gleichförmig bewegte Körper in verschiedenen Zeiten und mit verschiedenen

Geschwindigkeiten zurücklegen, wie die Producte aus den bezüglichen Geschwindigkeiten in die bezüglichen Zeiten.

5. Eine geradlinige gleichförmige Bewegung eines Körpers erfolgt also, wenn eine Kraft nur einen einzigen Augenblick auf denselben einwirkt, und zwar in der Richtung dieser Kraft, und wenn zugleich andere äußere Kräfte auf den bewegten Körper nicht influenziren.

6. Wirkt dagegen eine äußere Kraft auf den geradlinig bewegten Körper ein, so wird er entweder unter Beibehaltung seiner Geschwindigkeit von seiner geraden Richtung abgelenkt, also eine krumme Linie beschreiben, oder es kann auch seine Geschwindigkeit hierbei eine Veränderung erleiden, d. h. entweder zu- oder abnehmen, so daß also die Gleichförmigkeit der Bewegung hierdurch verloren geht.

7. In der Natur haben wir wenige Beispiele von einer geradlinigen Bewegung, weil die meisten Körper, von äußeren Kräften beeinflußt, von der geraden Richtung abgelenkt werden.

Der hauptsächlichste Repräsentant derselben ist unzweifelhaft das Licht, das sich bekanntlich in gerader Linie mit etwa 42000 Meilen Geschwindigkeit in der Secunde fortbewegt. Aber auch das Licht erleidet in den Atmosphären der Himmelskörper, da, wo es schief auf diese einfällt, eine Ablenkung von seiner geraden Richtung.

8. Als eine krummlinig gleichförmige Bewegung haben wir die sogenannte freie Kreisbewegung zu betrachten, bei welcher sich ein Körper in einer Kreislinie frei um einen andern Körper herumbewegt. Der Lauf der Planeten um die Sonne, sowie der Monde um ihre Planeten, geschieht mehr oder weniger in einer solchen Kreisbewegung.

11.

Gleichförmig beschleunigte Bewegung.

(Bestimmung der Endgeschwindigkeit.)

1. Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung nimmt die Geschwindigkeit des bewegten Körpers in gleichen Zeittheilchen um gleichviel zu.

Die Geschwindigkeit, welche ihm durch die fortwährend auf ihn wirkende und unveränderliche Kraft im ersten Zeittheilchen mitgetheilt wird, muß er, vermöge der Trägheit der Materie, auch in dem zweiten Zeitmomente beibehalten, in diesem aber durch die unverändert fortwirkende Kraft weiter einen gleichgroßen Zuwachs an Geschwindigkeit erhalten. Mit der doppelten Geschwindigkeit bewegt sich also der Körper im zweiten Zeitmoment und erhält im dritten abermals durch die unverändert fortwirkende Kraft denselben Zuwachs an Geschwindigkeit wie in dem ersten und zweiten Zeitmoment. Am Ende des dritten Zeitmomentes wird der Körper also eine Geschwindigkeit besitzen, welche dreimal so groß ist, wie am Ende des ersten, u. s. w.

2. Hörte in irgend einem Zeitmomente die unveränderlich wirkende Kraft auf, ohne daß dadurch die freie Bewegung des Körpers aufhörte, so müßte von da an, vermöge des Beharrungsvermögens der Materie die Bewegung des Körpers nur noch gleichmäßig erfolgen und zwar mit der ihm gerade innewohnenden Geschwindigkeit.

3. Zur Versinnlichung des Gesagten denken wir uns, es wirke auf einen in A (Fig. 1) ruhenden Körper eine unveränderliche Kraft immer nach einer und derselben Richtung A M, so wird seine Geschwindigkeit in gleich großen auf einander folgenden Zeittheilchen gleich große Zusätze erhalten. Er wird sich am Ende eines sehr kleinen Zeitabschnittes in B, am Ende des doppelten Zeitabschnittes in C, am Ende des dreifachen Zeitabschnittes in D u. s. w., und am Ende des z fachen Zeitabschnittes in Q befinden.

Hat er demnach in B eine Geschwindigkeit $g = f$ erlangt, so ist seine Geschwindigkeit in C oder am Ende des zweiten Abschnittes, nämlich $g = f + f = 2\,f$; in D, oder am Ende des dritten Zeitabschnittes, $g = 2\,f + f = 3\,f$; in E, oder am Ende des vierten Zeitabschnittes, $g = 3\,f + f = 4\,f$; u. s. w.

Und befindet sich am Ende des z ten Zeitabschnittes der Körper in Q, so ist also seine Geschwindigkeit:

4. $$g = z\,f.$$

12.

Bestimmung der Länge des zurückgelegten Weges.

Für die gleichförmig beschleunigte Bewegung läßt sich der (von A bis Q, Fig. 1.) in der Zeit z zurückgelegte Weg $AQ = w$ auf folgende Weise bestimmen.

Man denke sich die Zeit z in unendlich viele gleiche Theile $= dz$ getheilt, so wird in einem solchen unendlich kleinen Zeittheilchen dz der unendlich kleine Weg $Qq = dw$ durchlaufen. Bezeichnen wir nun die in q erlangte Geschwindigkeit des Körpers mit g', so ist, wegen $g = zf$ (11. 4.)

1. $$g' = (z + dz)\, f = zf,$$

weil dz verschwindend klein ist gegen die endliche Größe z. Die Geschwindigkeit ist also während eines unendlich kleinen Zeittheilchens dz als unveränderlich und mithin die Bewegung durch Qq als gleichförmig anzusehen.

Es ist daher, wenn wir, in (10. 2.), dw für w, fz für u und dz für z schreiben:

2. $$dw = fz \,.\, dz.$$

Hieraus ergiebt sich durch Integrirung:

3. $$w = \tfrac{1}{2} fz^2 + \text{Const.}$$

Nun ist für $z = 0$, auch $w = 0$, daher Const. $= 0$, und das vollständige Integral ergiebt:

4. $$w = \tfrac{1}{2} fz^2.$$

Wählt man als Zeittheilchen die Dauer einer Secunde, setzt also $z = 1''$, so wird:

5. $$w = \tfrac{1}{2} f$$

und diesen Weg $\frac{1}{2} f$, welchen der Körper in der Zeitdauer von einer Secunde gleichförmig beschleunigt zurücklegt, nennt man seine Beschleunigung.

Setzt man ebenso in Formel (11. 4.) $z = 1''$, so erhält man:

6. $$g = f,$$

nämlich die Geschwindigkeit des gleichförmig beschleunigten Körpers am Ende der ersten Zeitsecunde.

Aus 5. und 6. folgt:

7. $$g = 2w$$

oder daß die Geschwindigkeit des gleichförmig beschleunigten Körpers am Ende der ersten Secunde doppelt so groß, wie seine Beschleunigung ist.

Aus Formel (11. 4.) folgt noch

8. $$f = \frac{g}{z}$$

und dieses Verhältniß der erlangten Geschwindigkeit zur verflossenen Zeit bleibt sich gleich, wie klein man auch den Zeitabschnitt wählen mag. Einem unendlich kleinen Zeitabschnitt $= dz$ entspricht aber offenbar eine unendlich kleine Geschwindigkeit $= dg$. Daher ist auch:

9. $$f = \frac{dg}{dz}.$$

Da wir, nach 1., die Geschwindigkeit während eines unendlich kleinen Zeittheilchens dz als gleichformig zu betrachten haben, so folgt noch, indem wir g anstatt u, in (10. 2.) schreiben:

10. $$g = \frac{dw}{dz}.$$

Bezeichnen wir die Ursache oder die Kraft, welche eine Beschleunigung $\frac{1}{2} f$ hervorbringt, mit k, diejenige dagegen, welche eine Beschleunigung $\frac{1}{2} F$ bewirkt mit K, so ist offenbar:

11. $$K : k = F : f,$$

weil sich die Wirkungen wie die Ursachen verhalten.

13.

Zusammenstellung der sich hieraus ergebenden Formeln.

Die beiden Formeln, nämlich: $g = fz$ (11. 4.) und $w = \frac{1}{2} fz^2$ (12. 4.), in welch letzterer also $\frac{1}{2} f$ die Beschleunigung (12. 5.) ausdrückt, können als die Fundamentalformeln für die gleichförmig beschleunigte Bewegung gelten.

Sind von den 4 Größen: f, g, z, w zwei bekannt, so lassen sich stets die beiden andern aus diesen Fundamentalformeln ableiten.

Man erhält die möglichen 12 Formeln in nachstehender Tabelle zusammengestellt.

		I.		II.		III.
1.	f	$= \frac{g}{z}$	$=$	$\frac{g^2}{2w}$	$=$	$\frac{2w}{z^2}$
2.	g	$= fz$	$=$	$\sqrt{2fw}$	$=$	$\frac{2w}{z}$
3.	z	$= \frac{g}{f}$	$=$	$\sqrt{\frac{2w}{f}}$	$=$	$\frac{2w}{g}$
4.	w	$= \frac{g^2}{2f}$	$=$	$\frac{f}{2} \cdot z^2$	$=$	$\frac{g}{2} \cdot z$

Haben die Buchstaben F, G, Z, W mit den kleinen Buchstaben f, g, z, w analoge Bedeutung, so lassen sich leicht nachstehende Proportionen ableiten:

IV. Bei gleichen Beschleunigungen $\frac{1}{2} F = \frac{1}{2} f$ verhalten sich:

1. $G : g = Z : z$ — die Endgeschwindigkeiten wie die verflossenen Zeiten;
2. $W : w = G^2 : g^2$ — die zurückgelegten Wege wie die Quadrate der Endgeschwindigkeiten;
3. $W : w = Z^2 : z^2$ — die zurückgelegten Wege wie die Quadrate der verflossenen Zeiten.

V. Bei gleichen Endgeschwindigkeiten $G = g$ verhalten sich:

1. $F : f = z : Z$ — die Beschleunigungen wie verkehrt die verflossenen Zeiten;
2. $F : f = w : W$ — die Beschleunigungen wie verkehrt die zurückgelegten Wege;
3. $W : w = Z : z$ — die zurückgelegten Wege wie die verflossenen Zeiten.

VI. Bei gleichen verflossenen Zeiten $Z = z$ verhalten sich:

1. $F : f = G : g$ — die Beschleunigungen wie die Endgeschwindigkeiten;
2. $F : f = W : w$ — die Beschleunigungen wie die zurückgelegten Wege;
3. $W : w = G : g$ — die zurückgelegten Wege wie die Endgeschwindigkeiten.

VII. Bei gleichen zurückgelegten Wegen W = w verhalten sich:

1. $F : f = G^2 : g^2$ die Beschleunigungen wie die Quadrate der Endgeschwindigkeiten;
2. $F : f = z^2 : Z^2$ die Beschleunigungen wie verkehrt die Quadrate der verflossenen Zeiten;
3. $G : g = z : Z$ die Endgeschwindigkeiten wie verkehrt die verflossenen Zeiten.

14.

Der Fall der Körper an der Erdoberfläche.

1. Finden wir bei einer beschleunigten Bewegung, daß eine der Proportionen (13. IV.—VII.) stattfindet, so finden auch alle übrigen statt und es ist dieselbe daher eine gleichförmig beschleunigte.

2. Es ist durch die genauesten Versuche hinlänglich festgestellt, daß alle Körper, von welcher materiellen Beschaffenheit, von welcher Größe und von welchem Gewichte sie auch sein mögen, im luftleeren Raume an einem nämlichen Orte der Erde in einer und derselben Zeit auch einen und denselben Weg zurücklegen, daß sie also auch gleiche Beschleunigungen haben.

Diese Beschleunigungen betragen beiläufig 15 Pariser Fuß oder ungefähr 4,91 Meter.

3. Ferner haben alle gehörig angestellten Versuche gezeigt, daß an allen Punkten der Erdoberfläche, an welchen solche Versuche wegen ihren Erhöhungen zulässig sind, ein freifallender Körper in 2 Secunden Zeit 4 mal, in 3 Secunden 9 mal, in 4 Secunden 16 mal, in 5 Secunden 25 mal tiefer fällt, als in der ersten Secunde, und daß sich überhaupt beim Falle der Körper die zurückgelegten Wege zu einander verhalten, wie die Quadrate der verflossenen Zeiten vom Anfange der Bewegung an gerechnet.

Es findet also beim Falle der Körper die Proportion (13. IV. 3.) statt, und demnach ist die Bewegung eines freifallenden Körpers an jedem Punkte der Erdoberfläche eine gleichförmig beschleunigte, und die Anziehungskraft der Erde an ihrer Oberfläche eine unveränderliche.

4. Wenn nun auch an einem nämlichen Punkte der Erdoberfläche die Beschleunigungen aller fallenden Körper einander gleich sind, so sind sie doch nicht an allen Punkten derselben einander gleich.

Denn da nach dem Newton'schen Gravitationsgesetze die Anziehung der Erde im verkehrten Verhältniß des Quadrates der Entfernungen der angezogenen Körper vom Mittelpunkte der Erde steht, die Halbmesser der ellipsoidisch gestalteten Erde, aber nicht alle einander gleich sind, so sind auch die Beschleunigungen nicht an allen Punkten der Erdoberfläche genau einander gleich, sondern nehmen von den Polen nach dem Aequator hin ab, weil die Erdhalbmesser in dieser Richtung zunehmen.

5. Aus der Gleichheit der Beschleunigungen an einem nämlichen Punkte der Erdoberfläche folgt noch, daß die fallenden Körper der auf sie wirkenden Kraft keinen Widerstand entgegensetzen, sondern sich gegen diese Kraft durchaus leidend verhalten — also die Richtigkeit der Behauptung in (4. 3.); denn leisteten sie einen solchen, so würde er bei den Körpern von mehr Masse größer sein müssen, als bei denen von weniger Masse. Die schwereren Körper müßten also langsamer fallen wie die leichteren.

6. Wenn ein Körper von einer Höhe nicht blos fällt, sondern mit einer Geschwindigkeit $= u$ senkrecht herabgeworfen wird, so ist seine Geschwindigkeit g nach Ablauf von z Secunden offenbar die Summe der ihm im Anfange gegebenen Geschwindigkeit + derjenigen, welche er nach dem Fallgesetze erhält, nämlich:

7. $$g = u + fz,$$

denn durch den freien Fall wird die Geschwindigkeit nach dem Ablaufe jeder Secunde jedesmal um f vermehrt, also in z Secunden um fz.

8) Der zurückgelegte Weg w ist dann auch gleich dem Weg, den er mit der gegebenen Geschwindigkeit u in z Secunden gleichförmig + demjenigen, den er ohne diese ihm ertheilte Geschwindigkeit, vermöge der Anziehungskraft der Erde gleichförmig beschleunigt zurücklegen würde. Es ist nämlich:

9. $$w = uz + \frac{f}{2} \cdot z^2.$$

15.

Gleichförmig verzögerte Bewegung.

Wird aber ein Körper nicht von einer Höhe senkrecht herab, sondern im Gegentheil mit einer Geschwindigkeit = u senkrecht in die Höhe geworfen, so wirkt die Anziehungskraft der Erde der senkrechten Bewegung aufwärts entgegen, vermindert also dieselbe; der Werth von f ist also in diesem Falle negativ zu nehmen und wir haben die zweiten Glieder der Formeln (14. 7 und 9) mit negativen Vorzeichen zu schreiben. Wir erhalten also:

1. $$g = u - fz ;$$

2. $$w = uz - \frac{f}{2} z^2 .$$

Substituirt man den Werth von z aus der ersten Gleichung nämlich

3. $$z = \frac{u - g}{f}$$

in die zweite Gleichung, so folgt:

4. $$w = \frac{u^2 - g^2}{2f} .$$

Am Ende der Zeit z oder am Ende des Weges w wird die Geschwindigkeit g = o sein. Für diesen Fall ist dann:

5. $$z = \frac{u}{f} ,$$

6. $$w = \frac{u^2}{2f} .$$

7. Da in beiden Formeln die Größe f als constante zu betrachten ist, so geht aus denselben hervor, daß sich bei dem senkrechten Wurf aufwärts die Zeiten wie die den Körpern ertheilten Geschwindigkeiten und die zurückgelegten Wege wie die Quadrate dieser Geschwindigkeiten verhalten; alles jedoch unter der Voraussetzung, daß die Luft den Bewegungen der Körper kein Hinderniß entgegensetze.

8. Aus der Vergleichung von Formel 6. mit (13. I. 4.) folgt die Identität beider, woraus sich ergiebt: u = g. Es geht hieraus hervor, daß ein in die Höhe geworfener Körper mit der-

ſelben Geſchwindigkeit wieder zur Erde fällt, mit welcher er in die Höhe geſchleudert wurde. Von dem Luftwiderſtande hier gleichfalls abgeſehen.

16.

Das Carteſiſche Kräftemaß.

Da in den Maſſen die Urſachen oder Kräfte liegen, welche den Zuſtand der Ruhe oder der Bewegung anderer Maſſen ändern, ſo dürfen wir ſchon von vornherein ſchließen, daß dieſe Urſachen oder Kräfte auch im Verhältniß der Maſſen ſelbſt ſtehen. Allein auch die Erfahrung beſtätigt uns dieſes proportionale Verhalten. Wenn alſo den Maſſen M und m zweier Körper die bezüglichen Kräfte K und K' entſprechen, ſo haben wir:

1. $$K : K' = M : m.$$

Bezeichnen wir die Kraft, welche eine Beſchleunigung $\frac{1}{2}$ f hervorbringt, mit k, diejenige dagegen, welche eine Beſchleunigung $\frac{1}{2}$ F bewirkt, mit K', ſo iſt, nach (12. 11) offenbar:

2. $$K' : k = F : f.$$

Nun iſt aber bei gleichen verfloſſenen Zeiten (nach 13. VI. 1.)

3. $$F : f = G : g$$

und es folgt aus 2. und 3.

4. $$K' : k = G : g.$$

Aus der Verbindung von 1. und 4. aber folgt:

5. $$K : k = MG : mg$$

d. h. die Kräfte, mit welchen ſich zwei Körper von ungleichen Maſſen und ungleichen Geſchwindigkeiten *am Ende gleicher Zeiten* bewegen, verhalten ſich wie die Producte aus den Maſſen in die bezüglichen Geſchwindigkeiten.

Iſt K = k, ſo folgt:

6. $$MG = mg \quad \text{oder} \quad M : m = g : G$$

d. h. zwei Körper bewegen ſich *am Ende gleicher Zeiten* mit gleichen Kräften, wenn die Producte aus den Maſſen in die bezüglichen Geſchwindigkeiten einander gleich ſind, oder, was daſſelbe iſt, **wenn ſich die Maſſen zu einander verhalten, wie verkehrt die bezüglichen Geſchwindigkeiten.**

Setzt man in 5) : $k = 1$; $m = 1$; $g = 1$; d. h. betrachtet man diese Buchstaben als die Einheiten, beziehungsweise der Kraft, der Masse und der Geschwindigkeit, so wird:

7. $$K = MG.$$

Dieses Product aus der Masse in die Geschwindigkeit pflegt man gewöhnlich (nach Descartes) „Größe der Bewegung" oder das „Cartesische Kräftemaß" zu nennen. Wir wollen es *Bewegungskraft* heissen.

Die Bewegungskraft besteht aus zwei Factoren, welche wir *Kräftefactoren* nennen und als veränderliche Größen betrachten dürfen.

8. Bewegungskräfte verhalten sich also zu einander wie Rechtecke und unterscheiden sich hierdurch von den Druckkräften, welche sich wie gerade Linien verhalten (5. 8.).

9. Da die Masse M stets eine reelle Größe bedeutet, so dürfen wir sie nicht absolut gleich Null (oder gleich einer negativen Größe) setzen, ohne zugleich den Werth von G zu vernichten, weil zu dem Begriffe von Geschwindigkeit oder Bewegung immer auch ein Bewegtes, d. h. ein Körper gehört. Dagegen können wir G einen negativen Werth beilegen, ohne den Begriff von Bewegungskraft zu zerstören. Der Werth der Bewegungskraft K ist dann nur im entgegengesetzten Sinne zu denken. Und setzen wir $G = 0$, so bleibt für M immer noch der Begriff einer reellen Größe. Es *verschwindet* dann gleichfalls der Begriff von *Bewegungskraft*, allein derselbe *geht* in den der *Druckkraft* M über, welche nur noch proportional der Massetheilchen wirkt.

Man kann sich dabei vorstellen, daß die eine Seite G des Rechteckes M G zu Null werde, und das Rechteck selbst hierdurch in die gerade Linie M übergehe.

10. Wenn wir uns nun auch die Masse M nicht absolut gleich Null denken dürfen, so können wir uns doch eine sich der Null nähernden Größe unter ihr vorstellen. Wir können uns imponderable Materie in Bewegung denken, deren Existenz uns dann um so mehr zur Erkenntniß kommen muß, je größer ihre Geschwindigkeit G ist. Auch in diesem Falle wird uns die Bewegungskraft

in eine Druckkraft übergehen, weil der Factor M dann so klein erscheint, daß er dem Begriffe von Null sehr nahe kommt.

In diesem Sinne dürfen wir wohl sagen: dividiren wir eine Bewegungskraft durch einen ihrer Factoren, so geht dieselbe in eine Druckkraft über.

11. Wir werden in der s. g. „strahlenden Materie", der strahlenden Wärme und dem Lichte solche Druckkräfte erkennen müssen.

17.

Das Leibnitz'sche Kräftemaß.

Behalten die Buchstaben f, g, z, w, k und F, G, Z, W, K ihre bisherige Bedeutung, so ist, nach (13. I. 4.)

1. $$w = -\frac{g^2}{2f} \quad \text{und} \quad W = \frac{G^2}{2F}.$$

Setzen wir in diesen Ausdrücken $w = W$, so folgt, wie in (13. VII. 1.)

2. $$F : f = G^2 : g^2$$

d. h. die Beschleunigungen oder auch die am Ende des ersten Zeittheilchens erlangten Geschwindigkeiten verhalten sich bei gleichen zurückgelegten Wegen wie die Quadrate der Endgeschwindigkeiten.

Aus der Vergleichung dieser Proportion mit der in (16. 2.) folgt aber

3. $$K^1 : k = G^2 : g^2$$

und aus der Verbindung dieser mit der in (16. 1.) ergiebt sich:

4. $$K : k = M G^2 : m g^2,$$

d. h. die Kräfte, mit welchen sich zwei Körper von ungleichen Massen und ungleichen Geschwindigkeiten am Ende gleicher zurückgelegten Wege bewegen, verhalten sich wie die Producte aus den Massen in die Quadrate der Endgeschwindigkeiten.

Ist $K = k$, so folgt:

5. $$M G^2 = m g^2 \quad \text{oder} \quad M : m = g^2 : G^2$$

d. h. zwei Körper bewegen sich am Ende gleicher zurückgelegten Wege mit gleichen Kräften, wenn die Producte aus

ihren Massen in die Quadrate ihrer bezüglichen Geschwindigkeiten einander gleich sind, oder, was dasselbe ist, wenn sich die Massen zu einander verhalten, wie die Quadrate ihrer bezüglichen Geschwindigkeiten verkehrt genommen.

Setzt man in 4) : $k = 1$; $m = 1$; $g^2 = 1$; so wird:

6. $$K = MG^2.$$

Auch dieses Product aus der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit pflegt man (nach Leibnitz) „Größe der Bewegung" oder das „Leibnitz'sche Kräftemaß" zu nennen. Leibnitz († 1716) nannte dasselbe bekanntlich („vis viva") lebendige Kraft.

7. Das Leibnitz'sche Kräftemaß unterscheidet sich also von dem Cartesischen dadurch, daß sich jenes auf gleiche zurückgelegte Wege, dieses dagegen auf gleiche verflossene Zeiten bezieht. Der Streit darüber, ob das eine oder andere in Anwendung zu kommen habe, wurde bereits von Vega († 1802) in seinen „Vorlesungen über die Mathematik" (Dritter Band. 1788. S. 58) erörtert.

J. R. Mayer bestimmte sich in seiner „Mechanik der Wärme" (Stuttgart 1874) wieder ausschließlich für das Leibnitz'sche Kräftemaß, indem er (S. 38) das Descartische für falsch erklärt, was wir uns nur als ein Mißverständniß zu erklären vermögen.

Indessen wendet derselbe in seinen Berechnungen ganz richtig die Quadrate der Geschwindigkeiten an, und seine Resultate würden keiner Correctur bedürfen, hätte das Leibnitz'sche Kräftemaß nicht selbst einer solchen nöthig.

8. Unsere Entwickelung der Proportion 4. aus den Werthen von $w = W$ in 1. steht nämlich zwar an sich ganz richtig, aber dadurch, daß wir bei beiden Werthen den Faktor 2 im Nenner nicht beibehielten, um auf Leibnitzens Kräftemaß zu kommen, haben wir in 6) fälschlich g^2 anstatt $\frac{1}{2}\, g^2 = 1$ setzen müssen. Denn andernfalls, mit Beibehaltung des Factors 2, hätten wir anstatt 2. erhalten.

9. $$F : f = \frac{G^2}{2} : \frac{g^2}{2}$$

und dann hätte sich anstatt 4. ergeben:

10. $K : k = {}^1/_2 M G^2 : {}^1/_2 m g^2.$

Hieraus aber folgt, daß wir die Werthe von k, m und $^1/_2 g^2 = 1$ zu setzen haben, wodurch wir erhalten:

11. $K = {}^1/_2 M G^2.$

Die lebendige Kraft ist also hiernach gleich dem Producte aus der Masse in das halbe Quadrat der Geschwindigkeit.

18.

Energie der Bewegung.

1. Wirken auf einen bewegten Körper äußere Kräfte ein, welche ihm einen Widerstand leisten, so hat er dieselben zu überwinden, und wir sagen, er selbst vollbringe durch die Bewältigung des Widerstandes eine Arbeit. Bei der Bewegung eines Körpers an der Erdoberfläche z. B. finden wir, in dem flüssigen Mittel, in welchem er sich bewegt, der Luft, sowie in der Reibung an der Erdoberfläche solche Widerstände. Durch beide wird seine Geschwindigkeit beständig vermindert, bis seine Bewegung zuletzt ganz aufhört und der Körper zur Ruhe kommt. Der Körper selbst hat also hiermit eine Arbeit vollbracht und die geleistete Arbeit war dem Widerstande vollkommen gleich.

2. Um die Größe einer Arbeit bestimmen und sie durch Zahlen ausdrücken zu können, ist es nothwendig, daß man eine Normalkraft zu Grunde lege, und in der Schwerkraft finden wir eine solche für das Verständniß und die Messung bequeme Normalkraft.

3. Wenn an der Erdoberfläche eine Last in einer der Schwerkraft entgegengesetzten Richtung gehoben wird, so ist hierbei die Schwerkraft zu überwinden und es wird Arbeit geleistet. Die Arbeit wird um so größer sein, je schwerer die Last ist, d. h. je mehr Masse sie hat, und je höher sie gehoben wird.

4. Als Arbeitseinheit oder „Einheit der mechanischen Leistung" hat man die Erhebung von 1 Kilogramm auf 1 Meter angenommen. Man nennt sie „Kilogrammmeter" und bezeichnet sie gewöhnlich mit Km. Das Kilogrammmeter ist nach dieser Er-

klärung ein Gravitationsmaß und die Arbeit E selbst ist das Product aus dem Gewicht der Masse oder der Anzahl M der gehobenen Kilogramm in den Weg oder die Anzahl W der Meter, auf welche sie gehoben werden.

Also ist:

5. $$E = M W.$$

Die Größe der Schwerkraft wird also gemessen durch das Product aus dem Gewicht M in seine Höhe W.

6. Die Fähigkeit eines Körpers, eine gewisse Arbeit zu leisten, heißt in der Mechanik: „Energie". Körper, welche sich in Bewegung befinden, besitzen diese Fähigkeit und man sagt, sie hätten Energie der Bewegung oder kinetische Energie. Leistet ein in Bewegung befindlicher Körper beständig Arbeit, so nimmt seine kinetische Energie auch beständig ab, bis sie zu Null wird. Aber auch ein in Ruhe befindlicher Körper kann eine Art von Energie besitzen, wenn ihm gestattet ist, sich in Bewegung zu setzen.. Man nennt dann dieselbe potentielle Energie. Potentielle Energie ist also die Fähigkeit eines Körpers, kinetische Energie zu erlangen und somit Arbeit zu leisten.

Ein in die Höhe geworfener Körper verliert durch die Anziehungskraft der Erde nach und nach seine Bewegung oder seine kinetische Energie, bis sie zu Null wird, also der Körper einen Augenblick zur Ruhe kommt und somit seine potentielle Energie den höchsten Werth erlangt. Alsdann fängt der Körper wieder zu fallen an und nimmt an Geschwindigkeit zu in dem Maße, in welchem er sich der Erde nähert, gewinnt also kinetische Energie, während seine potentielle beständig abnimmt, bis sie an der Erdoberfläche gleich Null wird.

19.

Fortsetzung.

Man kann eine geleistete Arbeit auch noch auf eine andere Art ausdrücken, nämlich indem man sie durch die Masse und deren Geschwindigkeit bestimmt.

Wir erinnern uns, daß bei dem Falle der Körper die anziehende

Kraft ($\mathfrak{K}$) der Erde beständig wirkt. Hat mithin ein fallender Körper von der Masse M in irgend einem Punkte des Fallraumes die Geschwindigkeit G, so ist seine Bewegungskraft nach dem Cartesischen Kräftemaß, nämlich $K = M\,G$ (16. 7.). In dem folgenden sehr kleinen Zeittheilchen $\mathfrak{Z}$ seines Falles wird er, in Folge der Einwirkung der Kraft $\mathfrak{K}$ auch eine größere Geschwindigkeit $\mathfrak{G}$ erlangt haben, also auch eine größere Kraft der Bewegung $M\,\mathfrak{G}$ besitzen.

Die in der Zeit $\mathfrak{Z}$ hervorgebrachte Bewegungskraft $\mathfrak{K}\,\mathfrak{Z}$ ist also $M\,\mathfrak{G} - M\,G$ und mithin:

1. $$\mathfrak{K}\,\mathfrak{Z} = M\,(\mathfrak{G} - G).$$

Zur Bestimmung des Weges $\mathfrak{W}$, welchen die Masse M während der Einwirkung der Kraft $\mathfrak{K}$ zurücklegte, haben wir die Geschwindigkeit mit der verflossenen Zeit zu multipliciren. War indessen die Geschwindigkeit nicht gleichförmig, so haben wir die verflossene Zeit mit der *mittleren* Geschwindigkeit zu multipliciren, und dieses Verfahren wird um so genauer sein, je kleiner wir den Werth von $\mathfrak{Z}$ wählen. Im Anfange der Bewegung war die Geschwindigkeit der Bewegung G, am Ende ist sie $\mathfrak{G}$, die mittlere also $^1/_2\,(\mathfrak{G} + G)$ und

2. $$\mathfrak{W} = {}^1/_2\,(\mathfrak{G} + G).\,\mathfrak{Z}.$$

Aus 1) und 2) folgt:

3. $$\mathfrak{K}\,\mathfrak{W} = {}^1/_2\,M\,\mathfrak{G}^2 - {}^1/_2\,M\,G^2.$$

Das Product $\mathfrak{K}\,\mathfrak{W}$ aus der Kraft $\mathfrak{K}$ in den zurückgelegten Weg $\mathfrak{W}$ ist hier die Arbeit, welche die auf den Körper wirkende Kraft $\mathfrak{K}$, während derselbe in der Richtung dieser Kraft den Weg $\mathfrak{W}$ zurücklegte, geleistet hat.

4. Das Product $^1/_2\,M\,G^2$, aus der Masse in das halbe Quadrat der Geschwindigkeit ist die *Energie der Bewegung* des Körpers oder auch seine „*lebendige Kraft*" vor Einwirkung der Kraft $\mathfrak{K}$, $^1/_2\,M\,\mathfrak{G}^2$ dagegen die Energie der Bewegung des Körpers *nach* Einwirkung der Kraft $\mathfrak{K}$ während des Weges $\mathfrak{W}$. Die Bewegungsenergie

5. $$E = {}^1/_2\,M\,G^2$$

eines Körpers oder die Fähigkeit, die der Körper kraft seiner Bewegung zur Arbeitsleistung besitzt, ist also dem Producte aus seiner

Masse in das halbe Quadrat seiner Geschwindigkeit gleich, also mit der, in (17. 11.) gefundenen lebendigen Kraft K vollkommen übereinstimmend.

Aus der Vergleichung obiger Gleichung 5) mit der $E = M W$ (18. 5.) folgt:

6. $$W = {}^1/_2 G^2$$

eine Gleichung, welche mit der: $w = \frac{g^2}{2f}$, in (13. I. 4) identisch ist, wenn man daselbst große Buchstaben für die kleinen schreibt und in Erwägung zieht, daß die Geschwindigkeit F (oder f), welche der Körper am Ende der ersten Secunde durch seinen Fall erlangt, eine constante Größe bedeutet und hier der Einheit gleich ist.

Wir sind daher auch im Stande, die Formel 5) direct aus (13. I. 4.) abzuleiten, wenn wir für W unmittelbar seinen Werth nach (13. I. 4.) substituiren, nämlich:

7. $$E = M. {}^1/_2. \frac{G^2}{F=1} = {}^1/_2 M G^2.$$

8. Zur Erhebung des Körpers über die Erdoberfläche auf die Höhe W würde also dieselbe Arbeitskraft E angewendet, welche von dem Körper durch seinen Fall aus der nämlichen Höhe W geleistet wurde.

20.

Das Parallelipipedon der Kräfte.

1. Wir sehen, der Ausdruck für die Bewegungsenergie oder die Arbeitskraft (19. 5.) besteht aus drei Factoren: M, G und ${}^1/_2$ G, und kann daher durch ein Parallelipipedon dargestellt werden, das diese Größen zu Abmessungen hat.

Arbeitskräfte verhalten sich daher, im Gegensatze zu den Druck- und Bewegungskräften, welche sich wie gerade Linien und beziehungsweise wie Rechtecke verhalten, unter sich wie Parallelipipeden. Die eine Abmessung (${}^1/_2$ G) ist stets gleich der Hälfte einer zweiten Abmessung (G), und die dritte ist = M; wir können daher die Betrachtung, welche wir, in (16 unter 8, 9 und 10), bezüglich der Bewegungskräfte anstellten, nun hier auch auf die Arbeitskräfte anwenden.

2. Die drei Paar verschiedenen Seitenflächen des Parallelipipedons, das uns die Arbeitskraft vorstellt, werden sein (Fig. 2.)

$$M G , \quad \tfrac{1}{2} M G , \quad \tfrac{1}{2} G^2 .$$

Setzt man irgend eine Dimension gleich Null, so schrumpft das Parallelipipedon gleichsam zu dem auf dieser Dimension senkrecht stehenden Rechteck zusammen. Wird dagegen eine Seitenfläche gleich Null gesetzt, so geht das Parallelipipedon auf die, auf dieser Seitenfläche senkrecht stehende Dimension über.

3. Setzt man die Seitenfläche $\frac{1}{2} G^2 = 0$, so werden alle Seitenflächen gleich Null und das Parallelipipedon schrumpft gleichsam in eine einzige Längenausdehnung M zusammen, d. h. die Arbeitskraft $\frac{1}{2} M G^2$ geht in die Druckkraft M über.

4. Setzt man dagegen die Dimension M absolut gleich Null, so kann auch G keinen Werth haben, weil die Bewegung stets ein Bewegtes voraussetzt. Es entschwindet demnach in diesem Falle der dargestellte Werth des Parallelipipedons, d. h. es wird die ganze Arbeitskraft selbst zu Null.

5. Nähert sich dagegen nur der Werth von M dem Werthe von Null, so bleibt die Seitenfläche $\frac{1}{2} G^2$ intact und es geht die Arbeitskraft in eine zweidimensionale Kraft, also eine Bewegungskraft $\frac{1}{2} G^2$ über.

6. Die eine Seitenfläche M G des Parallelipipedon stellt uns offenbar die Bewegungskraft M G vor. Wird dieselbe gleich Null gesetzt, so verwandelt sich das Parallelipipedon in die auf dieser Seitenfläche senkrecht stehende Dimension, nämlich in eine Druckkraft $\frac{1}{2} G$. D. h. hört ein bewegter Körper plötzlich auf sich zu bewegen, so verbleibt jedem seiner Atome noch das Bestreben mit der Hälfte der innewohnenden Geschwindigkeit sich weiter zu bewegen.

7. Hört ein Körper plötzlich auf, sich zu bewegen, so wird seine fortschreitende Geschwindigkeit gleich Null. Es wird also bei dem Kräfteparallelipipedon die Dimension G gleich Null und dasselbe geht über in das Rechteck $\frac{1}{2} M G$.

Verliert also ein bewegter Körper plötzlich seine fortschreitende Bewegung etwa durch den Zusammenstoß mit einem andern Körper von gleicher Bewegungskraft, so verbleibt ihm immer noch die eine Hälfte seiner Bewegungskraft, die andere Hälfte aber geht ihm ver-

loren, d. h. sie hebt sich gegen die ihm widerstehende halbe Bewegungskraft auf.

Fällt ein Körper von der Masse M aus der Höhe herab, so wird er mit einer Endgeschwindigkeit G die Erde erreichen. Seine Bewegungskraft, mit der er auffällt, ist M G, und seine Arbeitskraft oder Bewegungsenergie ist $^1/_2$ M G^2. Im Augenblick seines Auffallens auf den Erdboden kommt er zur Ruhe, er verliert seine halbe Bewegungskraft $^1/_2$ M G, die andere Hälfte verbleibt ihm.

Um aus dieser anderen Hälfte $^1/_2$ M G die Geschwindigkeit zu erhalten, mit welcher sich die einzelnen Theilchen oder die Atome der Masse fortzubewegen streben, haben wir die Größe $^1/_2$ M G nur mit der Masse selbst zu dividiren. Der erhaltene Quotient $^1/_2$ G zeigt uns nunmehr an, daß trotz der eingetretenen Ruhe des Körpers dennoch das Bestreben in allen seinen Theilchen liegt, sich mit einer Geschwindigkeit $^1/_2$ G, also mit der Hälfte seiner erhaltenen Endgeschwindigkeit, weiter zu bewegen. Da diese Theilchen diesem Bestreben aber nicht Folge leisten können, so müssen sie sich in Schwingungen versetzen, die sich unserem Gefühle als Wärme äußern.

8. Denken wir uns zwei gleich große Massen, welche sich mit gleichen Geschwindigkeiten gegen einander bewegen, mit gleichen Endgeschwindigkeiten zusammenstoßen und dadurch zur Ruhe gelangen, so werden auch die Theilchen dieser Massen wegen ihrer entgegengesetzten Bewegungen in einander entgegengesetzte Schwingungen versetzt werden und wir hierdurch zur Vorstellung von positiven und negativen Schwingungen, also von positiver und negativer Wärme gelangen. Auf unser Gefühl werden aber diese entgegengesetzte Schwingungen nicht einen entgegengesetzten, sondern vielmehr ganz den gleichen Eindruck bewirken.

9. Es geht noch aus diesen Betrachtungen hervor, daß die durch den Fall entstehenden Schwingungen der Massetheilchen desto intensiver sein werden, je größer die Endgeschwindigkeit ist, mit welcher der Körper auffällt.

10. Unsere Betrachtung zeigt uns zur Evidenz, daß die Wärme nicht durch die (fortschreitende) Bewegung, sondern im Gegentheil

durch das Aufhören derselben erzeugt wird. Der Satz: „Bewegung ist Wärme“ muß also, soll er nicht mißverstanden werden, heißen: Molekularbewegung ist Wärme. Denselben können wir auch umkehren und sagen: Wärme ist Molekularbewegung. Die Hälfte der fortschreitenden Bewegung geht, bei ihrem plötzlichen Aufhören, in Molekularbewegung, d. i. in Wärme über.

11. Bei dem Zusammenstoße von Himmelskörpern sind daher wohl solche hochgradige Wärmeentwickelungen denkbar, daß die Körper selbst dadurch in den elastisch-flüssigen, ja in den vierten Aggregatzustand (6. 7.) versetzt werden. Die Erde bewegt sich bekanntlich nahezu mit einer Geschwindigkeit von 4 Meilen um die Sonne.

Träfe sie nun mit einem Himmelskörper von derselben Masse und derselben Geschwindigkeit gerade zusammen, so würden beide Körper plötzlich zum Stillstande kommen, aber alle Theilchen beider Körper behielten das Bestreben, sich mit einer Geschwindigkeit von 2 Meilen oder etwa 14840 Meter in der Secunde gegen einander zu bewegen. Ihre beiderseitige Auflösung in Atome oder vielmehr ihr Uebergang in den vierten Aggregatzustand möchte die Folge davon sein.

Wir ersehen aus diesen Darlegungen, welche große Bedeutung die Wärme bei den Bewegungen der Körper einnimmt und werden deswegen unsere nächste Betrachtung der „Wärmetheorie“ widmen.

III.

Theorie der Wärme.

21.

Leitende und strahlende Wärme.

1. Wir haben, in (20.), auf das Bestimmteste erkannt, daß bei dem Falle der Körper an der Erdoberfläche den Theilchen derselben ein Bestreben, sich weiter zu bewegen, verbleibt, daß dieses Bestreben der halben Endgeschwindigkeit des fallenden Körpers gleich ist, und sich in Schwingungen dieser Theilchen, also in Molekularbewegung, äußert. Diese Molekularbewegung offenbart sich unserem Gefühle als Wärme, und stehen wir mit dieser Erkenntniß durchaus auf dem Boden der Thatsachen, denn die genauesten Experimente stimmen damit überein, indem sie einen Körper desto wärmer finden lassen, je größer die Höhe ist, von welcher er herabfällt. Wir dürfen annehmen, daß von der Heftigkeit und Intensität dieser Schwingungen auch der Wärmegrad abhängt, und daß umgekehrt demselben Körper bei intensiverer Wärme auch heftigere Schwingungen seiner Molekule innewohnen. Die neuere Wärmetheorie erkennt auch diese Thatsachen vollkommen an, im Gegensatze zur älteren, welche bekanntlich die Wärme als einen durch Reibung, Druck, Stoß ꝛc. entstehenden unwägbaren Stoff, den Wärmestoff, erklärte.

2. Obgleich nun eine solche Molekularbewegung sich nicht beobachten läßt, weil jedes Atom oder Molekule, wenigstens bei festen Körpern, niemals eine merkliche Entfernung von seinem Anfangs-

punkte erreicht, so dürfen wir doch bei allen uns bekannten Körpern eine solche größere oder kleinere vibrirende Bewegung ihrer Molekule annehmen. Wir dürfen also alle bekannten Körper als warm betrachten und nur diejenigen Körper im eigentlichen Sinne kalt nennen, von welchen wir nachzuweisen vermöchten, daß ihre Theilchen in absoluter Ruhe verharren. Die Unterscheidung, die wir im Leben zwischen Wärme und Kälte zu machen pflegen und welche sich gewöhnlich auf einen bestimmten Temperaturzustand bezieht, hat für unsere Betrachtungen nur eine relative Bedeutung.

3. Wir unterscheiden leitende Wärme und strahlende Wärme.

Bei Ersterer kann die vibrirende Bewegung der Molekule eines Körpers von Stelle zu Stelle zu- oder abnehmen. Wir sagen dann, der Körper habe verschiedene Temperaturen. Ist diese Bewegung dagegen an allen Stellen gleich, so sagen wir, der Körper habe gleiche Temperatur. Körper, deren einzelne Theile verschiedene Temperaturen haben, nehmen, wenn sie keinen weiteren Einflüssen unterworfen sind, nach und nach gleiche Temperatur an, d. h. die verschiedenartige Vibration ihrer Molekule setzt sich in's Gleichgewicht.

Bekanntlich theilt man die Körper bezüglich der Wärme in gute und schlechte Leiter, und wir können im Allgemeinen annehmen, daß ein Körper ein desto besserer Wärmeleiter sei, je dichter er ist.

4. Treten die in den Poren der Körper enthaltenen imponderablen Theilchen (7. 3.) bei einer stärkeren Vibration, also einem vermehrten Bestreben sich zu bewegen, aus diesen Poren heraus, so wirken sie als strahlende Wärme auf unser Gefühl. Und besteht die Wärmequelle, nämlich die Ursache der Wärmeerregung, fort, so werden auf's Neue imponderable Theilchen im Innern des Körpers die Poren erfüllen und durch ihr fortgesetztes Bestreben sich zu bewegen, den Körper als strahlende Wärme verlassen. Nach dieser Erklärung wäre die strahlende Wärme gleichbedeutend mit Verdunstung oder Verdampfung, und wir stehen damit also in einem Gegensatze zu der Ansicht derjenigen, welche zwar die leitende Wärme als vibrirende Bewegung der Körpertheilchen erkennen, dagegen die strahlende Wärme als Bewegung des Aethers erklären.

5. Ziehen wir von den sich loslösenden imponderablen Theilchen ein einzelnes in Betracht, so müßte sich dasselbe nach dem Trägheitsgesetze in derjenigen Richtung, in welcher es sich von dem Körper trennt, nämlich in gerader Linie, fortbewegen. Andere losgelöste imponderable Theilchen, welche nicht genau parallele Richtung mit ihm einhalten, werden aber seine Richtung beständig durchschneiden, so daß es dieselbe nicht in absolut gerader, sondern in vibrirend gerader Richtung zurücklegt.

Sind also die Molekule im Innern des erhitzten Körpers gleichsam nur vibrirende Punkte, so bilden die von dem Körper abgestoßenen imponderablen Theilchen so zu sagen vibrirende gerade Linien.

6. Wir müssen also in der s. g. strahlenden Wärme ebenfalls eine vibrirende Bewegung erkennen und können sie als eine Fortsetzung der in der Wärmequelle erzeugten inneren Bewegung der Molekule betrachten.

22.

Wärmeerzeugung.

1. Wärme entwickelt sich durch Reibung, durch den Stoß fester Körper, bei vielen chemischen Processen, bei dem Zusammendrücken elastisch-flüssiger Körper u. s. w. und, wie wir, in (20.), gesehen haben, bei dem Bewegungsverluste bewegter Körper. Es ist übrigens mehr wie wahrscheinlich, daß sich alle Wärmeerzeugungen auf plötzlichen Verlust oder Gewinn fortschreitender Bewegung zurückführen lassen, und wir wollen es versuchen, diese Wahrscheinlichkeit wenigstens bei dem Stoß oder Druck fester Körper uns zur Vorstellung zu bringen.

2. Erhält ein in A (Fig. 3.) ruhender Körper einen Stoß, der ihn zwingt plötzlich seinen Ruhepunkt zu verlassen und sich in der Richtung A B weiter zu bewegen, so leisten seine Theilchen diesem Stoße einen Widerstand, sie werden das Bestreben in A zu beharren behalten, aber dennoch im Ganzen durch den Stoß gezwungen sein, sich in der Richtung nach B hin zu bewegen.

Das Beſtreben in A zu verharren wird ſich in Schwingungen der Molekule des geſtoßenen Körpers äußern, die Richtung dieſer Schwingungen wird aber urſprünglich von B nach A hin gerichtet ſein.

3. Obgleich nun die Molekule nach ihrem Anfangspunkte wieder zurückſchwingen und alſo die Lage des Anfangspunktes in Bezug auf den Endpunkt der Schwingungen nur durch die Richtung des geſtoßenen Körpers ſelbſt zu beſtimmen iſt, ſo wollen wir doch dieſe Schwingungen, welche der Richtung des Körpers anfangs entgegengeſetzt ſind, als *poſitive* bezeichnen.

4. Iſt anderenfalls ein Körper bereits in der Richtung von A nach B hin in Bewegung und findet er in B ein Hinderniß für ſeine Bewegung, das ihn plötzlich in Ruhe verſetzt, ſo verharren ſeine Theilchen in dem Beſtreben, die Bewegung in der Richtung von A nach B fortzuſetzen. Die urſprüngliche Richtung der Molekularbewegung wird alſo hier von A nach B hin gerichtet ſein, und wir wollen dieſelbe, welche mit der Richtung des bewegten Körpers übereinſtimmt, als *negativ* bezeichnen.

5. Durch dieſe Betrachtung kommen wir wieder, wie in (20. 8.), auf die Vorſtellung von poſitiven und negativen Schwingungen der Theilchen eines Körpers, d. i. von poſitiver und negativer Wärme. Sie läßt uns eine Analogie ahnen zwiſchen Wärme und Elektricität und wir werden die Vorſtellung von poſitiver und negativer Wärme nothwendig haben bei dem Nachweiſe von der Erhaltung der Kraft. Wir halten die Bemerkung indeſſen für überflüſſig, daß wir bei der Wahl der Benennung von poſitiv und negativ auch umgekehrt hätten verfahren können.

6. Um unſerer theoretiſchen Betrachtung einen praktiſchen Vergleich zu geben, wollen wir einen Bleiklumpen auf einen Amboß legen und ihn mit einem ſchweren Hammer behämmern. Der Bleiklumpen vertritt dann unſer Hinderniß H bei B, während der Hammer den Körper in B darſtellt. Man kann ſich auch den Bleiklumpen als den Körper in A denken, alsdann vertritt die auf dieſen Körper wirkende Kraft K den Hammer.

Der Hammer hört durch das Hinderniß plötzlich auf, ſich zu bewegen. Wir nennen aber die durch den Schlag des Hammers

im Bleiklumpen erzeugte Wärme positiv, während wir die im Hammer entstehende als negativ bezeichnen, jedoch ohne dabei des Nullpunktes der Thermometerscala zu gedenken und obgleich sich beide Wärmen für unser Gefühl in keiner Weise von einander unterscheiden.

7. Diese Betrachtung läßt uns also bei dem Zusammenstoße der Körper das Beharrungsvermögen als die Ursache der Wärmeerhöhung erkennen.

23.

Das mechanische Aequivalent der Wärme.

1. Sowie man unter Arbeitseinheit die Arbeit versteht, welche geleistet wird, wenn 1 Kilogramm 1 Meter hoch gehoben wird (18. 4.), so versteht man unter Wärmeeinheit oder Calorie diejenige Wärmemenge, welche erforderlich ist, um 1 Kilogramm Wasser von 0° C. auf 1° C. zu erhitzen. Das mechanische Aequivalent der Wärme bestimmen, heißt angeben, wieviele Kilogrammmeter Arbeit durch eine Calorie bestimmt werden.

R. Mayer gebührt das Verdienst (1842) zuerst gefunden zu haben, daß beim Herabsinken eines Gewichtstheiles von 367 Meter die Erwärmung eines gleichen Gewichtstheiles Wasser von 0° auf 1° C. entspreche. Umgekehrt würde hiernach die Erwärmung eines gleichen Gewichtstheiles Wassers von 0° auf 1° der Hebung eines gleichen Gewichtstheiles auf 367 Meter gleichkommen.

2. Allein die Zahl 367 ist nicht ganz genau. Der Physiker Joul wies vielmehr später experimental nach, daß das mechanische Aequivalent der Wärme in der Wirklichkeit nahe 424 Kilogrammmeter beträgt, so daß also hiernach eine Wärmeeinheit etwa 424 oder genauer, nach Clausius*), 423,55 Arbeitseinheiten enthält oder einer Calorie 423,55 Kilogrammmeter entsprechen. Es folgt hieraus weiter, daß 1 Kilogrammmeter gleich ist $\frac{1}{423{,}55}$ $(= 0{,}002361)$ Wärmegrade.

*) Die mechanische Wärmetheorie. Braunschweig 1876. S. 27.

3. Die 423,55 Meter Fallhöhe, welche zur Erzeugung von 1° Wärme erforderlich sind, können wir auch leicht durch die Endgeschwindigkeit $\mathfrak{g}$ des fallenden Körpers ausdrücken, wenn wir in der Formel $g = \sqrt{2\,f\,w}$ (13. II. 2.) $\mathfrak{g}$ für g; 423,55 Meter für w schreiben und für f die Geschwindigkeit in Meter substituiren, welche ein freifallender Körper an der Erdoberfläche am Ende der ersten Zeitsecunde erhält. Da nicht an allen Punkten der Erdoberfläche diese Geschwindigkeiten einander gleich sind, so wollen wir eine mittlere wählen und f*) = 9,8201 Meter setzen. Unter dieser Annahme erhalten wir:

$$\mathfrak{g} = \sqrt{2.\ 9{,}8201\ .\ 423{,}55} = 91{,}2064 \text{ Meter.}$$

4. Wir entnehmen aus diesem Resultate, daß ein beliebiger Körper an einem Orte der Erdoberfläche, woselbst sich ein freifallender Körper am Ende der ersten Secunde mit einer Geschwindigkeit von 9,8201 Meter bewegt, wenn er aus einer Höhe von 423,55 Meter herabfällt, eine Endgeschwindigkeit von 91,2064 Meter (= $\mathfrak{g}$) erhält und bei seinem Auffallen eine Wärmezunahme von 1° C. entwickelt.

Legt nun ein Körper von der Masse M einen Weg W mit einer Endgeschwindigkeit G zurück, so haben wir G durch $\mathfrak{g}$ zu dividiren, um die Anzahl $\mathfrak{W}$ der Wärmegrade (nach der hunderttheiligen Scala) zu erhalten, um welche der Körper seine Temperatur erhöht. Es folgt also, aus (19. 6.)

$$5.\qquad \frac{W}{\mathfrak{g}^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{G}{\mathfrak{g}}\right)^2$$

und, wenn wir $\mathfrak{W}$ für $\frac{W}{\mathfrak{g}^2}$ schreiben,

$$6.\qquad \mathfrak{W} = \frac{1}{2\,\mathfrak{g}^2}.\ G^2 = 0^0,\ 00006007.\ G^2;$$

$$\left[\log \frac{1}{2\,\mathfrak{g}^2} = 0{,}7789194 - 5\right].$$

Und ganz analog wird die Wärmeerhöhung $\mathfrak{w}$ einer plötzlich gehemmten Masse m von der Endgeschwindigkeit g sein, nämlich:

*) Siehe den Werth von p'_λ in (69. 12.).

7. $$\mathfrak{w} = \frac{1}{2\,g^2} \cdot g^2 = 0^o,00006007 \cdot g^2.$$

Aus 6. und 7. folgt:

8. $$\mathfrak{W} : \mathfrak{w} = G^2 : g^2$$

d. h. die Wärmeerhöhungen verhalten sich wie die Quadrate der Endgeschwindigkeiten.

9. Fallen zwei Massen M und m von gleichen Höhen herab, so erlangen sie gleiche Endgeschwindigkeiten $\mathfrak{G}$. Mithin behalten bei beiden Massen die Molekule, nach 20., das Bestreben, sich mit der Geschwindigkeit $^1/_2\,\mathfrak{G}$ weiter zu bewegen, oder bei jeder Masse erhält jedes Molekul ein und dieselbe Wärmeerhöhung. Die Gesammtwärmequantität, um welche sich jeder Körper erhöht, steht daher im Verhältniß der Zahl seiner Molekule und wir haben folglich $^1/_2\,\mathfrak{G}$ bei dem Körper M noch mit M und bei dem Körper m noch mit m zu multipliciren, um diese Gesammtwärmeerhöhungen zu erhalten. Die Gesammtwärmeerhöhungen sind daher den halben Bewegungskräften gleich (20. 7.).

24.

Verwandtschaft von Licht und Wärme.

1. Setzen wir die eine Fläche eines guten Wärmeleiters, etwa einer Metallplatte, einer Wärmequelle aus, so werden zuerst die dieser Quelle zunächst liegenden Theilchen der Platte in schwingende oder vibrirende Bewegung gesetzt, welche sich nach und nach allen Theilchen der Platte mittheilt, bis auch diejenigen der anderen Fläche der Platte dieselbe vibrirende Bewegung erlangen. Wir ziehen also bei dieser Procedur leitende Wärme in Betracht.

2. Auf dieser zuletzt in Vibration gerathenen Fläche der Platte finden aber die in Bewegung gesetzten imponderablen Theilchen keinen Widerstand, sie setzen daher ihre Bewegung fort, trennen sich, sobald ihre Geschwindigkeit die Stärke ihres Zusammenhanges übersteigt, mit dieser Geschwindigkeit von dem Körper, und kommen so auf diese Weise als strahlende Wärme zu unserem Gefühle und unserer Erkenntniß.

3. Im Anfange des Experimentes empfinden wir nur die strahlende Wärme durch unser Gefühl; die Hand in einige Entfernung gehalten, erhält die Empfindung der steigenden Temperatur, denn die Wärmestrahlen erhalten größere Geschwindigkeit, der Druck auf unsere Haut wird ein stärkerer, das Auge dagegen sieht Nichts, die Wärmestrahlen sind dunkel. Wenn aber der Metallplatte weitere Wärme zugeführt wird, so verändert sie ihre Farbe. Sie wird erst dunkelroth; bei 655° sollen sich orangefarbige, gelbe und grüne Gluthen bilden, mit 800° blaue Gluthen entstehen und bei 1170° alle noch möglichen Stufen des Violett hinzutreten. Durch die Mischung aller Farbengluthen entsteht endlich die Weißgluth, die Metallplatte leuchtet im Dunkeln und wir sagen, es treten Licht und Wärme vereint auf.

4. Auf diese Weise erkennen wir durch das Experiment die Verwandtschaft von Licht und Wärme, und sehen die Licht- und Wärmestrahlen auf ein und dieselbe Quelle zurückgeführt. Licht und Wärme sind also ihrem Charakter nach identisch, wiewohl dem Grade nach verschieden, und die Intensität des Lichtes nimmt nicht in demselben Grade zu wie die Temperatur, sondern in einem stärkeren.

5. Da das Licht einen intensiveren Wärmegrad verlangt wie die strahlende Wärme, so müssen wir auch annehmen, daß den Lichtstrahlen eine größere Geschwindigkeit innewohnt wie den bloßen Wärmestrahlen. Haben wir aber Letztere als den Ausfluß von Imponderabilien aus dem erhitzten Körper erkannt (21. 6.), so müssen wir auch die Lichtstrahlen als solche, nur stärker bewegte Imponderabilien betrachten.

25.

Die Emanations- und Undulationstheorie.

1. Die Ansicht, daß das Licht Imponderabilien seien, welche mit großer Geschwindigkeit von der Lichtquelle ausgestoßen würden, wurde zuerst von Newton aufgestellt und bestand noch in den ersten Decennien dieses Jahrhunderts bekanntlich unter der Benennung

Emissions- oder Emanationstheorie. Es üben nach ihr die mit einer Geschwindigkeit von nahe 42000 Meilen in der Secunde von dem leuchtenden Körper ausgesendeten Imponderabilien auf die Retina einen Stoß aus, der jenes Gefühl erzeugt, das wir Licht nennen.

Die Erklärung der Zurückstrahlung des Lichtes bei seinem Auftreffen auf undurchsichtige Körper und seine Brechung beim Durchgange durch durchsichtige Körper erleidet nach der Emanationstheorie keine Schwierigkeiten.

2. Dagegen giebt es krystallinische Körper, wie der Doppelspath, die den Lichtstrahl bei seinem Durchgange nach einer gewissen Richtung hin in zwei Strahlen spalten, so daß die durch ihn gesehenen Gegenstände doppelt erscheinen. Diese Erscheinung, die s. g. Polarisation des Lichtes, die doch nur eine Eigenschaft des Doppelspathes sein kann, wie die Strahlenbrechung und die Zerlegung eines Lichtstrahles in die bekannten 7 Regenbogenfarben eine Eigenschaft des Prismas ist, will man nicht nach dieser Emanationstheorie zu erklären vermögen.

3. Eine zweite Erscheinung, welche der Emanationstheorie entgegenstehen soll, ist die Beugung des Lichtes, d. i. die Erscheinung, daß das Licht, nach seinem Durchgange durch eine enge Oeffnung sich jenseits derselben etwas verbreitert, was nicht der Fall sein könnte, wenn das Licht sich in durchaus gerader Linie fortbewegte.

4. Und zu dieser unerklärlichen Erscheinung gesellt sich eine weitere, die s. g. Interferenz des Lichtes. Nach ihr heben sich bekanntlich unter gewissen Umständen zwei benachbarte, aus verschiedenen Lichtquellen ausfließende Lichtstrahlen gegenseitig einander auf und bilden eine dunkle Stelle. Diese Erscheinung ist allerdings unabweislich auf eine wellenförmige Bewegung der Lichtstrahlen zurückzuführen.

Eine wellenförmige Bewegung schließt indessen die Emanationstheorie durchaus nicht aus, im Gegentheil haben wir, in (21. 5.), die sich von dem erhitzten Körper loslösenden imponderablen Theilchen als s. g. vibrirende gerade Linien erkannt.

5. Da man in der Interferenz und Beugung des Lichtes Hindernisse für eine Erklärung nach der Emanationstheorie fand,

so kam man zu der Vorstellung, daß dasselbe ebenso durch Wellenbewegung auf unser Auge wirke, wie die Schallwellen auf unser Ohr, eine an und für sich durchaus plausible Vorstellung, welche bereits von Huyghens († 1695) angenommen wurde. Euler († 1783) erfand aber, zur Erklärung dieser Lichtwellen ganz besonders den Lichtäther, und seine Theorie erhielt dann später durch Young († 1829) und Fresnel († 1827) die weitere Ausbildung.

6. Nach dieser Theorie soll der Aether bestehen aus einem im ganzen Weltraume verbreiteten, alles Materielle durchdringenden, äußerst feinen elastischen Stoffe. Die Weltkörper sollen sich gleichsam in demselben bewegen wie die Fische im Wasser oder die Thiere des Landes in der Luft. Alle Poren aller Körper sollen von diesem Aether erfüllt sein.

7. Die Lehrbücher der Physik stützen ihre Erklärungen über die Lichterscheinungen auf diese Aetherhypothese; aber in den Erklärungen selbst scheinen sie auseinander zu gehen.

Einige meinen, durch die Lichtquelle werde blos der Aether in schwingende Bewegung gesetzt, d. h. durch diese Aetherschwingungen werde unser Auge in ähnlicher Weise afficirt, wie unser Ohr durch die Schwingungen der Luft, nämlich daß, sowie beim Schalle uns selbst von der Schallquelle nichts Materielles berühre, auch unser Auge nichts Materielles von der Lichtquelle erleide.

Andere dagegen vertreten die Ansicht, daß durch die unausgesetzten Schwingungen des Aethers imponderable Massetheilchen der Lichtquelle selbst unserem Auge zugeführt würden.

8. Prüfen wir die letztere Ansicht, beziehungsweise den Effect, welchen die Wellenbewegung irgend eines flüssigen Mittels hervorzubringen im Stande ist, so werden wir bald die Unmöglichkeit der Fortpflanzung eines materiellen Theilchens der Lichtquelle durch den Aether erkennen müssen. Denn irgend ein materielles Theilchen auf eine sich blos wellenförmig und nicht zugleich fortschreitend bewegende Flüssigkeit gelegt, wird sich zwar der wellenförmigen Bewegung anschließen, nämlich sich mit den Wellen heben und senken, dabei aber keine fortschreitende Bewegung erlangen, es wird vielmehr seine Stelle beständig behaupten. Es ist deshalb undenkbar, daß der Aether, für

dessen geringe Dichte wir nicht einmal eine Vorstellung haben, durch die Kraft seiner Wellenbewegung allein ein materielles Theilchen der Lichtquelle nahezu 42000 Meilen in der Secunde weiter zu bewegen im Stande sei.

9. Bei Prüfung der ersteren Ansicht, bei welcher es nicht materielle Theilchen der Lichtquelle sein sollen, welche unser Auge treffen, sondern die Aetherwellen selbst, (sowie beim Schalle die Luftwellen unser Ohr berühren), haben wir vorerst die Frage zu beantworten: Ist denn das Licht (und wir verstehen hier zunächst das Sonnenlicht darunter), eine Kraft?

Da die Licht- und Wärmestrahlen der Sonne die Ursache fast aller Veränderungen auf der Erdoberfläche sind, — indem sie chemische Verbindungen mit den Stoffen der Erde eingehen, das Wasser verdampfen, hierdurch die Wolken erzeugen und Regen und Wind verursachen, die Pflanzen hervorrufen und das Leben der Thiere ermöglichen ꝛc. — mit einem Worte, alle Veränderungen, welche wir an der Erdoberfläche beobachten, bewirken, so müssen wir den Licht- (oder Sonnen-)strahlen ganz bedeutende Kräfte zumessen. Wo aber Kräfte wirken, da ist auch Materie (3. 3.) vorhanden, denn Kraft kann nur als eine Eigenschaft der Materie angesehen werden.

Mithin sind auch die Licht- oder Sonnenstrahlen wirkliche Materie, und die Ansicht, daß bewegter Aether und nicht die Lichtstrahlen selbst auf unser Auge, analog der Schallwellen auf das Ohr, wirken, entbehrt ebenfalls der Wahrheit.

10. Diese Betrachtungen sind es zunächst, die uns den Weltäther als bloße Phantasie gelehrter Männer erscheinen lassen und an deren Wirklichkeit zu glauben wir jedoch von Jugend auf uns gewöhnt hatten.

Es sind aber auch die verschiedenen sich oft selbst widersprechenden Eigenschaften, die man dem Aether beilegt, um gewisse Erscheinungen durch ihn erklären zu können, welche uns weiterhin seine Existenz als im höchsten Grade zweifelhaft erscheinen lassen.

11. Hierher gehört unter Andern: die durchaus veränderte Schwingungsweise, die man dem Aether, gegenüber der elastischen Luft beizumessen gezwungen ist. Wenn die Luft durch eine Schallquelle angeregt wird, so pflanzen sich erfahrungsmäßig die Luft-

wellen vermöge ihrer Elasticität gleichsam in Kugelschalen fort und verdichtete und verdünnte Kugelschalen folgen aufeinander. Hierdurch kommt es, daß der Schall durch etwaige Gegenstände nicht aufgehalten, sondern auch hinter denselben vernommen wird. Dem Aether kann aber diese Art der Wellenbewegung nicht zugesprochen werden, weil die Gegenstände sonst keinen Schatten würfen. Auch würde es dann keine Nacht geben, weil sonst der Aether, wirkte er nach Art und Weise der elastischen Luftflüssigkeit, auch die Nachtseite erhellen müßte. Man war deshalb genöthigt, ihm, obgleich er für eine elastische Flüssigkeit ausgegeben wurde, eine longitudinäre oder, wie sich die Lehrbücher der Physik ausdrücken, transversale Wellenbewegung beizumessen, also eine Bewegung, die mit der Wellenbewegung elastischer Flüssigkeiten gar nicht vereinbar ist.

12. Auch soll der Aether bei Fortpflanzung des Lichtes durch seine Elasticität die Schwere vertreten, von welcher die auf der Oberfläche einer wellenförmig bewegten Flüssigkeit schwimmende Partikeln, influenzirt werden; er selbst aber soll keine Schwere besitzen; dann wäre er jedoch kein Körper, besäße keine Materie — wo aber keine Materie ist, da ist auch keine Kraft, denn diese ist stets nur eine Eigenschaft der Materie. Der Aether, so gedacht, wäre ein absolutes Nichts. —

13. Dieser Schluß scheint durch die Erfahrung bestätigt zu werden, denn es hat noch Niemand auch nur einen Fingerhut voll Aether beobachtet. Zwar halten sich die Aethergläubige, — und es sind deren nicht wenige — für vollkommen davon überzeugt, daß man, nach Entfernung der Luft aus der Glasglocke der Luftpumpe, eine Glocke voll des reinsten Aethers vor sich habe, und sie sind der Ansicht, daß, wäre es möglich, durch irgend ein Mittel auch diesen aus dem Recipienten zu entfernen, es in Letzterem durchaus dunkel und absolut kalt werden müsse. Wir dagegen halten den Raum innerhalb der Glasglocke für erfüllt von durchgehenden imponderabelen Licht- und Wärmestrahlen.

14. Wir bewundern nur dabei die diaphane und diathermane Eigenschaft des Glases, die vibrirenden Strahlen des Lichtes und der Wärme hindurch zu lassen. —

Nun hängt die Durchsichtigkeit eines Körpers weder von seiner

Festigkeit noch seiner Dichtigkeit ab, und wir können daher auch im Allgemeinen nicht sagen, daß eine größere Porosität die Körper durchsichtiger mache. Nichts desto weniger sind wir genöthigt anzunehmen, daß es die besondere Art und Weise der Porosität des Glases ist, welche seine Durchsichtigkeit ermöglicht. Sind wir nun einerseits erstaunt von der Feinheit und Gleichmäßigkeit dieser Poren bei einem so festen Körper, wie dem Glase, bei dem wir selbst durch die schärfsten Untersuchungen keine Poren beobachten, so werden wir andererseits noch mehr überrascht von der offenbar noch größeren Feinheit der Licht- und Wärmestrahlen, welche durch diese unentdeckbaren Poren hindurchzudringen vermögen.

Die Kraft, welche diese „unendlich" feinen Lichtpartikeln durch die Glasporen gleichsam durch*drückt*, suchen wir einzig in ihrer großen Geschwindigkeit.

15. Unsere Anschauung von der Ursache der Durchsichtigkeit eines Körpers z. B. des Glases erscheint auch jedenfalls einfacher wie die Erklärung, welche die Aetherhypothese über diesen Gegenstand abgiebt. — Denn nach ihr müßte die an den durchsichtigen Körper außen anschlagenden Aetherwellen ihre Vibration zuerst dem zwischen den Massetheilchen des Körpers, also in seinen Poren enthaltenen Aether sich mittheilen, und dieser Aether dann wiederum diese Vibration an den auf der Rückseite des Körpers befindlichen Aether übertragen. Was also die Undulationstheore als Aether betrachtet, ist für uns einfach das Licht und die strahlende Wärme selbst.

16. Indem wir also die Undulationstheorie wegen ihrer Verbindung mit der Aetherhypothese, die wir einer *einheitlichen* Weltanschauung und einer *einheitlichen* Entwickelung der Naturkräfte für durchaus zuwider halten, verlassen, kehren wir zur Emanationstheorie zurück. Dadurch, daß wir dieselbe als eine wellenförmige modificiren, also beide Theorien gleichsam mit einander verbinden übertragen wir, wie gesagt, alle erdachten Eigenschaften des Aethers an das Licht und die strahlende Wärme selbst.

17. Nach dieser Anschauung senden *alle* Punkte einer Lichtquelle imponderable Theilchen mit großer Geschwindigkeit nach *allen* Richtungen hin aus. Aus jedem Punkte der Lichtquelle wird mit-

hin ein Lichtstrahl unser Auge treffen, und die Summe der in unser Auge fallenden Lichtstrahlen werden das Bild der Lichtquelle selbst zur Anschauung bringen. Und wann wir unseren Standpunkt im geringsten verändern, so werden uns stets andere und andere Lichtstrahlen das Bild der Lichtquelle zum Ausdrucke gelangen lassen.

Da also *jeder Punkt* der Lichtquelle Strahlen nach allen Richtungen aussendet und so gleichsam für sich den Mittelpunkt einer Lichtkugel bildet, so dürfen wir die Lichtquelle selbst als aus unendlich vielen solcher Lichtkugeln zusammengesetzt bezeichnen. Die Vorstellung, daß sich die einzelnen Lichtstrahlen nicht in der ganzen Schärfe des Wortes geradlinig bewegen, sondern daß sie sich gegenseitig in *wellenförmige* Bewegung versetzen, ist dann eine sehr nahe liegende, weil jeder Strahl an jeder Stelle so zu sagen von unendlich vielen anderen Strahlen durchkreuzt wird.

18. In derselben Weise denken wir uns die strahlende Wärme mit dem Unterschiede, daß die Geschwindigkeit der ausströmenden unwägbaren Theilchen eine geringere ist als die des Lichtes.

26.

Die Verbreiterung des Lichtes.

1. Betrachten wir die Lichtquelle als den Mittelpunkt einer Lichtkugel, von welcher Strahlen nach allen Richtungen ausgesendet werden, so finden wir, daß mit der Länge dieser Strahlen die Lichtstärke abnimmt, weil sich das Licht auf immer größere Kugelschalen ausdehnt, seine Stärke also mit der Größe dieser Schalen kleiner wird. Da nun die Kugelschalen im quadratischen Verhältniß ihrer Halbmesser größer werden, so sagen wir, das Licht nehme im quadratischen Verhältniß seiner Entfernung von der Lichtquelle ab. Wegen der continuirlichen Ausdehnung des Lichtes auf allen Kugelschalen müssen wir ihm die Fähigkeit, sich mit seiner Entfernung von der Lichtquelle gleichmäßig zu verbreiteren, zusprechen. Seit der historischen Zeit ist eine Veränderung an der Größe des Sonnenkörpers und eine Verminderung seiner Lichtstärke durch Ausstrahlung noch nicht bemerkt worden. Wir haben daher alle Ursache seine

ausstrahlende Materie als verhältnißmäßig gering und deren einzelne Theilchen als imponderable Materie zu betrachten, die sich, eben wegen ihrer Verbreiterung im Himmelsraume, noch weiter ausdehnt.

2. Vielleicht ist daher die Verbreiterung des Lichtes, (das wir schon bei seinem Verlassen der Lichtquelle als eine imponderable Materie betrachteten), auf weitere Entfernungen dazu geeignet uns eine Vorstellung von der Möglichkeit der Theilbarkeit der Materie zu verschaffen.

Setzen wir den Sonnenhalbmesser = 94000 M., die Entfernung der Erde vom Sonnenmittelpunkte = 20000000 M., die Entfernung des Neptun von der Sonne = 600000000 M. und die Dichte der imponderablen Materie des Sonnenlichtes bei ihrem Ausströmen = 1, so findet sich das Verhältniß dieser zur Stärke des Sonnenlichtes an der Erde und zu der am Neptun, gleich wie 1 : 0,000022090 : 0,000000024, so daß also die aus dem Sonnenkörper ausstrahlenden imponderablen Theilchen in der Entfernung der Erde bereits in 45270, in der Entfernung des Neptun aber gar in 4074230 gleiche Theile getheilt sind. In letzterer Entfernung hört aber diese Theilung noch lange nicht auf, sie wird sich weiter fortsetzen, wohl weit über die Grenze hinaus, von der das menschliche Auge noch im Stande wäre, einen Eindruck von dem Lichtbilde der Sonne als einen leuchtenden Punkt zu empfangen.

Gesetzt nun, es fände diese Grenze in einer Entfernung von nur einer Sternweite, also etwa in einer Entfernung von 4 Billionen Meilen von der Sonne statt, so würde sich für die Lichtstärke — die Dichte der imponderablen Materie des Sonnenlichtes an der Sonnenoberfläche fortgesetzt gleich 1 gedacht — die Zahl 0,000000000000000055225 ergeben, oder eine

181077300000000 malige

Verdünnung der ausgeströmten imponderablen Materie des Sonnenlichtes. Hierdurch würden wir eine Verdünnung erhalten, von welcher wir uns schlechterdings keine Vorstellung mehr zu machen vermögen.

Wenn aber auch über die gesteckte Grenze einer Sternweite die Sonne nicht mehr für uns sichtbar wäre, so könnten wir doch nicht sagen, daß nun auch die Verdünnung aufhöre. Sie

könnte vielmehr auch da noch fortbestehen, obschon das Sonnenlicht bereits so sehr geschwächt wäre, daß es unser Auge nicht mehr afficirte.

3. Es fragt sich nur, ob wir nicht bereits längst, wenn auch nicht bei dem absoluten Null, denn dazu würde bei unserer Betrachtung wohl eine ewige Zeitdauer nothwendig sein, doch an einer so geringen Größe angekommen seien, für die wir unbedenklich die Null zu substituiren hätten. Denn bereits die Einheit, welche unserer Betrachtung zu Grunde liegt, hat schon den Begriff einer imponderablen Größe. Es scheint also, daß es sich mit der Theilbarkeit der Materie gerade so verhalte wie mit der Theilbarkeit mathematischer Größen, welche man soweit fortsetzen kann als man will, ohne auf den absoluten Werth von Null zu kommen. Der Begriff von „unendlich" klein dürfte hiernach für den von „ungemein" klein ohne Beanstandung gesetzt werden.

4. Und deswegen haben wir bereits, in (16. 10.), wenn die Größe M uns eine imponderable Materie bedeutet, sie gleich Null betrachtet, wodurch uns die Bewegungskraft M G in die Druckkraft G überging. Die Kraft des Lichtes und der strahlenden Wärme dürfen wir demnach gewiß mit Recht, im Vergleich mit anderen kosmischen Bewegungskräften, bei welchen uns M eine ponderable Masse vorstellt, den Druckkräften zuzählen.

27.

Die Materie des Lichtes und der strahlenden Wärme.

1. Wir haben also die von einem leuchtenden Körper ausgesendeten durch ihre Geschwindigkeit und vibrirende Bewegung Licht und Wärme erzeugenden Theilchen „Imponderabilien" genannt. Im Grunde genommen sind sie es nicht, wenigstens nicht in dem Sinne, in welchem man früher den „Wärmestoff" betrachtete, der durch irgend eine Ursache erzeugt, die kleinsten Theilchen der Materie auseinander gedrängt und somit das Volumen der Körper vergrößert habe. Sie sind es nur, wenn man sie in nicht genügender Menge einer Untersuchung unterzieht. Da wir aber durch die aus-

gesendeten Strahlen der Sonne eine bleibende Wirkung und nachweisbare Veränderungen an den Bestandtheilen der Erdoberfläche beobachten, so müssen wir diese von einem ponderablen Körper ausgesendeten „Imponderabilien" in einer größeren Menge als wahre Ponderabilien gelten lassen, wenn es uns auch weiter nicht vergönnt ist, eine solche Menge mit der Wage zu untersuchen.

2. Wir wollen damit sagen: die Sonnenmasse werde in der That durch Ausstrahlung vermindert, die Erdmasse dagegen im Verhältniß der empfangenen Strahlen vermehrt. „Unendlich" kleine Körpertheilchen der Sonne verbinden sich mit Stoffen der Erde, verändern hierdurch die Form deren Bestandtheile, bewirken die Umänderung unorganischer Körper in organische ꝛc. — Ja wir sind genöthigt alle Veränderungen, welche sich auf der Erdoberfläche ergeben, der „Kraft der Sonne" zuzuschreiben. Da aber Kraft nicht von der Materie zu trennen ist, so dürfen wir auch für Kraft der Sonne, unbedenklich Materie der Sonne substituiren. Wir betrachten daher die Sonnenstrahlen, wie alle Licht- und Wärmestrahlen, als Materie im vierten Aggregatzustande, welche uns nur durch die Geschwindigkeit ihrer Bewegung zum Gefühle und zur Erkenntniß kommt.

3. Wenn uns also wissenschaftliche Werke z. B. belehren, daß, wenn wir jetzt mit Hülfe des Dampfes die Welt durchfliegen, dies mit einem Theile der Kraft geschieht, welche die Sonne vor Jahrtausenden in den Steinkohlen angehäuft habe, so finden wir darin keine Absurdität, wir werden jedoch, um uns die Sache besser zur Anschauung zu bringen, den Ausdruck „Kraft" mit dem der Materie vertauschen, und dadurch den Sinn des Gesagten dennoch nicht verändern. Wir erstaunen nur, daß man uns diese Belehrung in der Regel in demselben Kapitel ertheilt, in welchem das Licht als Aetherschwingungen, analog der Luftschwingungen bei Fortpflanzung des Schalles, oder analog der Wellenbewegung des Wassers bei dem Hineinwerfen eines Körpers, erklärt wird, da doch diese Bewegungen keine bleibende Wirkung zurücklassen, mithin eine Analogie im Grunde gar nicht besteht.

4. Bemerken wir noch, daß man zur Zeit der Ausbildung der Undulationstheorie, beziehungsweise der Erfindung der Aether-

hypotheſe, von der Verwandtſchaft zwiſchen Licht und Wärme noch keine feſte Vorſtellung hatte, daß man vielmehr geneigt war, die leitende Wärme für einen Stoff, alſo einen Gegenſtand, das Licht dagegen für eine bloße Erſcheinung zu halten, die das Auge in analoger Weiſe afficire wie der Schall das Ohr. Man braucht aber, da die neuere Wärmetheorie ohnehin ſchon die leitende Wärme auf das Beſtimmteſte als vibrirende Bewegung der kleinſten Theilchen des Körpers erkennen läßt, nur einen Schritt weiter zu gehen, um auch die ſtrahlende Wärme, und ſomit auch die Strahlen des Lichtes, als vibrirende Bewegung der von dem Körper losgelöſten kleinſten Theilchen zu erkennen.

28.

Geſchwindigkeit der Licht- und Wärmeſtrahlen.

1. Wir dürfen hier unſere Ausführungen nicht ſchließen, ohne auch das Spectrum des Sonnenlichtes in Betracht gezogen zu haben, das uns, wie wir wiſſen, den weißen Lichtſtrahl in die ſieben Farben: roth, organge, gelb, grün, blau, indigo und violett durch das Prisma zerlegt. Bekanntlich liegt dieſſeits des rothen Strahles ein dunkles Wärmeſpectrum und jenſeits des violetten Strahles ein dunkles gemiſchtes Spectrum, und es zeigt die Magnetnadel, wenn die verſchiedenen Theile des Spectrums auf eine Thermoſäule fallen, von links nach rechts eine anfangs zwar zunehmende, aber ſehr bald wieder abnehmende Wärmeeinwirkung. Sie ſteigt in dem dunkeln Wärmeſpectrum und iſt in demſelben am größten, kleiner im rothen Streifen, noch kleiner im gelben oder blauen Streifen, und der dunkelblaue und violette Streifen wirken auf die Thermoſäule kaum mehr ein.

2. Nun will man gefunden haben, daß 39000 auf einander folgende Wellen von rothem Lichte den Raum eines Zolles ausfüllen würden, und da das Licht in 1 Secunde einen Weg von beiläufig 42000 Meilen oder von 12165120000 Zollen zurücklegt, ſo ergiebt ſich hieraus die Zahl der rothen Wellen zu 474439680000000, nämlich diejenige Zahl der rothen Wellen, welche in einer einzigen

Secunde in das Auge eintreten.*) Bei dem violetten Streifen sollen gar 57000 Wellen zur Ausfüllung eines Zolles erforderlich sein, und hieraus würde sich ergeben, unter der gleichen Annahme (auch der violette Strahl lege einen Weg von 42000 Meilen in der Secunde zurück), daß, um den Eindruck von violett im Auge zu erzeugen, 699 Millionen von Millionen Wellen das Auge in einer Secunde zu treffen hätten. Die zwischen Roth und Violett liegenden Farben steigen allmählig in der Wellenzahl von jenen zu diesen.

3. Allein alle diese Berechnungen gründen sich auf die Annahme, daß sich sämmtliche Farbenstrahlen mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, und zwar die Lichtstrahlen sowohl wie die dunklen und farbigen Wärmestrahlen, was mit unseren Ausführungen nicht übereinstimmt. Bei dem Experiment, in welchem wir die Verwandtschaft von Wärme und Licht erkannten (21.), sind wir genöthigt gewesen, die von der Wärmequelle bewirkte Molekularbewegung als eine zunehmende zu betrachten, und da wir die strahlende Wärme als einen Ausfluß der leitenden ansehen, so müssen wir auch Ersterer diese Eigenschaft beimessen; d. h. die Geschwindigkeit der ausströmenden Imponderabilien vergrößert sich mit der Beweglichkeit der Molekule, wie dies ja auch aus unseren Betrachtungen, in (20.), resultirt. — Je höher ein Körper herabsinkt, ein desto größeres Bestreben verbleibt seinen Theilchen, sich weiter zu bewegen, d. h. desto wärmer wird der Körper. Im gleichen Verhältniß wird aber auch seine strahlende Wärme größer sein, oder mit desto größerer Geschwindigkeit werden sich seine ausstrahlenden Imponderabilien bewegen.

4. Es geht aus diesen Betrachtungen zur Genüge hervor, daß die Wärmestrahlen von verschiedener Geschwindigkeit sein müssen, da sie von der Stärke der Molekularschwingungen der Wärmequelle abhängen.

Und in gleicher Weise ist dieses mit den Lichtstrahlen der Fall. Wird die Wärmequelle nach und nach zur Lichtquelle, so treten die rothen Strahlen zuerst auf, die in ihrer Geschwindigkeit

*) Tyndall. „Die Wärme." Braunschweig 1875. S. 307.

den dunkeln Wärmestrahlen zunächst kommen, jedoch eine größere Geschwindigkeit haben wie diese. Die Lichtquelle wird heller und heller und damit muß die Geschwindigkeit der Lichtstrahlen zunehmen.

5. Diese Ausführungen scheinen der Wahrheit insofern nicht ganz zu entsprechen, als ja demnach die Lichtstrahlen wegen ihres schnelleren Aufprallens auf unsere Haut, das Gefühl der Wärme in höherem Maße erregen müßten, wie die sichtbaren und unsichtbaren eigentlichen Wärmestrahlen.

Allein wir dürfen nicht außer Acht lassen, daß, wenn wir auch in (26. 5.), woselbst wir für M eine imponderable Materie gegenüber einer ponderablen Masse gleich Null setzten, eine Bewegungskraft als Druckkraft erhielten, — wir es hier dagegen mit bloßer imponderablen Materie zu thun haben, in welcher das Verhältniß der Imponderabilien selbst zu einander stets zu berücksichtigen ist. Wir können also die Licht- und Wärmestrahlen gegenüber kosmischen Bewegungskräften ponderabler Massen wohl als Druckkräfte betrachten, keineswegs aber, wenn wir imponderable Licht- und Wärmestrahlen unter sich mit einander in Vergleichung bringen. In diesem Falle haben wir sie strikt als Bewegungskräfte zu betrachten.

29.

Fortsetzung.

1. Wir können also annehmen, daß, obgleich den Lichtstrahlen eine größere Geschwindigkeit innewohnt wie den Wärmestrahlen, den Ersteren eine weit geringere Substanz in Bewegung zu Grunde liegt wie den Letzteren. Hierdurch ist es leicht erklärlich, daß den Wärmestrahlen eine größere Bewegungskraft innewohnt wie den Lichtstrahlen, so, daß also die sich weniger schnell bewegenden Wärmestrahlen, wegen ihres größeren Werthes von M, das Gefühl der Wärme in höherem Grade erzeugen, wie die sich schneller bewegenden Lichtstrahlen, also trotz ihres größeren Werthes von G.

2. Unsere Ansicht, daß sich die bloßen Wärmestrahlen mit geringerer Geschwindigkeit bewegen wie die Lichtstrahlen, wird von

den neueren Lehrbüchern der Physik nicht getheilt. Letztere stützen ihre Ausführungen in dieser Beziehung auf die Wellenbewegungen des elastischen Aethers und messen daher sowohl den Wärme- wie den Lichtstrahlen gleiche Geschwindigkeit bei.*)

Bekanntlich ist die Geschwindigkeit des Lichtes durch die Verfinsterung der Jupitersstrabanten von Olaf Römer (1676); durch die Aberration der Fixsterne von Bradley (1727); durch die Methode mit zwei Fernröhren und einem Zahnrade von Fizeau (1849), vervollkommnet von Cornu (1869—1872); durch die Methode mit sieben Spiegeln und einem Mikroscop von Foucault (1862); und in neuester Zeit durch die Methode mittelst eines rotirenden und eines senkrecht zum Lichtstrahle stehenden Spiegels von Michelson bestimmt worden, und es ergaben die astronomischen Untersuchungen, bei der Unterstellung einer Erdweite von nahe 21000000 g. Meilen eine Lichtgeschwindigkeit von etwa 42000 Meilen in der Secunde. Da aber nach neueren astronomischen Untersuchungen sich eine Erdweite nicht ganz auf 20000000 g. M. ergiebt, so berechnet sich die Lichtgeschwindigkeit auch nur auf etwa 40000 M., mit welcher die terrestrische Bestimmung von Cornu nahe übereinstimmt.

3. Allein weder die astronomischen noch die terrestrischen Untersuchungen über die Geschwindigkeit des Lichtes haben irgend Etwas über die Geschwindigkeit der Wärmestrahlen ermittelt, die von den neueren Lehrbüchern auf Grund der Elasticität des Aethers der Geschwindigkeit der Lichtstrahlen gleicherachtet wird.

Lassen wir nun einen Körper aus einer Höhe von 423,55 Meter herabfallen, so hat er bei dem Auffallen eine Endgeschwindigkeit von 91,2064 Meter erlangt (23. 3.). Das Bestreben seiner Theilchen, sich mit einer Geschwindigkeit von ($^1/_2$. 91,2064 =) 45,6032 Meter weiter zu bewegen, verbleibt denselben (20. 7.), und der Körper selbst erhält durch dieses Bestreben eine Temperaturerhöhung von 1° C. (23.). Da aber der wärmere Körper den Ueberschuß

*) Professor Dr. Reis. Lehrbuch der Physik. Leipzig 1876. S. 501. John Tyndall. Die Wärme. Braunschweig 1875. S. 299.

seiner Wärme an seine kältere Umgebung ausstrahlt, so wird er sich auch nach und nach wieder um 1° C. abkühlen. Das Ausströmen der Wärmestrahlen müßte nun, wenn die Elasticität des Aethers — wie die neueren Lehrbücher der Physik sagen — hier maßgebend wären, und die Wärmestrahlen mit den Lichtstrahlen gleiche Geschwindigkeit hätten, auch mit einer Geschwindigkeit von 40000 Meilen in der Secunde geschehen, während doch den Theilchen des Körpers nach dem Auffallen nur das vergrößerte Bestreben innewohnt, sich mit einer Geschwindigkeit von etwa 45 bis 46 Meter in der Secunde weiter zu bewegen. Es müßte also hier die Geschwindigkeit der strahlenden Wärme das Bewegungsbestreben oder die Molekularbewegung der Theilchen des aufgefallenen Körpers um das 6508700 fache übertreffen, was doch unmöglich der Fall sein kann.

Wir müssen also demzufolge die Annahme, daß sowohl die Wärme- wie die Lichtschwingungen als mit den Aetherschwingungen identisch seien, oder daß die Lichtstrahlen und Wärmestrahlen gleiche Geschwindigkeiten besitzen, als eine irrthümliche bezeichnen.

4. Es könnte uns in der That den Aether, diesen Hemmschuh bei dem Fortschritt in der Erkenntniß der Natur, nichts mehr discreditiren als diese Betrachtung. Denn die Behauptung der physikalischen Lehrbücher, daß, unter der Voraussetzung, die Licht- und Wärmestrahlen würden von der Elasticität des Aethers fortgepflanzt, wie der Schall von der Elasticität der Luft, die Wärmestrahlen mit den Lichtstrahlen gleiche Geschwindigkeit haben müßten, ist ja an und für sich eine ganz logische. Da wir jedoch finden, daß die Geschwindigkeiten der Wärmestrahlen sich einander nicht gleich sein können und daß sie weit geringer sein müssen wie die der Lichtstrahlen, so kann die Aetherhypothese durchaus nicht die Erscheinungen von Licht und strahlender Wärme erklären, wieviele Mühe und Anstrengung des Verstandes auch auf ihre Ausbildung verwendet worden sein mag. Und gerade die neuere Wärmetheorie, insbesondere das Aequivalent der Wärme, überzeugt uns auf das Packendste von der Haltlosigkeit des Aetherglaubens, und kennzeichnet ihn als ein bloßes Dogma der Naturforschung.

30.

Der leere Raum.

1. Es ist ein Ergebniß der Experimentalphysik, daß alle Körper Wärme nur an kältere, (nicht an wärmere) Körper abgeben, so wie es auch eine feststehende Thatsache ist, daß tropfbare Flüssigkeiten immer nur bergab, (nie bergan) fließen.

In einem kälteren Raume verlieren die Körper gleichfalls Wärme, sie erkalten, indem sie (strahlende) Wärme in den Raum abgeben. Da nun in dem leeren Raume, in welchem sich die Himmelskörper bewegen, eine weit geringere Temperatur herrscht, wie in diesen Körpern selbst, so sagen wir, daß sie erkalten, indem sie Wärme nach und nach in den leeren Raum ausstrahlen. So muß der Sonnenkörper, so müssen alle Planeten allmählig eine geringere Temperatur erhalten, indem sie beständig Licht- und bezw. Wärmestrahlen in den leeren Raum aussenden, bis sie mit diesem Raume selbst von gleicher Temperatur sein werden.

2. Da wir nun die Licht- und Wärmestrahlen als bewegte imponderable Theilchen dieser Körper betrachten, so müssen wir annehmen, daß dieselben nach und nach, und bis zu einem bestimmten Zeitpunkte, an ihren Massen verlieren, und daß dieser Massenverlust sich als Imponderabilien in den leeren Raum ergieße. Folglich müssen sie sich auch in diesem Raume vorfinden, und wir können nach dieser Erkenntniß streng genommen nicht einmal mehr von einem absolut leeren Raume sprechen.

Auch der Raum unter dem Recipienten der Luftpumpe ist, nach Entfernung der Luft, nicht absolut leer, schon aus dem Grunde, weil sich die Luft nie vollständig aus ihm entfernen läßt. Sodann aber auch, weil dieser Raum noch stets von Licht- und Wärmestrahlen und, nach einer etwaigen Ueberdeckung, immer noch wenigstens von Letzteren durchflossen ist.

3. Die Erkenntniß dieser im Himmelsraume enthaltenen Imponderabilien ist also für uns ebenfalls ein Ergebniß der neueren Wärmetheorie. Diese Imponderabilien sind verflüchtigte Substanzen der Weltkörper, Materie im 4. Aggregatzustande, und von einer

Feinheit, die uns jede bemerkbare Rückwirkung auf die Weltkörper selbst ausschließen läßt.

Am wenigsten haben wir sie aber als die Vermittler des Lichtes und der Wärme zu betrachten, eben weil sie das Licht und die Wärme *selbst* sind.

Sie sind also nicht die Träger des Lichtes; ja wir möchten die den Sonnenstrahlen entgegenwirkenden Lichtstrahlen der Fixsterne weit eher als ein Hinderniß für die *gleichmäßige* Fortpflanzung des Sonnenlichtes betrachten und annehmen, daß dasselbe *nicht* im quadratischen Verhältniß des durchlaufenen Raumes abnehme, sondern in einem etwas stärkeren Verhältnisse.

IV.

Geradlinige Bewegung.

Zweite Abtheilung.

Theorie des geraden Stoßes.

31.

Vorbemerkungen.

1. Wird ein Körper in Ruhe oder in Bewegung von einem bewegten Körper getroffen, so erhält er hierdurch das Beſtreben, ſich ſelbſt in Bewegung zu ſetzen oder ſeine Bewegung zu ändern. Er wird hierbei, vermöge der Kraft ſeiner Trägheit, dem ſtoßenden Körper Widerſtand leiſten, nämlich der auf ihn ausgeübten Wirkung eine Gegenwirkung entgegenſetzen, welche auch die Bewegung des ſtoßenden Körpers verändert. Und zwar wird die Veränderung, welche beide Körper durch den Stoß erleiden, von ihren Maſſen und der Geſchwindigkeit ihrer Bewegungen abhängen.

Durch den Zuſammenſtoß zweier Körper werden alſo Veränderungen in denſelben bewirkt, und da wir alle Veränderungen auf Urſachen zurückführen, die wir Kräfte nennen, ſo ſagen wir, es übe durch den Stoß jeder Körper auf den andern eine Kraft aus. Es läßt ſich übrigens zeigen, daß der Geſammtaufwand an Kräften für beide Körper hierbei ſtets gleich Null iſt, weil die

Kraft, welche der eine Körper bei dem Stoße verliert, stets in den andern Körper übergeht, sei der Zusammenstoß beider Körper durch den einfachen Stoß oder durch Anziehung bewirkt.

2. Die neuere Physik kennt diese Erscheinung unter der Benennung: „Erhaltung der Kraft." Nach ihr kann in der Natur weder eine Kraft zerstört, noch eine neu geschaffen werden. R. Mayer*) kommt das große Verdienst zu, zuerst das Princip von der Erhaltung der Kraft (1845) ausgesprochen zu haben:

„Es giebt in Wahrheit nur eine einzige Kraft. In ewigem „Wechsel kreist dieselbe in der todten wie in der lebendigen „Natur. Dort und hier kein Vorgang ohne Formveränderung „der Kraft."

Und (bereits 1842):

„Kräfte sind Ursachen; mithin findet auf dieselben volle „Anwendung der Grundsatz: causa aequat effectum. Hat die „Ursache c die Wirkung e, so ist $c = e$; ist e wieder die Ur„sache einer anderen Wirkung f, so ist $e = f$, u. s. f.

$$c = e = f = \ldots = c.$$

„In einer Kette von Ursachen und Wirkungen kann, wie aus „der Natur einer Gleichung erhellt, nie ein Glied oder ein Theil „eines Gliedes zu Null werden. Diese erste Eigenschaft aller „Ursachen nennen wir ihre Unzerstörlichkeit."

3. Zum Nachweise, wie durch den Zusammenstoß zweier Körper die Kräfte in einander übergehen, wird es nothwendig sein, die Theorie des Stoßes, wie sie die Mechanik aufstellt, noch einmal abzuhandeln. Da hierbei eine Eigenschaft der Körper, welche nicht alle in gleichem Grade besitzen, nämlich die Elasticität, maßgebend ist, so zieht die Mechanik bei der Theorie des Stoßes bekanntlich die zwei Grenzfälle in Betracht, für welchen der eine sich auf vollkommen unelastische, der andere sich auf vollkommen elastische Körper bezieht.

---

*) Die Mechanik der Wärme. Stuttgart 1874. S. 20 und S. 3 u. 4. Auch Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur. (Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler und Liebig.) Bd. XLII. Maiheft 1842. S. 233.

Einer ausführlichen Erörterung über die Theorie des Stoßes werden wir nachstehend eine Betrachtung über das Verhalten der Körper, welche durch gegenseitige Anziehung zusammenstoßen, folgen lassen.

A. Der Stoß vollkommen unelastischer Körper.

a. Die Körper laufen hintereinander her.

32.

Ihre Bewegungskräfte.

1. Der Mittelpunkt einer vollkommen unelastischen Kugel von der Masse M laufe mit dem Mittelpunkt einer ebenfalls vollkommen unelastischen Kugel von der Masse m in einer und derselben geraden Linie nach einerlei Richtung hin und hinter der Masse m her. Die Masse M habe eine größere Geschwindigkeit wie die Masse m, so daß sie dieselbe einholen und mit ihr zusammenstoßen muß. Die Geschwindigkeit der Masse M sei im Moment des Zusammenstoßes = G, diejenige der Masse m sei = g. Man soll das Verhalten der beiden Massen bei ihrem Zusammenstoße bestimmen. Da hier beide Körper nach einerlei Richtung hin wirksam sind, so kann bei ihrem Zusammenstoße von der Kraft ihrer Bewegung Nichts getilgt werden, es muß sich dieselbe vielmehr wegen der vollkommenen unelastischen Eigenschaft beider Körper durch den Zusammenstoß über beide Massen gleichförmig so verbreiten, als ob dieselben eine einzige zusammenhängende Masse bildeten, welche sich dann mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegt. Es muß also der stoßende Körper M an seiner Geschwindigkeit G verlieren, die Geschwindigkeit g der Masse m dagegen muß zunehmen. Da nun weiter im Augenblick des Zusammenstoßes die Bewegungskraft des stoßenden Körpers M G, die des gestoßenen dagegen m g ist, so folgt, indem wir die gemeinschaftliche Geschwindigkeit beider Körper nach dem Stoße mit $\mathfrak{G}$ bezeichnen:

2. $$(M + m)\,\mathfrak{G} = M\,G + m\,g\,;$$

3. $$\mathfrak{G} = \frac{M\,G + m\,g}{M + m} = G - \frac{m}{M + m}(G - g)$$
$$= g + \frac{M}{M + m}(G - g).$$

4. Es wird also in vorliegendem Falle die Geschwindigkeit G der stoßenden Masse M um die Größe $\frac{m}{M + m}(G - g)$ vermindert, dagegen die Geschwindigkeit g der gestoßenen Masse m um die Größe $\frac{M}{M + m}(G - g)$ vermehrt. Verlust und Zuwachs an Geschwindigkeit stehen im verkehrten Verhältniß der Massen.

5. Der Verlust an Bewegungskraft ergiebt sich also bei der stoßenden Masse, indem man ihren Verlust an Geschwindigkeit mit der Masse M multiplicirt, gleich $\frac{M\,m}{M + m}(G - g)$; und ebenso findet sich der Zuwachs an Bewegungskraft bei der gestoßenen Masse, indem man ihren Zuwachs an Geschwindigkeit mit der Masse m multiplicirt, gleich $\frac{M\,m}{M + m}(G - g)$.

Verlust und Zuwachs an Bewegungskraft sind einander vollkommen gleich, ihre Summe ist gleich Null; gleiche und entgegengesetzte Bewegungskräfte heben sich gegenseitig einander auf.

6. Verlust und Zuwachs der Bewegungskraft bezeichnen Bewegungskräfte nach entgegengesetzten Richtungen eines Körpers von der Masse $\frac{M\,m}{M + m}$, dessen Geschwindigkeit $G - g$ ist.

Es wird nicht ohne Interesse für uns sein, den Werth dieser Masse $\frac{M\,m}{M + m}$ im Vergleich zu den Massen M und m der beiden Körper gemetrisch zur Anschauung zu bringen.

Wenn wir die Körper als Prismen von gleichen Grundflächen betrachten, so können wir sie durch ihre Höhen mit einander vergleichen. Das Product zweier Körper M und m wird sich dann als ein Rechteck A B, Fig. 4, darstellen, dessen Seiten die beiden

Höhen der Körper bezeichnen, und zwar wird uns die Grundlinie m dieses Rechteckes den einen, seine Höhe M den andern Körper, das Rechteck A B selbst aber das Product M m beider Körper M und m vorstellen. — Verwandeln wir nun den Flächeninhalt des Rechteckes A B in ein Rechteck B C von der Grundlinie (B D =) M + m, so bezeichnet uns dessen Höhe C D die Masse des Körpers $\frac{M\,m}{M+m}$ im Vergleich zu den Massen M und m der beiden Körper. Es geht hieraus hervor, daß der Körper $\frac{M\,m}{M+m}$, der uns einen Factor des Verlustes und Zuwachses an Bewegungskraft vorstellt, stets kleiner ist, wie jeder der Körper M und m.

7. Obgleich bei dem betrachteten Zusammentreffen sich an der Summe der Bewegungskräfte beider Massen keine Aenderung ergiebt, so vermindert sich dagegen doch die Summe ihrer Geschwindigkeiten, denn wenn man von der Summe der Geschwindigkeiten *vor* dem Stoße, nämlich von G + g, die Geschwindigkeit **G** *nach* dem Zusammenstoße subtrahirt, so ergiebt sich:

8. $$G + g - \mathfrak{G} = \frac{M\,g + m\,G}{M + m},$$

also stets eine positive Differenz, woraus die Wahrheit der Behauptung erhellet.

33.

Ihre Arbeitskräfte.

1. Da sich durch den Zusammenstoß beider Massen M und m keine Veränderung in der Summe ihrer Bewegungskräfte ergiebt, indem die Bewegungskraft, welche die stoßende Masse M verliert, der gestoßenen Masse m wieder zuwächst, so könnten wir vielleicht zu der Annahme geneigt sein, daß dasselbe auch mit ihren Wirkungs- oder Arbeitskräften der Fall sei. Untersuchen wir aber wie es sich mit der Fähigkeit zur Arbeitsleistung vor und nach ihrem Zusammenstoße verhält, so finden wir im Ganzen einen Verlust an Arbeitskraft, der sich indessen in Molekularbewegung oder Wärme umsetzt.

Da die Bewegungsenergie oder Arbeitskraft eines bewegten Körpers gleich ist dem Producte aus seiner Masse in das halbe Quadrat seiner Geschwindigkeit, so erhalten wir, wenn wir die Energieen der Masse M vor und nach dem Stoße mit E und bezw. $\mathfrak{E}$, und diejenige der Masse m vor und nach dem Stoße mit e und bezw. $\mathfrak{e}$ bezeichnen, als Arbeitskräfte der Massen M und m vor dem Stoße:

2. $$E = \tfrac{1}{2} M G^2 ; \qquad e = \tfrac{1}{2} m g^2 ;$$

und als Arbeitskräfte dieser Massen nach dem Stoße:

3. $$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} M \left(\frac{M G + m g}{M + m} \right)^2 ; \quad \mathfrak{e} = \frac{1}{2} m \left(\frac{M G + m g}{M + m} \right)^2$$

Der Verlust an Arbeitskraft der Masse M ist also durch den Stoß:

4. $$E - \mathfrak{E} = \frac{1}{2} M \left[G^2 - \left(\frac{M G + m g}{M + m} \right)^2 \right]$$
$$= \frac{1}{2} \frac{M m}{M + m} (G - g) . \frac{2 M G + m (G + g)}{M + m} .$$

In gleicher Weise ergiebt sich, jedoch anstatt einer Abnahme eine Zunahme an Arbeitskraft der Masse m nach dem Stoße, nämlich:

5. $$\mathfrak{e} - e = \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{M G + m g}{M + m} \right)^2 - g^2 \right]$$
$$= \frac{1}{2} \frac{M m}{M + m} (G - g) . \frac{2 m g + M (G + g)}{M + m} .$$

Zieht man aber wiederum diese Zunahme an Arbeitskraft der Masse m von dem Verluste an Arbeitskraft der Masse M, nämlich 5) von 4), ab, so erhält man einen Gesammtverlust an Arbeitskraft nach dem Stoße, nämlich:

6. $$(E - \mathfrak{E}) - (\mathfrak{e} - e) = \frac{1}{2} \frac{M m}{M + m} (G - g)^2 .$$

Wir sehen, dieser Gesammtverlust entspricht der Arbeitskraft eines bewegten Körpers, dessen Masse $\frac{M m}{M + m}$ und dessen Geschwindigkeit G — g ist.

Es ist dies also derselbe Körper mit derselben Geschwindigkeit, bei welchem wir, in (32. 5.), gleichen Verlust und Zuwachs an Bewegungskraft gefunden hatten.

Dividiren wir daher mit dem Verluste und dem Zuwachse an Bewegungskraft in den Verlust an Arbeitskraft, nämlich mit (32. 5.) in obige Gleichung 6) so erhalten wir:

7. $\frac{1}{2}\frac{Mm}{M+m}(G-g)^2 : +\frac{Mm}{M+m}(G-g) = +\frac{1}{2}(G-g)$,

d. h. die Geschwindigkeit, welche sich für den Körper von der Masse $\frac{Mm}{M+m}$ in Wärme verwandelt. Um die volle Wärmequantität für den Körper M zu erhalten, haben wir $-\frac{1}{2}(G-g)$, und um diejenige für den Körper m zu erhalten, haben wir $+\frac{1}{2}(G-g)$ mit der Masse $\frac{Mm}{M+m}$ zu multipliciren, wodurch sich ergiebt:

8. $$-\frac{1}{2}\frac{Mm}{M+m}(G-g)+\frac{1}{2}\frac{Mm}{M+m}(G-g)=0.$$

Wir finden also die erzeugten Wärmemengen für beide Massen M und m als gleiche, mit entgegengesetzten Vorzeichen behaftete und dem halben Verluste und Zuwachse an Bewegungskraft entsprechende Größen, und wir dürfen unterstellen, daß, wenn sich beide Massen M und m durch den Stoß dergestalt zu einer einzigen Masse zu vereinigen im Stande wären, daß sich ihre kleinsten Bestandtheilchen regelmäßig gegen einander lagern könnten, sich auch ihre entgegengesetzten Molekularbewegungen einander aufheben würden, also in diesem Falle Wärme überhaupt nicht entstehen könnte.

Wir müssen also in der verlornen Arbeitskraft

$$\frac{1}{2}\frac{Mm}{M+m}(G-g)^2$$

diejenige Arbeitskraft erkennen, welche zur Wärmeerhöhung der beiden Körper M und m, also zur inneren oder Molekularbewegung der beiden Massen verwendet wird, während die Arbeitskraft $\mathfrak{E}$ für die räumliche Bewegung der beiden Massen nach dem Stoße sich in der Form

9. $$\mathfrak{E} = \frac{1}{2}(M+m)\mathfrak{G}^2$$

darstellt.

10. Addirt man beide Ausdrücke, 6) und 9), indem man für $\mathfrak{G}$ seinen Werth, aus (32. 3.), substituirt, so erhält man wieder

ganz richtig die Summe der Arbeitskräfte beider Massen **vor** dem Zusammenstoße, nämlich

11. $$\frac{1}{2} M G^2 + \frac{1}{2} m g^2 .$$

Es folgt hieraus, daß durch den Zusammenstoß keine Arbeitskraft verloren ging, sondern daß nur ein Theil derselben zur Erzeugung von Wärme aufgebraucht wurde.

b. Die Körper laufen gegeneinander.

34.

Ihre Bewegungskräfte.

1. Laufen aber die Körper von den Massen M und m nicht hintereinander her, sondern mit ihren bezüglichen Geschwindigkeiten G und g gerade **gegen einander**, und ist außerdem die Bewegungskraft $MG > mg$, so wird die kleinere Bewegungskraft mg der Masse m ganz aufgehoben und in der größeren MG der Masse M ein gleich großer Theil vernichtet. In beiden ist alsdann die Bewegungskraft nach dem Stoße zusammen gleich $MG - mg$, welche sich gleichmäßig über alle Theile der beiden Körper verbreitet. Bezeichnet also $\mathfrak{G}$ wieder die Geschwindigkeit beider Körper nach dem Stoße, so ist:

2. $$(M + m)\,\mathfrak{G} = MG - mg$$

3. $$\mathfrak{G} = \frac{MG - mg}{M + m} = G - \frac{m}{M + m}\cdot(G + g)$$
$$= -g + \frac{M}{M + m}(G + g).$$

4. Man ersieht, diese Formeln ergeben sich auch aus den Formeln 32. 2. und 3., wenn man daselbst $-g$ anstatt $+g$ substituirt. Deshalb ergeben sich auch die aus ihnen abgeleiteten Formeln alsbald durch diesen Zeichenwechsel des Werthes von g.

Wir sind daher im Stande das Verhalten zweier **gegen einander** laufenden Körper aus dem Verhalten zweier **hinter einander** herlaufender Körper alsbald abzuleiten.

5. Verluſt und Zuwachs an Geſchwindigkeit der beiden Körper nach dem Stoße verhalten ſich bei dem Gegeneinanderlaufen, wie bei dem Hintereinanderherlaufen, nämlich wie verkehrt die Maſſen. Verluſt und Zuwachs an Bewegungskraft ſind auch hier einander gleich und es iſt wiederum:

$$-\frac{M\,m}{M+m}(G+g)+\frac{M\,m}{M+m}(G+g)=0.$$

6. Verluſt und Zuwachs an Bewegungskraft beziehen ſich auf einen Körper, deſſen Maſſe wie bei hintereinander herlaufenden Körpern $\frac{M\,m}{M+m}$, deſſen Geſchwindigkeit dagegen $G+g$ iſt.

7. Die bei dem Zuſammenſtoße ſich entwickelnden Wärmequantitäten ſind ebenfalls bei beiden Körpern einander gleich und entgegengeſetzt und bilden wieder die Hälfte des Verluſtes und des Zuwachſes an Bewegungskraft.

35.

Ihre Arbeitskräfte.

1. Bezeichnen wiederum die Buchſtaben E und e die Bewegungsenergieen oder Arbeitskräfte der Maſſen M und m vor, und $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{e}$ nach dem Stoße, ſo ſind die Arbeitskräfte vor dem Stoße:

2. $$E=\tfrac{1}{2}M\,G^2;\qquad e=\tfrac{1}{2}m\,g^2;$$

alſo dieſelben, wie bei den Maſſen, welche hintereinander herlaufen (33. 2.). Für die Arbeitskräfte nach dem Stoße erhalten wir:

3. $$\mathfrak{E}=\frac{1}{2}M\left(\frac{M\,G-m\,g}{M+m}\right)^2;\qquad \mathfrak{e}=\frac{1}{2}m\left(\frac{M\,G-m\,g}{M+m}\right)^2;$$

indem wir, in (33. 3.), $-g$ anſtatt $+g$ ſubſtituiren.

Wir erhalten alſo für die Differenzen, nach (33.), weiter:

4. $$E-\mathfrak{E}=\frac{1}{2}\frac{M\,m}{M+m}(G+g).\frac{2\,M\,G+m\,(G-g)}{M+m};$$

5. $$\mathfrak{e}-e=\frac{1}{2}\frac{M\,m}{M+m}(G+g).\frac{-2\,m\,g+M\,(G-g)}{M+m};$$

6. $$(E-\mathfrak{E})-(\mathfrak{e}-e)=\frac{1}{2}\frac{M\,m}{M+m}(G+g)^2.$$

Feinheit, die uns jede bemerkbare Rückwirkung auf die Weltkörper selbst ausschließen läßt.

Am wenigsten haben wir sie aber als die Vermittler des Lichtes und der Wärme zu betrachten, eben weil sie das Licht und die Wärme *selbst* sind.

Sie sind also nicht die Träger des Lichtes; ja wir möchten die den Sonnenstrahlen entgegenwirkenden Lichtstrahlen der Fixsterne weit eher als ein Hinderniß für die *gleichmäßige* Fortpflanzung des Sonnenlichtes betrachten und annehmen, daß dasselbe *nicht* im quadratischen Verhältniß des durchlaufenen Raumes abnehme, sondern in einem etwas stärkeren Verhältnisse.

IV.

Geradlinige Bewegung.

Zweite Abtheilung.

Theorie des geraden Stoßes.

31.

Vorbemerkungen.

1. Wird ein Körper in Ruhe oder in Bewegung von einem bewegten Körper getroffen, so erhält er hierdurch das Bestreben, sich selbst in Bewegung zu setzen oder seine Bewegung zu ändern. Er wird hierbei, vermöge der Kraft seiner Trägheit, dem stoßenden Körper Widerstand leisten, nämlich der auf ihn ausgeübten Wirkung eine Gegenwirkung entgegensetzen, welche auch die Bewegung des stoßenden Körpers verändert. Und zwar wird die Veränderung, welche beide Körper durch den Stoß erleiden, von ihren Massen und der Geschwindigkeit ihrer Bewegungen abhängen.

Durch den Zusammenstoß zweier Körper werden also Veränderungen in denselben bewirkt, und da wir alle Veränderungen auf Ursachen zurückführen, die wir Kräfte nennen, so sagen wir, es übe durch den Stoß jeder Körper auf den andern eine Kraft aus. Es läßt sich übrigens zeigen, daß der Gesammtaufwand an Kräften für beide Körper hierbei stets gleich Null ist, weil die

10. Dividirt man dieſen Ausdruck mit dem Verluſte und Zuwachſe an Bewegungskraft, nämlich mit $\mp \frac{M\,m}{M+m}\,.\,G$, ſo ergiebt ſich $\mp \frac{1}{2}\,G$ als diejenige Geſchwindigkeit, welche ſich bei beiden Körpern in Wärme umſetzt. Die Wärmemengen ſelbſt ſind:

11. $$-\frac{1}{2}\,\frac{M\,m}{M+m}\,.\,G + \frac{1}{2}\,\frac{M\,m}{M+m}\,.\,G = 0.$$

37.

Der Stoß auf eine ruhende Maſſe, welche ſich nicht frei bewegen kann.

1. Findet aber bei dem Zuſammenſtoße für die Bewegung der Maſſe m ein Hinderniß ſtatt, ſo wird die Wirkung der ſtoßenden Maſſe M auf die Maſſe m ihre volle Arbeitskraft $\frac{1}{2}\,M\,G^2$ betragen. Die Gegenwirkung der Maſſe m wird ſomit ebenfalls $\frac{1}{2}\,M\,G^2$ ſein. Die Maſſe M wird alſo bei dem Zuſammenſtoße beider Körper dieſe Kraft verlieren, während dieſelbe Kraft der Maſſe m zuwächſt. Betrachten wir nun ſowohl den Verluſt an Kraft wie an Geſchwindigkeit bei der Maſſe M als negative Größen, ſo müſſen wir den Zuwachs an Kraft und Geſchwindigkeitsbeſtreben bei der Maſſe m als poſitive Größen bezeichnen und wir erhalten:

2. $$-\frac{1}{2}\,M\,(-G)^2 + \frac{1}{2}\,m\,(+G)^2 = 0,$$

ſo daß durch den Zuſammenſtoß im Ganzen weder eine Kraft erzeugt noch vertilgt wird.

3. Nun verwandeln ſich ſowohl bei der Maſſe M die verlorene Geſchwindigkeit $\frac{1}{2}\,G^2$, wie auch bei der Maſſe m das zwar gewonnene, aber durch das Hinderniß unterdrückte Geſchwindigkeitsbeſtreben $\frac{1}{2}\,G^2$ in Wärme. Das erzeugte Wärmequantum iſt daher ebenfalls:

4. $$-\frac{1}{2}\,M\,G^2 + \frac{1}{2}\,M\,G^2 = 0,$$

während ſich die Wärme des ſtoßenden Körpers M, nämlich: $-\frac{1}{2}\,G^2\left(=-\frac{1}{2}\,\frac{M}{M}\,.\,G^2\right)$ und die des geſtoßenen Körpers m zu $+\frac{1}{2}\,\frac{M}{m}\,.\,G^2$ ergiebt.

5. Die Wärmemenge sowohl der Masse M wie der Masse m wächst also hier offenbar mit der Masse M selbst und steht zugleich im quadratischen Verhältniß ihrer Geschwindigkeit, während die erzeugte Wärmemenge, wenn bei dem Stoße ein Hinderniß für die Bewegung der Masse m nicht vorhanden ist, nur im Verhältniß der einfachen Geschwindigkeit G der Masse M steht. Auch wird der Körper von der Masse m um so wärmer werden, je größer die Masse M in Bezug auf die Masse m ist.

6. Unser, in (22. 6.), auf dem Amboß liegender Bleiklumpen wird also desto heißer werden, je schwerer der Hammer ist, mit dem wir ihn behämmern und je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher die Schläge erfolgen.

In letzterer Beziehung wächst die Wärme im Verhältniß des Quadrates dieser Geschwindigkeit. Allerdings wird aber ein Theil dieser Wärme an den Amboß selbst übergehen.

B. Der Stoß vollkommen elastischer Körper.

a. Die Körper laufen hintereinander her.

38.

Bewegungskräfte.

1. Sind, im Gegensatze von A. a. die kugelförmigen Körper, welche hintereinander herlaufen, nicht vollkommen unelastisch, sondern vollkommen elastisch, so werden sich an der Stelle des Stoßes die Theilchen beider Körper eindrücken und die Einwirkung des Stoßes wird nicht plötzlich über beide Körper verbreitet. Um aber ihre vorige Lage wieder einzunehmen, werden die eingedrückten Stellen wieder zurückdrücken. — Vor dem Stoße waren die Bewegungskräfte M G und m g; nennen wir nunmehr die Geschwindigkeiten nach dem Stoße $\mathfrak{G}$ und bezw. $\mathfrak{g}$, und die Bewegungskräfte K und bezw. k.

Der stoßende Körper von der Masse M wird anfangs auf den gestoßenen von der Masse m so einwirken, als wäre M ein vollkommen unelastischer Körper und daher an seiner Bewegungskraft, nach (32. 5.), die Größe $\frac{M\,m}{M+m}(G-g)$ verlieren.

Die gestoßene Stelle des Körpers von der Masse m wird indessen wegen dessen Elasticität mit gleicher Stärke zurückdrücken und die Bewegungskraft des stoßenden Körpers wird daher nach dem Stoße sein:

2. $$K = MG - \frac{2\,M\,m}{M+m}(G-g),$$

also wird seine Geschwindigkeit sein:

3. $$\mathfrak{G} = G - \frac{2\,m}{M+m}(G-g) = \frac{(M-m)\,G + 2\,m\,g}{M+m}.$$

4. Die Theile des stoßenden Körpers werden an der Stelle des Stoßes, eben so wie diejenigen des gestoßenen Körpers zusammengedrückt; da erstere aber mit derselben Stärke wieder vorwärts drücken, so wird die Kraft der Bewegung $\frac{M\,m}{M+m}(G-g)$ bei dem gestoßenen Körper um gleichviel vermehrt. Bei dem gestoßenen Körper ist daher nach dem Stoße die Bewegungskraft, nämlich:

5. $$k = m\,g + \frac{2\,M\,m}{M+m}(G-g).$$

Folglich ist nach dem Stoße die Geschwindigkeit der gestoßenen Masse m, nämlich:

6. $$\mathfrak{g} = g + \frac{2\,M}{M+m}(G-g) = \frac{2\,M\,G - (M-m)\,g}{M+m}.$$

Die Summe der Bewegungskräfte ist also nach dem Stoße, nämlich:

7. $$K + k = MG - \frac{2\,M\,m}{M+m}(G-g) + mg + \frac{2\,M\,m}{M+m}(G-g)$$
$$= M\,G + m\,g$$

also wie vor dem Stoße und, nach (32. 2.), als ob beide Körper vollkommen unelastisch wären.

Dagegen ist die Aenderung der Geschwindigkeit bei beiden Körpern das Doppelte von derjenigen bei vollkommen unelastischen Körpern.

8. Die Geschwindigkeiten selbst, mit welchen beide elastische Körper sich nach dem Stoße weiter bewegen, sind also verschieden, während sie bei dem Stoße zweier unelastischen Körper einander gleich sind.

Letztere konnten daher nach dem Stoße als eine Masse bildend in Betracht gezogen werden, während erstere sich nach dem Stoße wieder von einander trennen.

39.

Ihre Arbeitskräfte.

Da wir die Geschwindigkeit der Masse M nach dem Stoße $\mathfrak{G}$ genannt haben, so ist ihre Arbeitskraft nach dem Stoße, nach (38. 3.):

1. $$\frac{1}{2} M \mathfrak{G}^2 = \frac{1}{2} M \left(\frac{2 m g + (M - m) G}{M + m} \right)^2.$$

Und da ihre Arbeitskraft vor dem Stoße $^1/_2 M G^2$ war, so ist der ganze Verlust an Arbeitskraft:

2. $$\frac{1}{2} M G^2 - \frac{1}{2} M \mathfrak{G}^2 = \frac{1}{2} M \left(G^2 - \left(\frac{2 m g + (M - m) G}{M + m} \right)^2 \right)$$
$$= \frac{2 M m}{M + m} (G - g) \cdot \frac{M G + m g}{M + m}.$$

Ganz auf dieselbe Weise ergiebt sich als Verlust an Arbeitskraft nach dem Stoße bei dem Körper von der Masse m:

3. $$\frac{1}{2} m g^2 - \frac{1}{2} m \mathfrak{g}^2 = \frac{1}{2} m \left(g^2 - \left(\frac{2 M G - (M - m) g}{M + m} \right)^2 \right)$$
$$= - \frac{2 M m}{M + m} (G - g) \cdot \frac{M G + m g}{M + m}.$$

Da sich aber dieser Verlust als negative Größe ergiebt, so stellt dieselbe für den Körper von der Masse m einen Gewinn an Arbeitskraft dar. Gewinn und Verlust an Arbeitskraft sind also auch hier wieder einander vollkommen gleich, und es ist:

4. $$^1/_2 M G^2 + {}^1/_2 m g^2 = {}^1/_2 M \mathfrak{G}^2 + {}^1/_2 m \mathfrak{g}^2.$$

Dividirt man nun Verluſt und Gewinn an Arbeitskraft, nämlich 2) und 3) mit dem Verluſt und Zuwachſe an Bewegungskraft, nämlich mit $\mp \frac{2\,M\,m}{M+m}\,(G-g)$, ſo erhalten wir als Verluſt und Gewinn an Geſchwindigkeit, welche ſich in Wärme verwandelt:

5. $$\mp \frac{M\,G + m\,g}{M+m}.$$

Dieſer Ausdruck bezeichnet uns zugleich dieſelbe Geſchwindigkeit, welche beide Körper nach dem Stoße erhalten hätten, wenn beide vollkommen unelaſtiſch geweſen wären (32. 2.).

b. Die Körper laufen gegeneinander.

40.

Bewegungs- und Arbeitskräfte.

1. Laufen aber beide vollkommen elaſtiſche Körper nicht hintereinander, ſondern gerade gegeneinander, ſo verliert der Körper von der Maſſe M die Größe der Bewegung $\frac{M\,m}{M+m}\,(G+g)$. Dieſe gewinnt der Körper von der Maſſe m und wirkt damit nach dem Geſetze der Elaſticität ebenſo ſtark wieder auf den Körper von der Maſſe M zurück. Daher iſt der Verluſt an Bewegungskraft für dieſen Körper (M) $\frac{2\,M\,m}{M+m}\,(G+g)$. Ganz auf dieſelbe Weiſe ergiebt ſich für den Körper von der Maſſe m ein Zuwachs an Bewegungskraft von $\frac{2\,M\,m}{M+m}\,(G+g)$.

Ueberhaupt haben wir zur Entwickelung der Formeln nur überall da $-g$ zu ſetzen, wo wir in dem Vorigen $+g$ geſchrieben haben. Wir erhalten dann analog:

2. $$K = M\,G - \frac{2\,M\,m\,(G+g)}{M+m} \qquad (38.\ 2.)$$

3. $$k = -m\,g + \frac{2\,M\,m\,(G+g)}{M+m} \qquad (38.\ 5.)$$

4. $K + k = MG - mg$ (38. 7.)

5. $\mathfrak{G} = \frac{(M - m)\,G - 2\,mg}{M + m}$ (38. 3.)

6. $\mathfrak{g} = \frac{(M - m)\,g + 2\,MG}{M + m}$ (38. 6.)

7. $\frac{1}{2} M G^2 - \frac{1}{2} M \mathfrak{G}^2 = \frac{2\,Mm\,(G + g)}{M + m} \cdot \frac{MG - mg}{M + m}$ (39. 2.)

8. $\frac{1}{2} m \mathfrak{g}^2 - \frac{1}{2} m g^2 = \frac{2\,Mm\,(G + g)}{M + m} \cdot \frac{MG - mg}{M + m}$ (39. 3.)

Der Ausdruck für Verluſt und Gewinn an Geſchwindigkeit, welche ſich durch den Stoß in Wärme verwandelt, iſt alſo — indem wir wieder mit dem Verluſt und Gewinn an Bewegungskraft in den Verluſt und Gewinn an Arbeitskraft, nämlich mit $\mp \frac{2\,Mm}{M + m}\,(G + g)$ in 7) und 8) dividiren:

9. $\mp \frac{MG - mg}{M + m}$.

10. Es iſt alſo nach dem Stoße auch hier die Summe der Bewegungskräfte, nach 4), eben ſo groß als wenn die Körper vollkommen unelaſtiſch wären (34. 2.).

Die Geſchwindigkeitsänderungen (38. 3. und 38. 6.) dagegen ſind wieder doppelt ſo groß wie bei vollkommen unelaſtiſchen Körpern (34. 3.).

Und die Geſchwindigkeit, welche ſich in Wärme verwandelt, (9)), iſt dieſelbe, welche zwei gegen einander laufende Körper von vollkommen unelaſtiſcher Maſſe nach ihrem Zuſammenſtoße erhalten (34. 3.).

41.

Fortſetzung.

1. Iſt $M = m$, ſo werden die Geſchwindigkeiten nach dem Stoße

der Maſſe M, nämlich $\mathfrak{G} = -g$ (40. 5.)

„ „ m, „ $\mathfrak{g} = +G$ (40. 6.)

d. h. beide Maſſen laufen mit verwechſelten Geſchwindigkeiten wieder

zurück und für beide Körper verwandelt sich die Geschwindigkeit, nach (40. 9), $+ \frac{1}{2}(G - g)$ in Wärme.

2. Sind die Geschwindigkeiten vor dem Stoße einander gleich, und hat der eine Körper das Dreifache der Masse des anderen, ist also $G = g$ und $M = 3m$, so folgt, aus (40. 5. und 6.):

$$\mathfrak{G} = 0 \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{g} = +2g$$

Es wird also der Körper von der Masse M zur Ruhe gelangen, während der von der Masse m mit der doppelten Geschwindigkeit zurückkehrt, und die Hälfte der vor dem Stoße gehabten Geschwindigkeit sich bei beiden Körpern in Wärme verwandelt.

3. Sind die Bewegungskräfte dor dem Stoße einander gleich, ist also $MG = mg$, so wird, nach (40. 5. und 6.)

$$\mathfrak{G} = -G \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{g} = +g$$

d. h. die Körper gehen mit denselben Geschwindigkeiten, die sie vor dem Stoße hatten, wieder zurück.

In diesem Falle geht also die Bewegungskraft eines jeden Körpers in den andern Körper über, und da hierdurch kein Körper von seiner Bewegungskraft etwas verliert, so behält auch jeder seine Arbeitskraft, und mithin entsteht auch bei keinen der Körper eine Wärmezunahme. Das Verhalten zweier zusammenstoßenden Körper mit gleichen Bewegungskräften ist also bei vollkommen elastischen Massen gerade das Gegentheil des Verhaltens vollkommen unelastischer Massen (35. 12.). Während sie bei diesen gänzlich zur Ruhe kommen, gehen sie bei den vollkommen elastischen Massen mit der innehabenden Geschwindigkeit wieder zurück.

42.

Der Stoß auf eine ruhende Masse, welche sich frei bewegen kann.

Ist einer der vollkommen elastischen Körper, etwa der von der Masse m, nicht in Bewegung, sondern in Ruhe, also seine Geschwindigkeit $g = 0$, so haben wir in dem Vorhergehenden für g nur 0 zu substituiren, um das Verhalten beider vollkommen elastischen Körper M und m zum Ausdruck zu bringen.

Wir erhalten:

1. $$K = MG - \frac{2Mm}{M+m} \cdot G \qquad (40.2.)$$

2. $$k = +\frac{2Mm}{M+m} \cdot G \qquad (40.3.)$$

3. $$K + k = MG \qquad (40.4.)$$

4. $$\mathfrak{G} = G - \frac{2m}{M+m} \cdot G = \frac{M-m}{M+m} \cdot G \qquad (40.5.)$$

5. $$\mathfrak{g} = +\frac{2M}{M+m} \cdot G \qquad (40.6.)$$

6. $$\frac{1}{2} M G^2 - \frac{1}{2} M \mathfrak{G}^2 = \frac{2Mm\,G}{M+m} \cdot \frac{MG}{M+m} \qquad (40.7.)$$

7. $$\frac{1}{2} m \mathfrak{g}^2 = \frac{2Mm\,G}{M+m} \cdot \frac{MG}{M+m} \qquad (40.8.)$$

und als Ausdruck für verlorene und gewonnene Geschwindigkeit, welche sich durch den Stoß in Wärme verwandelt

8. $$\mp \frac{MG}{M+m} \qquad (40.9.)$$

9. Sind die Massen einander gleich, so wird, aus 4) und 5):

$$\mathfrak{G} = 0 \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{g} = G$$

d. h. der stoßende Körper gelangt zur Ruhe und der gestoßene geht mit der Geschwindigkeit des stoßenden weiter fort. Die Geschwindigkeit, welche sich durch den Stoß in Wärme verwandelt, ist: $\mp \frac{G}{2}$.

43.

Nachbemerkungen.

Aus der Vergleichung des geraden Zusammenstoßes zweier absolut unelastischen Körper mit denjenigen zweier absolut elastischen Körper geht hervor, daß für den Verlust und Gewinn an Geschwindigkeit nach dem Stoße eigentlich nur zwei Paar verschiedene Größen in Erwägung kommen, nämlich bei den unelastischen:

1. $$-\frac{m(G \mp g)}{M+m} \qquad \text{und} \qquad +\frac{M(G \mp g)}{M+m}$$

und bei den elastischen:

2. $$-\frac{2M(G+g)}{M+m} \quad \text{und} \quad +\frac{2M(G+g)}{M+m}.$$

Da alle bekannten festen Körper weder absolut unelastisch, noch absolut elastisch sind, sondern in Beziehung auf ihre Elasticität zwischen beiden Grenzen liegen, so müssen auch die Geschwindigkeitsänderungen zwischen diesen Grenzen liegen.

Denken wir uns obige Ausdrücke mit dem Coefficienten A behaftet, so muß mithin $A > 1$ und $A < 2$ sein. Und wäre das Verhältniß der zusammenstoßenden Körper zur vollkommenen Elasticität bekannt, so ließe sich der Werth von A hieraus bestimmen, also auch das Verhalten der Körper nach dem Stoße immer angeben.

3. Das Verfahren zur Beurtheilung des schiefen Zusammenstoßes zweier kugeligen Körper siehe (51. 8.).

C. Gegenseitige Anziehung der Massen.

44.

Das Gravitationsgesetz.

Nach dem Newton'schen Gravitationsgesetze wirkt eine Kugel zum Halbmesser R (r), deren Masse M (m) ist, auf die Punkte ihrer Oberfläche mit einer Kraft P (p), welche gleich ist der Masse dieser Kugel, dividirt durch das Quadrat ihres Halbmessers. Es ist nämlich:

1. $$P = \frac{M}{R^2}; \qquad p = \frac{m}{r^2};$$

und es ergiebt sich:

2. $$P : p = \frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}.$$

Die anziehenden Kräfte zweier Massen M und m verhalten sich also wie diese Massen, dividirt durch die Quadrate der bezüglichen Entfernungen der anziehenden Kräfte vom Mittelpunkte der Anziehung.

Für $M = m$ wird:

3. $P : p = r^2 : R^2$ oder $P R^2 = p r^2$,

d. h. bei einer und derselben anziehenden Masse verhalten sich die anziehenden oder Centripetalkräfte umgekehrt wie die Quadrate ihrer bezüglichen Entfernungen von dem Mittelpunkte der Anziehung. Oder auch: Bei einer und derselben anziehenden Masse sind die Producte aus den Centripetalkräften in die Quadrate ihrer bezüglichen Entfernungen vom Mittelpunkte der Anziehung stets einander gleich.

Setzen wir dagegen in 2) $R = r$, so folgt:

4. $P : p = M : m$,

d. h. in gleichen Entfernungen verhalten sich die anziehenden oder Centripetalkräfte wie die anziehenden Massen.

Wir verwerthen nun diesen Satz bei der Untersuchung über das Verhalten zweier sich gegenseitig anziehenden Massen.

45.

Das Verhalten zweier sich gegenseitig anziehenden Massen.

Es seien, Fig. 5., M und m zwei sich gegenseitig anziehende Massen von sphärischer Gestalt, P und p seien ihre anziehenden Kräfte, alsdann theilt, wenn man sich beide Massen als ein System und ihre Mittelpunkte durch eine gerade Linie mit einander verbunden denkt, ihr gemeinschaftlicher Schwerpunkt S diese Linie in zwei ungleiche Theile und es ist, nach der Lehre vom Hebel,

1. $M : m = (m\,S) : (M\,S)$.

Hieraus und aus (44. 4.) folgt:

2. $P : p = (m\,S) : (M\,S)$.

Nun verhalten sich, nach (12. 11.) die anziehenden Kräfte

wie die Beschleunigungen, und, nach (13. VI. 2.) die Beschleunigungen wie die zurückgelegten Wege. Also ist auch:

3. $P : p = (m\,w) : (M\,W) = w : W$

und aus der Vergleichung von 2) und 3) folgt:

4. $(m\,\mathfrak{S}) : (M\,\mathfrak{S}) = (m\,w) : (M\,W)$.

Aus dieser Proportion ergiebt sich, daß die sich gegenseitig anziehenden Massen — abgesehen von ihren Halbmessern — gleichzeitig in dem gemeinschaftlichen Schwerpunkte anlangen.

Nun folgt aus der Vergleichung von 3) mit (44. 4.):

5. $M : m = w : W$ oder $M\,W = m\,w$

d. h. bei zwei sich gegenseitig anziehenden Massen sind die Producte aus diesen Massen in die bezüglichen zurückgelegten Wege stets einander gleich.

Es verhalten sich aber bei gleichen verflossenen Zeiten, nach (13. VI. 3.), die zurückgelegten Wege wie die Endgeschwindigkeiten. Bezeichnet man daher die Endgeschwindigkeit der Masse M mit G und diejenige der Masse m mit g, so ist:

6. $w : W = g : G$.

Aus der Vergleichung von 5) und 6) folgt:

7. $M : m = g : G$ oder $M\,G = m\,g$

d. h. zwei sich gegenseitig anziehende Massen bewegen sich stets mit gleichen aber entgegengesetzten Bewegungskräften, sie stoßen daher auch mit gleichen Bewegungskräften zusammen, mithin heben sich, bei absolut unelastischen Körpern die gegenseitigen progressiven Bewegungen gänzlich gegen einander auf oder die Massen gelangen zum Stillstande (35. 12.)

8. Betrachtet man die beiden sich anziehenden Körper, wie geschehen, als Theile eines Systems, so ergiebt sich, nach (20. 7.), daß jeder Körper, wegen des Verlustes seiner fortschreitenden Bewegung die Hälfte seiner Bewegungskraft einbüßt, daß also, wegen der entgegengesetzten Bedeutung der Werthe von G und g, nämlich wegen

$$\tfrac{1}{2}\,M\,G + \tfrac{1}{2}\,M.\,(-g) = 0$$

gleich große Theile der Bewegungskräfte sich gegenseitig aufheben.

9. Sind die Bewegungskräfte zweier Körper M G und m g, so sind ihre Arbeitskräfte $\tfrac{1}{2}\,M\,G^2$ und $\tfrac{1}{2}\,m\,g^2$, und es verbleibt also

nach dem Zusammenstoße den Theilchen der Masse M das Bestreben sich mit einer Geschwindigkeit $^1/_2$ G weiter zu bewegen, sowie den Theilchen der Masse m das Bestreben verbleibt, sich mit einer Geschwindigkeit $^1/_2$ g weiter zu bewegen. Beide Geschwindigkeiten verwandeln sich in Molekularbewegung oder in Wärme. Die Gesammtwärmeentwickelung wird also betragen:

10. $$^1/_2 M G + {}^1/_2 m. (-g) = 0,$$

so daß also auch von der Arbeitskraft oder der Bewegungsenergie kein Theil übrig ist und kein Theil verloren ging.

11. Stellen wir uns unter der Masse M die Erde und unter der Masse m irgend einen fallenden Körper vor, so erkennen wir, daß sich die Erde und der Körper mit gleichen Bewegungskräften einander nähern. Die Veränderung, welche die Erde hierbei erleidet, geschieht freilich in so minimalem Maße, daß sich dieselbe gänzlich unserer Beobachtung entzieht, aber sie läßt sich doch bestimmen, sobald uns das Verhältniß der beiden Massen M und m zu einander bekannt ist.

Die Kraft, welche die Erde auf den fallenden Körper ausübt, übt auch Letzterer, und zwar in entgegengesetzter Bedeutung, gleichzeitig auf die Erde aus, und der Gesammtkräfteaufwand ist deshalb stets gleich Null. Es geht daraus zur Evidenz hervor, wie unrecht diejenigen Physiker haben, welche eine unvermittelte Fernewirkung nicht mit dem Princip von der Erhaltung der Kraft in Einklang bringen können, da ja das Gravitationsgesetz dieses Princip geradezu bestätigt.

46.

Der freie Fall der Körper aus großen Entfernungen.

1. In den wenigsten Fällen wird wohl eine directe Anziehung zweier Himmelskörper erfolgen. In den meisten dagegen wird der kleinere Himmelskörper in die Anziehungssphäre des größeren schon mit einer gewissen Geschwindigkeit und einer bestimmten Richtung eintreten, so daß für den Fall eines Zusammentreffens der Stoß nicht gerade, sondern schief erfolgen muß.

Wir wollen indessen den selteneren Fall, den geraden Stoß, als den einfacheren, hier im Auge haben.

2. Da sich die anziehenden Kräfte verkehrt wie die Quadrate der Entfernungen der angezogenen Körper vom Mittelpunkte des anziehenden Körpers verhalten, so können wir die Attractionskraft eines Himmelskörpers auf große Entfernungen hiernach nicht mehr als eine unveränderliche Kraft wie an seiner Oberfläche betrachten, wir müssen sie vielmehr als eine veränderliche ansehen. Die Physik löst nun mit Hülfe der Gleichung (44. 3.) folgende

Aufgabe. Ein von einem Himmelskörper aus weiter Entfernung angezogener Körper, dessen ursprüngliche Richtung A A, Fig. 6., direct auf den Mittelpunkt des anziehenden Körpers gerichtet ist, falle (von A aus) mit einer Anfangsgeschwindigkeit = u.

Wie groß ist seine Geschwindigkeit v in irgend einem Punkte B des Fallraumes?

Auflösung. Es bezeichne M den Mittelpunkt des anziehenden Himmelskörpers und es sei A M = R; C M = r; es bezeichne ferner B irgend einen beliebigen Punkt des Fallraumes. Es sei also A B = s ein durchlaufener Theil desselben, und die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in B sei = v. Wir haben alsdann, wenn wir, in (12. 10. und 9.) P für f, v für g und s für w schreiben:

3. $$v = \frac{ds}{dz};$$

4. $$P = \frac{dv}{dz};$$

woraus folgt:

5. $$v.\,dv = P.\,ds.$$

In diesem Falle bedeutet uns also der Werth von P die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers in dem Punkte B am Ende der ersten Secunde, also für die Entfernung A M — A B = R — s.

Bezeichnen wir ferner die Geschwindigkeit, welche ein freifallender Körper an der Oberfläche der anziehenden Kugel von dem

Halbmesser $CM = r$ am Ende der ersten Secunde erlangt, mit p, so haben wir, analog (44. 3.):

6. $$P : p = r^2 : (R - s)^2;$$

also ist auch:

7. $$P = \frac{p r^2}{(R - s)^2}.$$

Führt man diesen Werth von P in 5) ein, so ergiebt sich:

8. $$v.\, dv = \frac{p r^2}{(R - s)^2}.\, ds;$$

daher ist:

9. $$\frac{1}{2} v^2 = \frac{p r^2}{R - s} + \text{Const.}$$

Setzt man (AB $=$) $s = 0$; so wird $v = u$, daher

10. $$\text{Const.} = \frac{1}{2} u^2 - \frac{p r^2}{R}$$

und das vollständige Integral ergiebt sich:

11. $$v^2 = u^2 + \frac{2 p r^2 . s}{R (R - s)}.$$

Schreibt man $R - r$ für s, so erhält man die Geschwindigkeit, mit welcher der angezogene Körper an der Oberfläche des anziehenden Himmelskörpers anlangt, nämlich:

12. $$v^2 = u^2 + \frac{2 p r (R - r)}{R}.$$

47.

Das Maximum der Geschwindigkeit, welches einem Körper durch die Anziehung einer Masse mitgetheilt werden kann.

Aus (45. 7.) können wir durch übereinstimmende Addition der Glieder nachstehende Proportion ableiten:

1. $$(M + m) : m = (g + G) : G.$$

Wenn wir in dieser Proportion die Größe $M + m$ als eine constante Größe betrachten, so werden wir auch die Größe $g + G$ als eine constante Größe betrachten müssen, und es wird dann die

Geschwindigkeit G von der kleineren Maße m allein abhängen. Erscheint uns weiter in der constanten Summe M + m die Maße m als veränderlich, so wird M zu- oder abnehmen, wenn m ab- oder zunimmt. Es wird aber hierbei die constante Summe M + m keine Aenderung erleiden, mithin auch nicht die Größe g + G.

Lassen wir aber m bis zu dem Werthe von 0 abnehmen, so wird auch G = 0 werden und es wird also in diesem Falle g + G = g − 0 = g.

2. Es folgt hieraus, daß wir die Summe der Geschwindigkeiten zweier sich gegenseitig anziehenden kosmischen Massen stets erhalten, wenn wir den größeren der beiden Körper als ruhend und nur den kleineren als sich bewegend annehmen. Die Formel (46. 9.), in welcher R die Entfernung des angezogenen Körpers vom Mittelpunkte des anziehenden, r den Halbmesser der anziehenden Masse, p die Geschwindigkeit eines freifallenden Körpers am Ende der ersten Secunde an der Oberfläche des anziehenden Körpers bezeichnen, und u die dem angezogenen Körper ursprünglich innewohnende Geschwindigkeit ausdrückt, giebt uns Auskunft über die Geschwindigkeit v, welche der angezogene Körper am Ende der Fallhöhe s erlangt. Nehmen wir an, daß der angezogene Körper nicht in Bewegung, sondern in Ruhe war, so haben wir u = 0 zu setzen.

Und wollen wir die Geschwindigkeit g bestimmen, die der angezogene Körper bei seinem Zusammenstoße mit dem anziehenden hat, so haben wir in der Gleichung (46. 11.) R − r für s zu substituiren, wodurch dieselbe, indem wir g für v schreiben, übergeht in:

3. $$g^2 = 2pr\cdot\frac{R-r}{R}.$$

Da aber für unsere Annahme der gegenseitigen Anziehung zweier Körper der Halbmesser r der anziehenden Masse gegen die Entfernung R der beiden Körper von einander offenbar für Nichts zu erachten ist, so erhalten wir:

4. $$g^2 = 2rp \quad \text{oder} \quad g = \sqrt{2rp},$$

welche Formel uns also sagt: die Endgeschwindigkeit, mit welcher der angezogene Körper aus — sagen wir „unendlicher" Entfernung

mit dem anziehenden zusammentrifft, wäre, unter der Voraussetzung, daß ihm der anziehende Körper nicht entgegenkommt, gleich der Quadratwurzel aus dem Producte des Durchmessers 2 r des anziehenden Körpers in die Geschwindigkeit p, welche ein an seiner Oberfläche freifallender Körper am Ende der ersten Secunde erlangt. Wir dürfen sie als das Maximum von Geschwindigkeit ansehen, welches der anziehende Körper durch seine Anziehung überhaupt hervorzubringen vermag.

Nunmehr folgt aus 1):

5. $$g + G = \sqrt{2rp}$$

und hieraus:

6. $$G = \frac{m\sqrt{2rp}}{M+m} \quad \text{und} \quad g = \frac{M\sqrt{2rp}}{M+m}$$

48.

Erhöhung der Wärmegrade zweier sich gegenseitig anziehenden Himmelskörper durch den Zusammenstoß.

1. Findet durch die gegenseitige Anziehung zweier Himmelskörper ein gegenseitiger Zusammenstoß statt, und abstrahiren wir von der Bahngeschwindigkeit, welche denselben bereits innewohnte, als sie in die gegenseitige Anziehungssphäre eintraten, so läßt sich durch die Verbindung der Formeln (47. 6.) und (23. 6.) die Erhöhung der Wärmegrade bestimmen, welche die zusammenstoßenden Himmelskörper erleiden müssen. Bezeichnen wir, analog diesen Formeln, die sich gegenseitig anziehenden Himmelskörper mit M und m, die Geschwindigkeiten, mit welchen sie zusammenstoßen, mit G und g, die Wärmeerhöhungen mit $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{m}$, den Halbmesser des größeren Himmelskörpers M mit r, und die Geschindigkeit eines freifallenden Körpers an der Oberfläche des Himmelskörpers M am Ende der ersten Secunde mit p, so ergibt sich, indem wir die in (47. 6.) gefundenen Werthe für G und g in (23. 6. und bezw. 7.) substituiren, alsbald

2. $$\mathfrak{W} = \frac{m^2}{(M+m)^2} \cdot 2\,r\,p.\ 0^o{,}00006;$$

$$w = \frac{M^2}{(M+m)^2} \cdot 2\,r\,p.\ 0^o{,}00006.$$

Hieraus folgt:

3. $\mathfrak{W} : w = m^2 : M^2$ oder $\mathfrak{W}\,M^2 = w\,m^2$

d. h. die Wärmeerhöhungen verhalten ſich umgekehrt wie die Quadrate der Maſſen.

49.

Abſtraction aus der Theorie des Zuſammenſtoßes zweier Körper.

1. Wir erſehen aus dem Abgehandelten, daß bei dem mechaniſchen Stoße d. i. bei dem Zuſammentreffen zweier Körper, im Ganzen weder Kräfte verloren gehen, noch erzeugt werden, da die Bewegungskräfte, welche dem einen Körper genommen werden, an den anderen übergehen, und daß ſich der ſcheinbare Verluſt an Arbeitskräften in Wärme verwandelt. Dieſe Wärme wird ſich zwar als ſtrahlende Wärme wieder den Körpern entziehen, ſie wird ſich aber anderen Körpern mittheilen und ſomit als Kraft erhalten bleiben.

2. Auch geht aus dem Abgehandelten die Wahrheit unſerer Behauptung in (14. 5.) hervor, daß nämlich, wenn der Fall der Körper an der Erdoberfläche nicht durch die Anziehung der Erde, ſondern durch den mechaniſchen Stoß irgend einer Kraft erfolgte, der ſchwerere Körper langſamer fallen müßte, wie der leichtere. Denn dem mechaniſchen Stoße von irgend welcher Kraft, der den Fall des Körpers veranlaßte, würde der geſtoßene Körper einen Widerſtand leiſten, und zwar im Verhältniß ſeiner Maſſe. Der Widerſtand einer größeren Maſſe würde demnach größer ſein, wie der einer kleineren und die hervorgebrachte Geſchwindigkeit der größeren Maſſe wäre daher auch kleiner, wie die Geſchwindigkeit der kleineren Maſſe. Da aber dieſen Sätzen die Erfahrung vollkommen widerſpricht, und alle Körper in gleicher Weiſe fallen, von wie großer

und wie kleiner Masse sie auch sein mögen, so folgt daraus, daß sie der auf sie wirkenden Kraft keinen Widerstand entgegensetzen, daß es also nicht die mechanische Kraft des Stoßes ist, welche auf sie wirkt, und daß also auch der Fall der Körper überhaupt gar nicht durch den mechanischen Stoß einer äußeren Kraft erklärt werden könne. — Trotzdem halten noch manche Physiker die Anziehungskraft der Materie für Aberglauben und quälen sich damit ab, sie durch den mechanischen Stoß erklären zu wollen.

Und da sich kein sichtbarer Körper vorfindet, der den Stoß zur Ausführung bringt, so lassen wieder Einige den hypothetischen Aether stoßend auf den fallenden Körper einwirken, während Andere dieses Geschäft den Lichtstrahlen der Weltkörper übertragen und es Massendruck nennen.

50.

Das Kräfte- oder Geschwindigkeits-Parallelogramm.

1. Wirken mehrere Kräfte, welche nicht mit einander parallel laufen, zugleich auf einen Körper, so kann man die Bewegung eine zusammengesetzte nennen.

Wirken zwei solcher Kräfte auf einen Körper, so heißt der Winkel, welcher ihre Richtungen einschließt, Richtungswinkel, die Kräfte selbst heißen Seitenkräfte (Componenten) und die Kraft, welche für sich allein gleiche Wirkung wie die Seitenkräfte hervorbringen kann, heißt Mittelkraft, auch Resultante.

2. Wirken auf einen in A, Fig. 7., ruhenden Körper zwei unveränderliche Kräfte, a und b, nach verschiedenen Richtungen, welche den Richtungswinkel B A C $= \gamma$ einschließen, gleichförmig ein, so wird sich der Körper — welchen die Kraft a, wenn sie allein wirkte, in einer bestimmten Zeit z nach B brächte, die andere Kraft b dagegen, wenn sie ihrerseits allein wirkte, aber in derselben Zeit nach C treiben würde — durch ihr Zusammenwirken; nach Ablauf der Zeit z in D befinden. Er wird hierbei, wenn die Kräfte a und b gleichförmig wirken, sich beständig in der Diagonale des Parallelogramms bewegen, welches die Kräfte a und b zu an-

liegenden Seiten hat. D. h. die Diagonallinie $AD = c$ des aus den Seitenkräften $AB = a$ und $AC = b$ gebildeten Parallelogramms ist die Mittelkraft der beiden Seitenkräfte oder bezeichnet uns die Richtung des bewegten Körpers, sowie die Länge des Wegs, welchen er in der bestimmten Zeit z zurücklegt.

Das Parallelogramm BC, Fig. 7., bei welchem zwei Seiten AB und AC oder zwei Seitenkräfte a und b den Richtungswinkel $BAC = \gamma$ einschließen und deren Diagonale $AD = c$ die Mittelkraft vorstellt, heißt Kräfte- auch Geschwindigkeitsparallelogramm.

Aus geometrischen Gründen ist in demselben stets der Werth der Mittelkraft

3. $$c = \sqrt{a^2 \pm 2ab \cdot \cos\gamma + b^2},$$

$\pm$, wenn der Richtungswinkel

$$\gamma \text{ ein } \left\{\begin{matrix}\text{spitzer}\\ \text{stumpfer}\end{matrix}\right\} \text{ Winkel ist.}$$

Nennt man den Seitenwinkel BAD (CAD), welchen die Seitenkraft $AB = a$ ($AC = b$) mit der Mittelkraft $AD = c$ bildet, α (β), so ist zur Bestimmung dieser Seitenwinkel aus geometrischen Gründen:

4. $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b \cdot \sin\gamma}{a + b \cdot \cos\gamma}; \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{a \cdot \sin\gamma}{b + a \cdot \cos\gamma}.$$

Da uns die Mittelkraft c stets die Seite eines Dreiecks darstellt, deren beide andern Seiten die Componenten a und b gleich sind, so ist sie stets kleiner wie die Summe dieser beiden Seitenkräfte. Nur für $\gamma = 0$, also $\cos\gamma = 1$ folgt aus 3):

5. $$c = \sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = a + b;$$

d. h. Wirken zwei Kräfte nach einerlei Richtung, so ist die Mittelkraft gleich der Summe der beiden andern.

Ist dagegen $\gamma = 180°$, also $\cos\gamma = -1$, so wird

6. $$c = \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = a - b \quad \text{oder} \quad b - a.$$

Es ist dann $c = 0$, wenn $a = b$ ist.

7. Ist die Größe einer Kraft c und die Richtung derselben gegeben, so können auf unendlich viele Arten zwei Kräfte gefunden werden, die auf einen Punkt ebenso wirken, wie die gegebene Kraft, weil zu einer als Diagonale gegebenen geraden Linie unendlich viele Parallelogramme bestimmt werden können.

Zu einer gegebenen Kraft zwei andere ebenso wirkende Kräfte finden, heißt *die Kraft in Seitenkräfte zerlegen*.

8. Häufig geschieht diese Zerlegung in der Weise, daß die Kräfte- oder Geschwindigkeits-Componenten senkrecht auf einander stehen. So findet beispielsweise bei Beurtheilung des *schiefen* Zusammenstoßes zweier kugeligen Körper eine Zerlegung ihrer Geschwindigkeiten in der Weise statt, daß bei jedem der beiden Körper die eine der Componenten mit der Stoßrichtung, nämlich der Centralrichtung des Zusammenstoßes, zusammenfällt, und die andere Componente mit der in dem Punkte des Zusammenstoßes auf die Centrallinien errichteten Senkrechten parallel läuft.

Bei dem Nachweise der Erhaltung der Kraft auch bei dem schiefen Stoße findet übrigens im Allgemeinen dasselbe Verfahren statt wie bei dem geraden, nur kommen hier die Componenten der Geschwindigkeit zur Stoßwirkung, welche in die Stoßrichtung fallen, während die tangentialen Componenten theils Rotation bewirken, theils die Körper in der tangentialen Richtung weiter treiben. Auch hier geht, wie bei dem geraden Stoße, der Verlust an Arbeitskraft in Wärme über, nur ergeben sich für beide Körper bei dem schiefen Stoße kleinere Verluste an Arbeitskräften, also auch geringere Wärmeerhöhungen, wie bei dem geraden Stoße.

V.

Kreis-Bewegung.

51.

Vorbemerkungen.

1. Wenn, im Gegensatze zu (50.), die auf einen Körper in A (Fig. 8.) gleichzeitig wirkenden Kräfte a und b dies nicht gleichförmig thun, sondern nur die eine Kraft gleichförmig wirkt, während die andere Kraft eine beschleunigte Bewegung erzeugt, so kann der bewegte Körper natürlich keine gerade, sondern er muß eine krumme Linie beschreiben. Würde also z. B. die Kraft b für sich allein den Körper in einer bestimmten Zeit gleichförmig von A nach G treiben, die andere a dagegen für sich allein den Körper in eben dieser Zeit gleichförmig beschleunigt nach F bewegen, so würde sich derselbe, wenn sie zusammen wirken, am Ende dieser Zeit in E befinden. Ebenso würde in der doppelten Zeit der Körper, wenn die gleichförmig wirkende Kraft b allein auf ihn influirte, den doppelten Weg, nämlich A C zurücklegen, er würde sich also in C befinden, während ihn die gleichförmig beschleunigende Kraft a in derselben Zeit nach B verbringt. Bei dem gleichzeitigen Einwirken beider Kräfte wird also der Körper am Ende der doppelten Zeit in D anlangen. U. s. w.

2. Lassen wir einen Körper nicht senkrecht auf die Erde fallen, sondern werfen wir ihn horizontal von uns, so ertheilen wir ihm das Bestreben, sich horizontal gleichförmig weiter zu bewegen. Die Anziehungskraft der Erde wird ihn aber jeden Augen-

blick von dieser horizontalen Richtung ablenken und ihn mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit zur Erde herabziehen. — Der Körper wird also (auch ohne den Widerstand der Luft, der seine Geschwindigkeit außerdem beständig vermindert) eine krumme Linie beschreiben.

3. Die Bahnbewegungen der Himmelskörper, welche durch zwei zusammenwirkende Kräfte bestimmt werden, geschehen in solchen krummen Linien; während die eine derselben für sich allein den Körper nach einer und derselben gewohnten Richtung (vermöge seines Beharrungsvermögens) in gerader Linie gleichförmig fortbewegen, die zweite Kraft aber, welche von der Masse eines anderen Himmelskörpers ausgeht und anziehend auf denselben wirkt, für sich allein thätig, ihn nach dieser Masse mit Beschleunigung hinziehen würde.

52.

Die Bahnen der Himmelskörper.

1. Die Mechanik des Himmels lehrt, daß die Himmelskörper, auf welche zwei Kräfte gleichzeitig wirken, von welchen die eine eine gleichförmige, die andere dagegen eine beschleunigende oder verzögernde ist, sich (außer in dem Falle (46. 2.), in welchem die Bewegung des angezogenen Körpers in gerader Linie stattfindet), nur in einer Kegelschnittslinie bewegen können; also entweder in einem Kreise, einer Ellipse, einer Parabel oder einer Hyperbel.

Welche von diesen Linien ein bewegter Himmelskörper beschreibt, hängt im Einzelfalle von der Richtung und der Geschwindigkeit ab, nach welcher und mit welcher er sich bewegt.

2. Bekanntlich bewegen sich die Planeten und Kometen in Ellipsen, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet. Die Bahnen der Ersteren nähern sich jedoch sehr dem Kreise, während die Bahnen der Letzteren, mit wenigen Ausnahmen, von Parabeln kaum zu unterscheiden sind, manchmal sogar Hyperbeln bilden. Auch die Monde beschreiben annähernd Kreise und die Bahnen der beiden innersten Monde des Jupiter lassen sich vom Kreise kaum unterscheiden.

3. Von diesen krummlinigen Bahnen ist offenbar die Kreisbahn die einfachste, weswegen wir sie zuerst unserer näheren Betrachtung unterziehen wollen, um so mehr als die Planetenbahnen von derselben nicht viel abweichen.

4. Wir sagen von einem Himmelskörper, der sich um einen andern im Kreise bewegt, er habe eine freie Kreisbewegung, weil uns der Zusammenhalt zwischen ihm und dem Hauptkörper, um welchen er sich bewegt, nicht sichtbar ist. Es mag aber die Vorstellung, als seien beide Körper wirklich mittelst unsichtbarer Fäden mit einander verbunden, ihre Berechtigung finden, weil sie uns wenigstens das Wie der Bewegung erklärt, obgleich nicht das Warum.

Stellen wir uns also vor, es liefen von allen Elementen des anziehenden Körpers unsichtbare Fäden nach dem Mittel- oder Schwerpunkte des angezogenen Körpers aus, welche die Anziehung bewirkten, so begreift sich, daß die Stärke der Anziehung mit der Zahl der Fäden, d. h. mit der Masse des anziehenden Körpers — und zwar in dem entsprechenden Maße — wachsen wird. Denken wir uns aber alle diese Fäden in dem Mittel- oder Schwerpunkte des anziehenden Körpers vereinigt, und an dem auf sie senkrecht stehenden Durchschnitt des angezogenen Körpers gleichmäßig vertheilt, so kann dieser Durchschnitt als ein Theil einer Kugelschale betrachtet werden, und es wird analog dem Gesetze über die Beleuchtung von Flächen durch die Strahlen eines Lichtes, die Anziehung im umgekehrten quadratischen Verhältniß mit der Entfernung beider Körper zu- oder abnehmen.

5. Das Bestreben, welches diese unsichtbaren Fäden in beständiger Spannung erhält, nennen wir Centrifugalkraft.

6. Dieselbe Betrachtung, welche wir hier bei der freien Kreisbewegung anstellten, können wir auch auf die freie elliptische Bewegung ausdehnen, mit dem Unterschiede, daß sich bei jedem Umlaufe die Fäden einmal verlängern und dann wieder auf das gehabte Maß verkürzen würden. Hat nämlich der umlaufende Körper von dem anziehenden die kleinste Entfernung erreicht, so wachsen von da an die Fäden wieder bis zu einem bestimmten Maximum, in welchem beide Körper die größte Entfernung von einander haben.

Alsdann verkürzen sie sich wiederum bis der umlaufende Körper abermals seine kleinste Entfernung von dem anziehenden einnimmt. Die Summe der kürzesten und längsten Fäden ist aber stets eine unveränderliche Größe, und die Hälfte dieser Summe, also die halbe Summe der kleinsten und größten Entfernung des umlaufenden Körpers von dem anziehenden Körper, nennt man seine mittlere Entfernung.

7. Man kann sich auch, wie dies von älteren Physikern geschehen ist, vorstellen, die Peripherie des Kreises, in welcher sich der umlaufende Körper bewegt, sei ein größter Kreis einer Kugel. Alsdann ist auch die Vorstellung zulässig: daß ein auf einer Kugelschale sich bewegender Punkt einen Druck auf dieselbe ausübe. Bewegt sich dieser Punkt außerhalb der Kugelschale, so stellt der von ihm auf die Schale ausgeübte Druck die Centripetalkraft vor, bewegt er sich dagegen innerhalb derselben, so versinnlicht er uns die Centrifugalkraft.

53.

Das Verhalten der Centrifugal- und Centripetalkraft bei der freien Kreisbewegung.

1. Denken wir uns, es bewege sich ein Element A, Fig. 9., frei im Kreise zum Halbmesser (A M) = R um eine Masse, deren Schwerpunkt in M liegt, so wird dasselbe wegen seiner Trägheit das Bestreben haben, sich nach der Tangente (A C) mit der ihm innewohnenden Geschwindigkeit G gleichförmig hin zu bewegen. Es würde demnach, wenn keine äußere Kraft auf es wirkte, nach einem sehr kleinen Zeittheile z wirklich in einem Punkte C dieser Tangente ankommen müssen.

2. Allein da in der That eine äußere Kraft, nämlich die Anziehungskraft der Masse in M, auf das Element in A wirkt, die es nöthigen will, in demselben kleinen Zeittheile in gerader Richtung nach dem Punkte M und zwar mit gleichförmig beschleunigter Bewegung sich zu bewegen, so wird das Element während des kleinen

Zeittheiles z den kleinen Bogen (A D) beſchreiben, den wir einer geraden Linie gleich achten dürfen.

3. Das Element in A wird ſich alſo am Ende der kleinen Zeit z nicht in dem Punkte C, ſondern in dem Punkte D befinden, und wir können uns, indem wir uns (B D) parallel mit der Tangente (A C), und (C D) parallel mit dem Halbmeſſer (A M) gezogen denken, vorſtellen, das Element habe während der Zeit z die Diagonale eines Geſchwindigkeitsparallelogramms (B C) zurückgelegt, (51.), und zwar die eine Seite (A C) deſſelben mit gleichförmiger Geſchwindigkeit = G, die andere (A B) = (C D) dagegen mit gleichförmig beſchleunigter Geſchwindigkeit.

4. Das Beſtreben eines Körpers, welches einem Körper durch die Maſſe eines andern Körpers mitgetheilt wird, ſich dieſem zu nähern, haben wir Centripetalkraft genannt (5. 3.) und geſehen, daß dieſelbe die Wirkung der Attractionskraft des anziehenden Körpers iſt, daß ſie die Anziehungskraft zur Urſache hat.

5. Wir ſehen nun, daß die Wirkung der Attractionskraft durch das Beſtreben der Tangentialbewegung des angezogenen Körpers vollkommen aufgehoben wird, d. h., daß ſich das angezogene Element wegen ſeiner ihm innewohnenden tangentialen Bewegung dem Mittelpunkte M nicht zu nähern im Stande iſt. Daß alſo in der dem Elemente innewohnenden Geſchwindigkeit (A C) = G, bezw. des Beſtrebens zur tangentialen Bewegung, die Urſache liegen muß, die in derſelben Zeit z ſeine Entfernung um daſſelbe Stück (C D) = (A B) von dem Mittelpunkte M bewirkt, um welche es ſich vermöge der Centripetalkraft demſelben hätte nähern müſſen.

6. Wir erkennen mithin in dem Beſtreben des Elementes, der Anziehung nicht Folge zu leiſten, eine Wirkung, deren Urſache die Tangentialbewegung iſt. Da aber die Bewegung eine Kraft iſt, ſo iſt auch ihre Wirkung eine Kraft und wir nennen ſie, weil ſie dem Element, entgegengeſetzt der Centripetalkraft, das Beſtreben verleiht, ſich von dem Mittelpunkte zu entfernen: Mittelpunktsfliehkraft oder Centrifugalkraft (52. 7.).

Ebenſo wie die Centripetalkraft aus der Maſſe des anziehenden Körpers reſultirt, ſo entſpringt die Centrifugalkraft aus der tangentialen Bewegung des angezogenen Körpers.

7. Die Centrifugalkraft ist mithin nicht die Gegenwirkung der Centripetalkraft, da sie nicht eine Folge derselben ist. Noch weniger aber haben wir zu ihrer Erklärung nöthig, den festen Körpern neben ihrer Anziehungskraft zugleich auch eine Abstoßungs- oder Repulsionskraft beizulegen, sie also mit Eigenschaften zu versehen, die sich schon von vornherein gegenseitig aufheben.

8. Centripetalkraft ohne Verbindung mit Centrifugalkraft ist denkbar, denn sonst könnten sich z. B. bei dem Fall an der Oberfläche der Erde die Körper nicht senkrecht nach derselben bewegen. Und wären die Umläufe der Satelliten die Folge einer centrifugalen Abstoßung der rotirenden Hauptkörper, wie Manche meinen, so könnte der Fall der Körper an der Erdoberfläche kein senkrechter sein. Dagegen ist bei der Bewegung der Himmelskörper neben dem Vorhandensein von Centrifugalkraft stets auch Centripetalkraft thätig, denn sonst könnte z. B. der Mond kein Begleiter unserer Erde sein.

54.

Bestimmung der Centrifugalkraft bei der freien Kreisbewegung.

Die Centrifugalkraft ist also bei der freien Kreisbewegung eine der Centripetalkraft durchaus gleiche, aber entgegengesetzte Kraft, und beide wirken, da das Element die Kreisperipherie nicht verläßt, stets in einer und derselben nach dem Mittelpunkte des Kreises gerichteten geraden Linie. Zur Bestimmung der Centrifugalkraft C genügt daher auch die bloße Bestimmung der Centripetalkraft P, da dann stets $P = C$ ist. Wir wollen dieselbe nach dem gewöhnlichen Vortrage der Lehrbücher über Mechanik in Nachstehendem kurz vornehmen. Bedeutet (A D), Fig. 9., ein sehr kleines Stück des Kreisbogens zum Halbmesser $(A M) = R$, in welchem Bogen sich der angezogene Körper während der sehr kurzen Zeit z bewegt, so kann man annehmen, daß die Centripetalkraft P mit unveränderter Stärke wirke, so lange sich der Körper in (A D) befindet. Man hat nun, indem man in (13. III. 1.) P für $^1/_2$ f schreibt:

1. $$P = \frac{w}{z^2} = \frac{(A\,B)}{z^2}.$$

Es bedeutet uns nämlich P den von dem angezogenen Körper in einem sehr kleinen Zeittheile zurückgelegte Weg, vermöge der Centripetalkraft.

Und diese Bedeutung wird um so mehr mit der Wahrheit übereinstimmen, je kleiner wir den Kreisbogen (A D) annehmen.

Da uns also der Bogen (A D) ein sehr kleines Stück der Kreisperipherie vorstellt, so dürfen wir ihn mit seiner Sehne verwechseln und wir haben aus geometrischen Gründen:

2. $$(A\,B) : (A\,D) = (A\,D) : 2\,(A\,M).$$

Mithin ist:

3. $$(A\,B) = \frac{(A\,D)^2}{2\,(A\,M)} \quad \text{oder} \quad w = \frac{(A\,D)^2}{2\,R}.$$

Nun hat aber der bewegte Körper das Bestreben auch den Weg (A D) in derselben Zeit z mit der Geschwindigkeit G gleichförmig zu durchlaufen; es ist also:

4. $$(A\,D) = G\,z \quad \text{oder} \quad (A\,D)^2 = G^2\,z^2,$$

also ist auch, wegen 3):

5. $$w = \frac{G^2\,z^2}{2\,R}$$

und diesen Werth in 1) substituirt, giebt:

6. $$P = \frac{G^2}{2\,R}.$$

Hieraus folgt, wenn wir P nicht die Bedeutung des am Ende eines sehr kleinen Zeittheiles z zurückgelegten Weges, sondern die am Ende dieses Zeittheilchens erlangte Geschwindigkeit beilegen, nach (12. 7.).

7. $$P = \frac{G^2}{R} = C.$$

Ingleichen erhalten wir für einen andern mit einer Geschwindigkeit = g frei im Kreise umlaufenden Körper, dessen Bahnhalbmesser r und dessen Centripetal- und Centrifugalkräfte p und c sind:

8. $$p = \frac{g^2}{r} = c.$$

9. Da wir hier eine zweidimensionale Größe, g^2, durch eine eindimensionale Größe, r, dividiren, so sind die Centripetal- und Centrifugalkräfte als eindimensionale Größen zu betrachten; wir haben sie daher auch den eindimensionalen Kräften, also den Druckkräften, zuzuzählen und beide haben gleichmäßigen Anspruch auf die Bezeichnung einer (Druck-)Kraft (52. 7.).

10. Es ist also sowohl die Centripetal- wie die Centrifugalkraft eines sich in einem Kreise frei bewegenden Körpers gleich dem Quadrate seiner Geschwindigkeit, dividirt durch seine Entfernung vom Attractionspunkte. Es läßt sich auch die Formel 7) oder 8), dahin auslegen: der von einem Element durch seine Bewegung auf (oder in) einer Kugelschale ausgeübte Druck ist gleich dem Quadrate seiner Geschwindigkeit, dividirt durch den Halbmesser (52. 7.)

11. Indem wir in concreten Fällen zur Bestimmung der Centripetal- und Centrifugalkräfte bestimmte Zahlenwerthe für G und R substituiren, werden uns beide Kräfte „für Bewegung substituirte Rechnungsgrößen."

55.

Bewegung zweier räumlich getrennten Massen um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt.

In dem Bisherigen haben wir die umlaufende Masse m als um den Schwerpunkt der anziehenden Masse M beweglich betrachtet. Diese Betrachtung ist indessen nur dann streng richtig, wenn wir die angezogene Masse m gegen die anziehende Masse M als unendlich klein betrachten oder ihr selbst keine Anziehungskraft beimessen, also die anziehende Masse als ruhend annehmen. Da sie aber im Verhältniß ihrer Größe auch auf die Masse M anziehend wirkt, beide Masse sich also gegenseitig anziehen, so ist auch die Masse M eine in Bewegung befindliche, und die Bewegung jeder der beiden Massen findet nicht um den Schwerpunkt der andern Masse sondern um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt beider Massen statt. Beide Massen können demnach als ein System von

Körpern in Betracht gezogen werden. Und legen wir einer solchen Betrachtung die Sätze in (45.) zu Grunde, so werden uns die Größen W und w nicht mehr gerade Linien, d. h. nicht mehr die nach den anziehenden Körpern hin durchlaufenen Räume, sondern die von den Körpern bei ihren Umläufen durchlaufenen Wege, also Kreisbögen vorzustellen haben; und die Größen G und g werden nicht mehr die Geschwindigkeiten am Ende der zurückgelegten Wege bedeuten, sondern uns die tangentialen Geschwindigkeiten, also für die freie Kreisbewegung gleichförmige Geschwindigkeiten vorstellen und zwar g die tangentiale Geschwindigkeit der Masse m, und G diejenige der Masse M.

Es folgt dann, aus (45. 6.)

$$1. \qquad \frac{2\,W\,\pi}{n} : \frac{2\,w\,\pi}{n} = G\,.\,z : g\,.\,z$$

d. h. aliquote Theile der Kreisumfänge, mithin auch die Kreisumfänge selbst, werden in gleichen Zeiten oder mit gleichen Winkelgeschwindigkeiten zurückgelegt.

Die umlaufenden Körper ändern also ihre Entfernungen von dem gemeinschaftlichen Schwerpunkte nicht, und der Schwerpunkt S des Systems liegt stets in der geraden Verbindungslinie M m der Schwerpunkte M und m der umlaufenden Körper.

Bewegen sich aber beide Körper nicht in Kreisen, sondern in Ellipsen, so ist der Schwerpunkt des Systems der gemeinschaftliche Brennpunkt der Bahnen beider Körper.

Aber auch bei der elliptischen Bewegung wird der Schwerpunkt des Systems seine Lage in Bezug auf die Schwerpunkte M und m der beiden umlaufenden Massen beibehalten, d. h. er wird stets ein Punkt der geraden Verbindungslinie M m verbleiben.

Stellen uns nun, in Fig. 10., M und m die beiden umlaufenden Massen und S den Schwerpunkt des Systems vor, und bewegt sich die Masse M von M nach R, so wird sich in derselben Zeit die Masse m nach r bewegen und R S r wieder eine gerade Linie sein.

Da aber hier Winkel M S R dem Winkel m S r gleich ist, so entsprechen den umlaufenden Körpern in gleichen Zeiten propor-

tionale Geschwindigkeiten und die Umlaufszeiten beider sind einander gleich. Ueberdies verhält sich, nach (45. 1.)

2. $$M : m = (r \mathfrak{S}) : (R \mathfrak{S}) = (m \mathfrak{S}) : (M \mathfrak{S}).$$

Die Radienvectoren stehen also gegenseitig in Proportion und die beiden Bahnellipsen sind einander ähnliche Ellipsen, deren Absidenlinien zusammenfallen.

Es geht aus dieser Betrachtung noch hervor:

3. Daß sich bei der elliptischen Bewegung die umlaufenden beiden Körper zwar einander nähern, aber auch wieder in ganz gleicher Weise von einander entfernen und daß sie in ihrem — sagen wir — Periastrum die kleinste und in ihrem Apastrum die größte Entfernung von einander haben.

4. Die Beobachtung zeigt uns in den Doppelsternen solche kosmischen Körper, welche sich um einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt bewegen. Wir dürften einem solchen System eine ewige Dauer beilegen, wüßten wir nicht, daß es einmal entstanden sei, und daß es mithin auch nothwendigerweise einmal wieder zu Grunde gehen müsse. Als Ursachen der endlichen Zerstörung eines solchen Systems lassen sich annehmen, die anziehende Kraft dritter Körper, oder die Bewegung des Systems in einem widerstehenden Mittel.

56.

Vergleichung der Centrifugalkraft bei der freien Kreisbewegung mit Derjenigen einer sich um ihre Axe drehenden Kugel.

Dreht sich eine Kugel von fester Masse frei um eine Axe, und ist die Geschwindigkeit ihrer Drehung, d. h. eines Punktes ihres Aequators $= G$ (oder g), und ihr Halbmesser $= R$ (oder r), so ist, nach (54. 7.), der Ausdruck für die Centrifugalkraft C (oder c), nämlich:

1. $$C = \frac{G^2}{R} \quad \text{oder} \quad c = \frac{g^2}{r}.$$

Da aber hier die Festigkeit der Masse die Stelle der Centripetal- oder Anziehungskraft vertritt, so ist nicht zugleich auch

$P = C$ (oder $p = c$). Beschreibt ein Punkt des Aequators diesen größten Kreis $(2R\pi)$ oder $(2r\pi)$ in der Zeit T (oder t), so ist

2. $$G = \frac{2R\pi}{T} \qquad \text{oder} \qquad g = \frac{2r\pi}{t};$$

in welchen Ausdrücken also π das Verhältniß des Aequatorumfanges zum Durchmesser der Kugel bezeichnet.

Aus 1) und 2) ergiebt sich:

3. $$C = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R \qquad \text{oder} \qquad c = \frac{4\pi^2}{t^2} \cdot r.$$

Und hieraus folgt:

4. $$C : c = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$$

d. h. die Centrifugalkräfte am Aequator verhalten sich bei zwei verschiedenen Kugeln und verschiedenen Umlaufszeiten wie ihre Halbmesser, dividirt durch die Quadrate der bezüglichen Umlaufszeiten.

5. Die Formeln 3) und 4) behalten auch für die freie Kreisbewegung, für welche $P = C$ und $p = c$ ist, und R und r die Entfernungen der Mittelpunkte der umlaufenden Körper vom Mittelpunkt des anziehenden Körpers bezeichnen, ihre Gültigkeit, und es läßt sich dann die Proportion 4) folgendermaßen ausdrücken:

Bei der freien Kreisbewegung verhalten sich sowohl die Centripetal-, als auch die Centrifugalkräfte wie die Entfernungen der umlaufenden Körper vom Mittelpunkte der Anziehung, dividirt durch die Quadrate der bezüglichen Umlaufszeiten. —

Substituirt man in 4) für C und c die Werthe aus 1), so ergiebt sich:

6. $$G : g = \frac{R}{T} : \frac{r}{t};$$

in Worten: Bei zwei sich um eine und dieselbe Masse frei im Kreise bewegender Körper verhalten sich deren Geschwindigkeiten wie ihre Entfernungen vom Mittelpunkte der Anziehung, dividirt durch ihre Umlaufszeiten. —

Auch bei zwei Kugeln von verschiedenen Halbmessern und verschiedenen Umlaufszeiten ist die Proportion 6) für die Geschwindigkeiten eines jeden Punktes am Aequator gültig.

Da bei einer und derselben sich um ihre Axe drehenden Kugel von fester Masse alle Punkte in gleichen Zeiten gleiche Umläufe machen, also für dieselben stets $T = t$ ist, so folgt aus 4)

7. $$C : c = R : r ;$$

es verhalten sich also bei einer sich um eine Axe drehenden festen Kugel die Centrifugalkräfte für jeden ihrer Punkte, wie deren Entfernungen von der Drehungsaxe also wie die Halbmesser der bezüglichen Parallelkreise. Und da sich, nach 6), wenn $T = t$ ist, auch ebenso die Geschwindigkeiten der einzelnen Punkte verhalten, so verhalten sich auch bei der Kugel:

8. $$C : c = G : g ,$$

nämlich die Centrifugalkräfte wie die Geschwindigkeiten.

9. Aus 7) und 8) folgt weiter:

Bei einer sich um eine Axe drehenden Kugel von fester Masse nehmen sowohl die Geschwindigkeiten wie auch die Centrifugalkräfte vom Aequator an, woselbst sie am größten sind, nach den Polen hin beständig ab, und es besteht an den Polen selbst keine Centrifugalkraft und keine Drehungsgeschwindigkeit, weil, für $r = 0$, auch c und g gleich Null sein müssen.

57.

Die Centrifugalkraft einer sich um ihre Axe drehenden Kugel von fester Masse.

1. Bedeutet A a B M A, Fig. 11., den vierten Theil eines größten Kugeldurchschnitts, ist (A M =) R (= B M) der Halbmesser der Kugel und (a b =) r der Halbmesser eines Parallelkreises zum Breitenwinkel (a M A =) α; bedeutet ferner (A^1 A =) C die Centrifugalkraft am Aequator, während uns (a^1 a =) c die in der Ebene des Parallelkreises zum Halbmesser (a b =) r wirkende Centrifugalkraft vorstellt, — so findet die Proportion (56. 7.) statt; daher ist $C > c$ und es folgt:

2. $$c = C . \frac{r}{R}$$

und weil $$r = R . \cos \alpha \text{ ist,}$$

3. $$c = C . \cos \alpha .$$

4. Da, nach (54.), die Centrifugalkraft mit der Centripetalkraft stets in einer und derselben nach dem Mittelpunkte der Anziehung gerichteten geraden Linie wirkt, so wirkt sie auch in dem Punkte a des Parallelkreises in einer durch ihn nach dem Mittelpunkte M gelegten Geraden a M. Zerlegen wir demnach die in der Parallelkreisebene thätige Centrifugalkraft ($a^1\ a =$) c in zwei Seitenkräfte, indem wir von a^1 eine Senkrechte $a^1 k$ auf die Verlängerung von a M fällen, so wirkt die eine dieser Seitenkräfte, ($k\ a =$) c^1, nach der Richtung a M der Centripetalkraft und die andere Seitenkraft $a^1 k$ geht für die Wirkung auf a verloren. Wegen der Gleichheit des Winkels $k\ a\ a^1$ mit dem Winkel α des Breitegrades ergiebt sich also die auf den Punkt a des Parallelkreises in der Richtung a M wirkende Centrifugalkraft, nämlich:

5. $$c^1 = c \,.\, \cos \alpha.$$

Also ist auch, wenn wir für c seine Werthe aus 2) und 3) substituiren:

6. $$c^1 = C \,.\, \frac{r^2}{R^2} = C \,.\, \cos^2 \alpha.$$

7. Es nehmen also bei einer rotirenden Kugel die Wirkungen der Centrifugalkräfte vom Aequator an nach den Polen hin im Verhältniß der Quadrate der Cosinus der Breitengrade ab, während die Centripetalkräfte unverändert bleiben und in allen Punkten der Oberfläche der Kugel der Centripetalkraft am Aequator gleich bleiben. Da aber die Centrifugalkraft der Centripetalkraft stets entgegenwirkt, so wird diese durch jene vermindert, und wir haben daher, um die wahre Centripetalkraft für irgend einen Punkt der Oberfläche einer rotirenden Kugel zu erhalten, die Centrifugalkraft des gedachten Punktes zu seiner Centripetalkraft zu addiren. Bedeutet daher p die Centripetalkraft für irgend einen Punkt der Oberfläche einer rotirenden Kugel, p^1 dagegen die Centripetalkraft für denselben Punkt, wenn die Kugel nicht rotirte, und ist c^1 seine Centrifugalkraft, so ist stets:

8. $$p^1 = p + c^1 \qquad \text{oder} \qquad p = p^1 - c^1.$$

58.

Centripetal- und Centrifugalkraft eines sich um seine kleine Axe drehenden Ellipsoides.

1. Bei einem Ellipsoide von fester Masse, (das sich um seine kleine Axe dreht), verhält sich die Anziehung an seiner Oberfläche anders wie bei einer Kugel. Bei dieser folgt die Anziehung an der Oberfläche in der Richtung des Halbmessers, bei jenem in der Richtung der Normale, wie wir bei unserer Erde beobachten. Beide, Kugel und Ellipsoid, stimmen demnach darin mit einander überein, daß bei beiden die Richtungen der Anziehung in irgend einem Punkte der Oberfläche dieser Körper auf der an diesen Punkt gelegten tangirenden Ebene senkrecht stehen. In großen Entfernungen wirkt jedoch die Anziehung des Ellipsoides wie die der Kugel, nämlich nach dem Mittelpunkte.

2. Denken wir uns dagegen ein Ellipsoid von einer homogenen flüssigen Masse, deren Dichte „unendlich" gering ist, in derem Mittelpunkte sich aber ein Körper von sehr beträchtlicher Masse befindet, so können wir bei einem solchen Ellipsoide die Anziehung für jedes seiner Elemente als direct nach dem Mittelpunkte gerichtet, betrachten.

Es wird dann auch hier, wie bei einer sich um ihre Axe drehenden Kugel die Centrifugalkraft am Aequator am größten sein, sie wird mit den Parallelkreisen abnehmen und unter den Polen sich als Null ergeben. Und dasselbe wird mit der Geschwindigkeit der Elemente der Fall sein.

Nennen wir für irgend einen Punkt seiner Oberfläche den Halbmesser des durch ihn gelegten Parallelkreises a, den zugehörigen Halbmesser des Ellipsoides ρ, den entsprechenden Winkel der wahren Breite α, seine Centrifugalkraft c, und diejenige eines Punktes am Aequator C, so ist, analog (56. 7.):

3. $$C : c = A : a = A : \rho \cdot \cos \alpha;$$

also

4. $$c = \frac{a}{A} \cdot C = C \cdot \frac{\rho \cdot \cos \alpha}{A}.$$

Nun wirkt aber bei unserem gedachten Ellipsoide die Centrifugalkraft c^1 wie bei der Kugel in der Richtung des Halbmessers und es ist wie bei der Kugel (57. 5):

5. $$c^1 = c. \cos \alpha,$$

daher auch:

6. $$c^1 = C. \frac{\rho . \cos^2 \alpha}{A}.$$

7. Die vorausgegangenen Betrachtungen sind für die Punkte des Aequators und die beiden Pole ohne Wirkung, weil an allen Punkten des Aequators die Centrifugalkraft mit der Centripetalkraft in einer und derselben Ebene, nämlich der Aequatorebene wirkt, und an den beiden Polen nur Centripetal- aber keine Centrifugalkraft besteht.

8. Auch folgt hieraus noch, sowie aus (57.), daß man einen Fehler begeht, wenn man zur Ermittelung der wahren Centripetalkraft irgend eines Punktes der Oberfläche einer rotirenden Kugel (oder auch eines Ellipsoides von sehr verdünnter Masse und pericentrischer Verdichtung) den Cosinus der Breite anstatt des Quadrates des Cosinus in Rechnung bringt. Ausgenommen hiervon sind jedoch die Punkte des Aequators und die beiden Pole aus den in 7) angeführten Gründen.

59.

Gleiche Centralbewegung. Das dritte Keppler'sche Gesetz.

Da bei der freien Kreisbewegung Centripetal- und Centrifugalkräfte, nach (54.) stets einander gleich sind, so dürfen wir auch, in (44.) unbedenklich C und c für P und p substituiren. Wir erhalten dann, aus (44. 3.):

1. $$C : c = r^2 : R^2 \quad \text{oder} \quad C R^2 = c r^2;$$

d. h. bei einer und derselben anziehenden Masse verhalten sich auch die Centrifugalkräfte der umlaufenden Körper umgekehrt wie die Quadrate der bezüglichen Entfernungen dieser Körper vom Mittelpunkte der Anziehung. Oder: Bei einer und derselben anziehenden Masse sind auch die Producte aus den Centrifugalkräften der um-

laufenden Körper in die Quadrate ihrer Entfernungen vom Mittelpunkte der Anziehung stets einander gleich.

2. Wegen der Gleichheit dieser Producte sagen wir, es finde bei einer und derselben anziehenden Masse stets gleiche Centralbewegung statt. —

Substituiren wir in 1) für C und c ihre Werthe aus (54. 7.), so ergiebt sich:

3. $$G^2 : g^2 = r : R ;$$

d. h. die Quadrate der Geschwindigkeiten der um eine und dieselbe Masse frei im Kreise umlaufenden Körper verhalten sich wie umgekehrt die Entfernungen dieser Körper vom Mittelpunkte der Anziehung. Substituiren wir dagegen in 1) für C und c ihre Werthe aus (56. 3.), so erhalten wir:

4. $$T^2 : t^2 = R^3 : r^3$$

das dritte Keppler'sche Gesetz.

Hiernach verhalten sich bei einem und demselben anziehenden Körper die Quadrate der Umlaufszeiten der umlaufenden Körper wie die Würfel ihrer Entfernungen vom Mittelpunkte der Anziehung.

5. Bei der Entwickelung dieses Gesetzes gingen wir von der Voraussetzung aus, daß der Körper, um welchen der Umlauf geschieht, fest stehe. Da dies aber nicht der Fall ist, sondern sich der anziehende Körper ebenfalls bewegt, nämlich von dem angezogenen Körper ebenfalls angezogen wird, so ist das genannte Gesetz nicht in seiner vollen Strenge anwendbar, eben weil man nicht den Centralkörper als vollkommen ruhend voraussetzen darf.

Wir ersehen nun aus dem Abgehandelten, daß die Bewegung, welche der Nebenkörper bei dem Centralkörper bewirkt, in demselben Verhältniß kleiner, als die durch den Hauptkörper hervorgebrachte Bewegung des Nebenkörpers ist, in welchem die Masse des Nebenkörpers kleiner, als diejenige des Hauptkörpers ist. Wenn Haupt- und Nebenkörper sich einander nähern, so ist die Größe dieser Annäherung die Summe der Bewegungen dieser beiden Körper, und sie muß daher größer sein, als wenn der Hauptkörper ruhte, d. h. unbeweglich wäre — und zwar in demselben Verhältniß größer, in welchem die Summe der Massen von Haupt- und Nebenkörper zum Hauptkörper steht. Die Größe der Annäherung

beider Körper iſt alſo dieſelbe, die ſein würde, wenn der Hauptkörper feſt, aber ſeine Maſſe um die Maſſe des Nebenkörpers größer wäre.

Wir dürfen daher zur Vergleichung der Bahnen verſchiedener Nebenkörper das 3. Keppler'ſche Geſetz unter der Vorausſetzung gelten laſſen, daß die Anziehung von einer Maſſe herrühre, welche gleich der Summe der Maſſen von Haupt- und Nebenkörper ſei. Bezeichnen wir die Maſſe eines Hauptkörpers mit M, diejenige ſeines Nebenkörpers mit m, die Zeit eines Umlaufes mit T und die Entfernung beider Körper mit R; und haben die Buchſtaben: $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{R}$ analoge Bedeutung für ein anderes Syſtem, ſo werden wir finden:

6. $$R^3 : \mathfrak{R}^3 = T^2 . (M + m) : \mathfrak{T}^2 . (\mathfrak{M} + \mathfrak{m})$$

d. h. es verhalten ſich für verſchiedene Syſteme die Cuben der mittleren Entfernungen wie die Producte aus den Quadraten der Umlaufszeiten in die Summe der Maſſen der anziehenden und angezogenen Körper.

Für ein und daſſelbe Syſtem, (für $M = \mathfrak{M}$) iſt mithin:

7. $$R^3 : \mathfrak{R}^3 = T^2 . (M + m) : \mathfrak{T}^2 . (M + \mathfrak{m}).$$

Wir dürfen alſo dieſe Proportion mit der in 4) als übereinſtimmend betrachten, wenn die Maſſe M in Bezug auf die Maſſen m und $\mathfrak{m}$ ungemein groß iſt.

60.

Vergleichung der Geſchwindigkeit eines um eine Maſſe ſich frei im Kreiſe bewegenden Körpers mit der Geſchwindigkeit, welche er erhält, wenn er aus der doppelten Entfernung angezogen wird.

1. Bewegt ſich ein Himmelskörper von der Maſſe m in einer Entfernung = R vom Attraktionspunkte mit einer Geſchwindigkeit = G frei im Kreiſe um einen andern Himmelskörper von der Maſſe M, ſo iſt ſeine Geſchwindigkeit P der Anziehung, nach (54. 7.) nämlich:

2. $$P = \frac{G^2}{R}. \qquad \text{Alſo iſt auch:} \qquad G^2 = PR.$$

Aus (44. 3.) aber folgt:

3. $$P = \frac{p r^2}{R^2}; \quad \text{also ist auch:} \quad G^2 = \frac{p r^2}{R};$$

in welchem Ausdrucke uns r den Halbmesser des anziehenden Körpers M, und p die Geschwindigkeit eines an seiner Oberfläche frei fallenden Körpers am Ende eines sehr kleinen Zeittheilchens bedeutet.

4. Erleidet dagegen der Himmelskörper von der Masse m, im Gegensatze zu 1), directe Anziehung von der Masse M, und ist seine Entfernung vom Attractionspunkte $= 2R$, also gleich der doppelten Entfernung, wie oben bei dem freien Umlaufe vorausgesetzt ist, so ist auch, wenn man seine Anziehung mit $\mathfrak{P}$ bezeichnet, ebenfalls nach (44. 3.)

5. $$\mathfrak{P} = \frac{p r^2}{4 R^2}.$$

Bewegt er sich nun so lange direct gegen die anziehende Masse, bis er einen Weg $w = R$ zurückgelegt hat, also bis zu dem Kreise, den er nach der ersten Voraussetzung beschrieben haben würde, so ergiebt sich, wenn wir den Werth von $\mathfrak{P}$ anstatt f, und R für w, in (13. II. 2.) substituiren:

6. $$g^2 = \frac{p r^2}{2 R}.$$

Aus 3) und 6) aber folgt:

7. $$G^2 = 2 g^2 \qquad \text{oder} \qquad G = \sqrt{2} \cdot g.$$

61.

Vergleichung der Maximalgeschwindigkeit, welche ein Himmelskörper durch die Anziehung eines andern erhalten kann, mit der Geschwindigkeit, mittelst welcher sich ein Körper um die Oberfläche des anziehenden Körpers frei im Kreise bewegt.

1. Bei Bestimmung der Geschwindigkeit g, mit welcher sich ein Körper an der Oberfläche eines Himmelskörpers frei im Kreise bewegt, können wir in folgender Weise verfahren:

Für die freie Kreisbewegung sind stets Centripetalkraft p und Centrifugalkraft c einander gleich (54. 8.).

Wir dürfen daher auch, in (56. 3.), p für c schreiben und erhalten:

2. $$p = \frac{4\pi^2}{t^2} \cdot r.$$

In diesem Ausdrucke bedeutet p die Geschwindigkeit am Ende eines sehr kleinen Zeittheilchens, mit welcher sich der umlaufende Körper dem anziehenden nähern würde, wenn ihm keine Tangentialgeschwindigkeit innewohnte.

Da uns aber die Tangentialgeschwindigkeit g eine gleichförmige Bewegung, die Centripetalkraft p dagegen eine beschleunigte Bewegung ausdrückt, so dürfen wir nicht die durch die Anziehung am Ende eines sehr kleinen Zeittheilchens erlangte Geschwindigkeit des angezogenen Körpers in Betracht ziehen, sondern wir müssen hier den am Ende dieses Zeittheilchens zurückgelegten Weg in die Rechnung einführen.

Und weil bei der gleichförmigen Bewegung sich die Geschwindigkeiten wie die zurückgelegten Wege verhalten, bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung dagegen am Ende gewisser Zeitabschnitte die erlangten Geschwindigkeiten doppelt so groß sind, wie die zurückgelegten Wege (13. III. 2.), so haben wir zur Vergleichung der gleichförmigen Tangentialgeschwindigkeit mit der beschleunigten Anziehung, in 2), 2 p für p zu schreiben. — Wir erhalten dann aus 2):

3. $$p = \frac{2\pi^2}{t^2} \cdot r;$$

woselbst uns also p jetzt den am Ende eines sehr kleinen Zeittheilchens zurückgelegten Weg ausdrückt. Nun ist, nach (56. 2. und 3.)

4. $$g^2 = \frac{4\pi^2}{t^2} \cdot r^2 = 2r \cdot \frac{2\pi^2}{t^2} \cdot r = 2rp;$$

also ist auch:

5. $$g = \sqrt{2rp}.$$

Wollen wir aber in dieser Formel dem p, welches uns also einen zurückgelegten Weg bedeutet, nunmehr seine Bedeutung

von Geschwindigkeit zurückgeben, so haben wir p anstatt 2 p zu schreiben und erhalten dann, indem wir für diesen Fall auch $\mathfrak{G}$ für g schreiben:

6. $$\mathfrak{G} = \sqrt{rp} .$$

Hier drückt uns also $\mathfrak{G}$ die Geschwindigkeit aus, mit welcher sich ein Körper an der Oberfläche eines Himmelskörpers, dessen Halbmesser gleich r ist, frei im Kreise herum bewegt, wenn die Geschwindigkeit eines an dieser Oberfläche frei fallenden Körpers am Ende eines sehr kleinen Zeittheilchens gleich p ist.

Nun haben wir, in (47. 4.), als Maximalgeschwindigkeit g, welche einem angezogenen Körper von einem anziehenden überhaupt mitgetheilt werden kann, gefunden:

7. $$g = \sqrt{2rp} ,$$

in welcher Formel die Größen r und p dieselbe Bedeutung haben, wie in 6). Aus der Vergleichung von 6) und 7) ergiebt sich nun:

8. $$g = \sqrt{2} . \mathfrak{G}.$$

Die Maximalgeschwindigkeit g des angezogenen Körpers ist also größer wie die Geschwindigkeit $\mathfrak{G}$ eines Körpers, welcher den anziehenden an seiner Oberfläche umkreist, und zwar müßte man Letztere mit $\sqrt{2}$ multipliciren, um eine der Ersteren gleiche Größe zu erhalten.

62.

Fortsetzung.

In (45. 8. u. 9.) haben wir aber mit größter Bestimmtheit ersehen, daß sich bei dem geraden Zusammenstoße zweier Himmelskörper, welcher durch gegenseitige Anziehung erfolgt, die gegenseitigen halben Bewegungskräfte einander tilgen, und daß die kleinsten Theilchen beider Körper das Bestreben behalten, sich mit der innehabenden halben Geschwindigkeit weiter zu bewegen.

Der aus „unendlicher" Entfernung von dem größeren Himmelskörper angezogene Körper von kleinerer Masse wird also, mit dem anziehenden, zum Stillstande gelangen. Dabei wird er die eine Hälfte seiner fortschreitenden Geschwindigkeit verlieren, während seinen kleinsten Theilchen das Bestreben verbleibt, sich mit der anderen Geschwindigkeitshälfte weiter zu bewegen, d. h. in Molekularbewegung oder Wärme überzugehen.

Der kleinere Körper wird also, nach (61. 7.), $\frac{1}{2} g = \frac{1}{2} \sqrt{2rp}$ an seiner fortschreitenden Bewegung verlieren und seine kleinsten Theilchen das Bestreben behalten, sich mit der anderen Geschwindigkeitshälfte $\frac{1}{2} g = \frac{1}{2} \sqrt{2rp} = \mathfrak{g}$ weiter zu bewegen.

2. Wir haben schon, in (20. 11.), solche hochgradige Molekularbewegungen bei dieser Procedur vorausgesetzt, daß sich durch dieselbe der angezogene Körper vollständig in seine kleinsten Theilchen auflöse und in den elastisch-flüssigen — ja in den 4. Aggregatzustand übergehe. —

Vergleichen wir aber nunmehr die den kleinsten Theilchen des angezogenen Körpers übrig bleibende Geschwindigkeit

$$\mathfrak{g} = \frac{1}{2} \sqrt{2rp} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt{rp}$$

mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{G}$, in (61. 6.), mittelst welcher ein frei im Kreise sich bewegender Körper die Oberfläche eines Himmelskörpers umläuft, so findet sich:

3. $$\mathfrak{g} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \mathfrak{G} = 0{,}7071 \ldots \cdot \mathfrak{G}.$$

Es ist also die Geschwindigkeit $\mathfrak{G}$, mit welcher ein Körper den anziehenden Körper an seiner Oberfläche umläuft, größer wie das Geschwindigkeitsbestreben der kleinsten Theilchen des angezogenen und in diese Theilchen aufgelösten Körpers nach dem Zusammenstoße an dieser Oberfläche.

4. Wir haben bereits, in (46. 1.), darauf hingewiesen, wie unwahrscheinlich es sei, daß eine directe Anziehung zweier Him-

melskörper stattfinde; daß vielmehr wahrscheinlicher der Körper von kleinerer Masse mit einer gewissen Geschwindigkeit = u und in einer bestimmten Richtung in die Anziehungssphäre des größeren Körpers eintrete. In diesem Falle muß seine Endgeschwindigkeit bei dem Zusammenstoße mit dem anziehenden Körper größer sein als $g = \sqrt{2rp}$, in (61. 7.), und es könnte somit zwischen der Geschwindigkeit der Molekularbewegung des angezogenen Körpers und der Anziehungskraft des anziehenden Körpers wohl nahezu Gleichheit bestanden haben, wenn auch die Geschwindigkeit g noch hinter der Geschwindigkeit G zurückblieb.

5. Geschah außerdem der Zusammenstoß nicht genau in gerader Richtung, so mußte eine Ablenkung der Theilchen des angezogenen Körpers nach der Seite hin, nach welcher der Zusammenstoß stattfand, erfolgen, (also auch Rotation des anziehenden Körpers nach derselben Richtung hin entstehen) und die kleinsten Theilchen des angezogenen Körpers mußten sich als Nebelhülle um den anziehenden Körper herum aufrollen. —

6. Auf diese Weise denken wir uns die um die Sonne ehemals rotirende Nebelhülle entstanden, welche Laplace bei seiner Nebularhypothese über die Entstehung des Planetensystems annimmt und aus welcher er sich die Planeten bilden läßt. —

Wir werden mithin auf ganz natürlichem Wege — sagen wir auf dem Wege der Rechnung — auf die Laplace'sche Entstehung der Planeten hingewiesen.

VI.

Die ſ. g. „Kant-Laplace'ſche" Nebular-Hypotheſe.

63.

Vorbemerkungen.

1. Es iſt keinem Zweifel zu unterziehen, daß das Sonnenſyſtem nicht zu allen Zeiten ſich in demſelben Zuſtande befand, wie wir es gegenwärtig erblicken, daß vielmehr mit ihm Veränderungen vorgegangen ſind, die wir mit der Entſtehung, der Ausbildung und dem Vergehen alles Erzeugten in analoge Beziehung bringen können. — Denn während wir die Materie als in dem Raume von Ewigkeit her exiſtirend annehmen müſſen, ſind wir doch genöthigt, ihren Formen jene große Veränderlichkeit beizulegen, wie wir ſie bei allem Beſtehenden beobachten.

Wir ſchließen daraus ganz im Allgemeinen, daß die Materie unſeres Sonnenſyſtems einſt wohl eine andere Geſtaltung hatte, wie jetzt, daß die äußere Erſcheinung deſſelben in einer längſtvergangenen Zeit eine andere geweſen ſei, wie gegenwärtig. Man bezeichnet gewöhnlich den Uebergang des Planetenſyſtems aus einer früheren Geſtaltung in ſeine dermalige, als ſeinen „Urſprung." Ueber deſſen ſpeciellen Vorgang ſind dann bekanntlich verſchiedene Hypotheſen aufgeſtellt worden, unter welchen wir diejenige von

Burnet (Telluris theoria sacra, London 1681);
Descartes (Principia philosophiae, Amst. 1685);

Whiston (A new theory of the earth, London 1696, auch Cambridge 1708);
Scheuchzer (Biblia ex physicis illustrata, Wien 1731 bis 1735);
Lazzaro Moro (De' crostacei, Venezia 1740);
Leibnitz (Protogea, Göttingen 1749);
Buffon (Histoire naturelle générale et particulière, Paris 1749—88);
Kant (Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels, Königsberg 1755, auch: Immanuel Kant's Werke. Achter Band, Leipzig 1838);
Silberschlag (Neue Theorie der Erde, Stendal 1764);
Pallas (Observations sur la formation des montagnes, Pétersbourg 1777);
Laplace (Exposition du système du monde. Paris an IV.)
Bieberstein (Marschall von —. Ueber den Ursprung des Weltgebäudes, Gießen 1802);
Franklin (Mittheilungen von Lichtenberg), aus von Littrow's: „Die Wunder des Himmels" (4. Auflage)

hier verzeichnen und denselben noch anfügen wollen:

Gruithuisen (Analekten für Erd- und Himmelskunde, München 1828);
Zach, Freiherr von — in zerstreuten Aufsätzen;
Sonnenschmidt, Kosmologie. Geschichte und Entwicklung des Weltbaues. 2. Aufl. 1879, sowie
Moldenhauer. Das Weltall und seine Entwickelung. (Köln 1882.)

2. Unter diesen verschiedenen Hypothesen sind zwei, welche einige Aehnlichkeit mit einander zu haben scheinen, weil sie sich auf die Beobachtung stützen, daß alle Bahnbewegungen der Planeten und Monde, sowie alle Rotationsbewegungen der Planeten und der Sonne nach einerlei Richtung erfolgen. Es sind dies diejenigen von Laplace und die um 40 Jahre ältere Hypothese von Kant. — Beide Hypothesen lassen die Himmelskörper des Sonnensystems, (die Laplace'sche freilich mit Ausnahme der Sonne selbst) aus gänzlich unverdichteter Materie, aus Nebel, entstehen, weswegen

man ſie auch mit der Benennung Nebular-Hypotheſe belegt und von einer „Kant-Laplace'ſchen Nebular-Hypotheſe“ ſpricht. —

Wenn man aber beide Hypotheſen im Einzelnen mit einander vergleicht, ſo ergiebt ſich gar bald, daß eine ſolche gemeinſchaftliche Benennung nicht richtig iſt. —

Wir wollen die Laplace'ſche Hypotheſe zunächſt in Betracht ziehen.

64.

Laplace'ſche Hypotheſe.

Laplace ſagt in ſeiner „Exposition du système du monde“ *):

„Obſchon die Elemente des Planetenſyſtems willkürlich ſind, „ſo haben ſie doch ſehr merkwürdige Verhältniſſe zu einander, die „uns über ihren Urſprung aufklären können.

„Wenn man es mit Aufmerkſamkeit betrachtet, ſo erſtaunt „man, alle Planeten von Weſten gegen Oſten, und beinahe in „einerlei Ebene um die Sonne, alle Trabanten nach einerlei „Richtung und beinahe in einerlei Ebene mit ihren Planeten, „um dieſe Planeten ſich bewegen, endlich die Sonne, die Pla„neten und Trabanten, deren Umdrehungsbewegungen man be„obachtet hat, in der Richtung und beinahe in der Ebene ihrer „Wurfsbewegungen um ſich ſelbſt drehen zu ſehen.

„Eine ſo außerordentliche Erſcheinung iſt kein Werk des „Zufalls, ſondern zeigt eine allgemeine Urſache an, die alle dieſe „Bewegungen beſtimmt hat.

„Um eine Näherung von der Wahrſcheinlichkeit zu erhalten, „womit dieſe Urſache angezeigt iſt, wollen wir bemerken, daß

*) In das Deutſche überſetzt von J. K. F. Hauff. Frankfurt a. M. 1797. II. Theil S. 522 u. ff.

„das Planetensystem, wie wir es heutzutage kennen, aus sieben „Planeten und vierzehn Trabanten besteht; die Umdrehungs- „bewegung hat man an der Sonne, an fünf Planeten, an dem „Monde, an dem Ringe des Saturn und an seinem letzten „Trabanten beobachtet; diese Bewegungen mit den Umlaufs- „bewegungen zusammengenommen, machen eine Summe von „dreißig Bewegungen, die nach einerlei Richtung vor sich gehen.

„Wenn man sich vorstellt, die Ebene einer rechtläufigen „Bewegung liege anfänglich in der Ekliptik, neige sich aber in „der Folge gegen diese letztere, und durchlaufe alle Grade der „Neigung von Null an bis zur halben Peripherie: so ist klar, „daß die Bewegung bei allen Neigungen, die unter hundert „Graden sind, rechtläufig, bei denen aber, die darüber sind, rück- „läufig sein werde; so daß man bloß durch die Veränderungen „der Neigung die rechtläufigen und rückläufigen Bewegungen dar- „stellen kann.

„Aus diesem Gesichtspunkte betrachtet, zeigt uns also das „Sonnensystem neunundzwanzig Bewegungen, deren Ebenen gegen „die der Erde auf's höchste um den vierten Theil der Peripherie „geneigt sind.

„Sagt man nun, ihre Neigungen seien das Werk des Zu- „falls gewesen, so hätten sie sich bis auf die halbe Peripherie „erstrecken können, und die Wahrscheinlichkeit, daß eine von ihnen „den vierten Theil derselben zum wenigsten übertroffen hätte „wäre:

$$\left(\frac{2^{29}-1}{2^{29}}=\right)\ \frac{536870911}{536870912};$$

„es ist daher äußerst wahrscheinlich, daß die Richtung der Be- „wegungen der Planeten kein Werk des Zufalls ist; und dies „wird noch wahrscheinlicher, wenn man bedenkt, daß die Neigung „der meisten dieser Bewegungen gegen die Ekliptik sehr klein, „und weit unter dem vierten Theil der Peripherie ist.

„Eine andere ebenso merkwürdige Erscheinung des Sonnen- „systems ist die geringe Excentricität der Bahnen der Planeten „und Trabanten, während die der Kometen sehr länglicht sind.

„Wir sind auch hier genöthigt, die Wirkung einer regel-
„mäßigen Ursache anzuerkennen; der bloße Zufall würde nicht
„den Bahnen aller Planeten eine beinahe kreisförmige Gestalt
„gegeben haben; die Ursache also, welche die Bewegungen dieser
„Körper bestimmt hat, muß sie beinahe kreisförmig gemacht
„haben, und zwar, was ganz außerordentlich ist, ohne einigen
„Einfluß auf die Richtungen ihrer Bewegungen. Denn wenn
„man die Bahnen der rückläufigen Kometen, als gegen die Ekliptik
„um mehr als hundert Grade, geneigt betrachtet, so findet man,
„daß die mittlere Neigung der Bahnen aller beobachteten Kometen
„der Größe von hundert Graden sehr nahe kommt; wie es sein
„muß, wenn diese Körper auf's Blinde hin in den Weltraum
„geschleudert worden sind ꝛc. ꝛc.

„Die wahre Ursache, welche die Bewegungen der Planeten
„und Trabanten verursacht hat, muß, von welcher Beschaffenheit
„sie immer sein mag, alle diese Körper umfaßt haben, und wegen
„der ungeheuren Entfernung dieser Körper von einander kann
„sie nichts anders, als eine Flüssigkeit von einer unermeßlichen
„Ausdehnung gewesen sein.

„Um ihnen eine beinahe kreisförmige Bewegung um die
„Sonne nach einerlei Richtung geben zu können, mußte diese
„Flüssigkeit die Gestirne wie eine Atmosphäre umgeben. Die
„Betrachtung der Bewegungen der Planeten führt uns also auf
„den Gedanken, daß, vermöge einer ausnehmend großen Wärme
„die Atmosphäre der Sonne sich anfänglich über alle Planeten-
„bahnen hinaus erstreckt, und sich erst nach und nach bis auf
„ihre jetzigen Grenzen zurückgezogen habe ꝛc. ꝛc.

„Man kann daher vermuthen, daß die Planeten an den
„successiven Grenzen dieser Atmosphäre, durch die Verdichtung
„der Zonen, welche sie bei ihrer Erkaltung und Verdichtung auf
„der Oberfläche der Sonne, in der Ebene ihres Aequators ab-
„setzen mußte, entstanden seien. Man kann auch vermuthen, daß
„die Trabanten auf ähnliche Art aus den Atmosphären der
„Planeten entstanden seien ꝛc. ꝛc."

65.

Fortſetzung.

1. Dieſe Hypotheſe läßt ſich in folgende Sätze kurz zuſammenfaſſen:

a) Es iſt gewiß, daß der Entſtehung der Planeten und Monde eine gemeinſchaftliche Urſache zu Grunde liegt.

b) Dieſe gemeinſchaftliche Urſache konnte nur eine die Sonne umgebende Flüſſigkeit von ungeheurer Ausdehnung geweſen ſein, die alle dieſe Körper umfaßt hat.

c) Die Planeten entſtanden von außen nach innen, alſo von den äußerſten Theilen der Nebelhülle nach der Sonne hin, und es iſt zu vermuthen, daß bei der Verdichtung dieſer Sonnenatmoſphäre die Planeten an derer jeweiligen Grenze, und daß die Monde an der jeweiligen Grenze der Planetenatmoſphäre entſtanden ſind.

d) Die Urſache der Verdichtung der die Sonne umgebenden Flüſſigkeit iſt auf die Erkaltung der Zonen der Sonnenatmoſphäre zurückzuführen.

2. Gegen die Laplace'ſche Hypotheſe wird von manchen Schriftſtellern eingewendet, daß ſie die Erſcheinungen der vielen Unregelmäßigkeiten nicht erkläre, die ſich im Sonnenſyſtem vorfinden; ſie ſagen, daß ſich nach ihr die Bahnebenen der Planeten genau in der Sonnenäquatorebene und die Bahnebenen der Satelliten in den Aequatorebenen der Planeten befinden müßten, während doch alle dieſe Ebenen, wenn auch unter kleinen Winkeln, gegen einander geneigt ſeien. Auch müßten ſich nach dieſer Theorie die Planeten in vollkommenen Kreiſen bewegen, während ihre Bahnen doch die Geſtalt von Ellipſen haben. Ferner, es ließe ſich das Verhältniß der Dichtigkeit der Planeten und der Sonne ſelbſt nicht wohl mit ihr vereinigen, da dieſe Dichtigkeiten nach irgend einem Geſetze von der mittleren Entfernung der Planeten von der Sonne abhängen ſollten, wenn ſie in der That nach der erklärten Weiſe entſtanden ſeien.

3. Dieſe Einwände theilen wir nicht nach allen Richtungen hin, ſuchen vielmehr die angeführten Unregelmäßigkeiten auf Unregelmäßigkeiten zurückzuführen, die der ſ. g. „Sonnenatmoſphäre“,

aus welcher die Planeten entſtanden ſind, bereits innewohnten, und werden auf dieſelben zurückkommen.

Was insbeſondere die Bewegung der Planeten in vollkommenen Kreiſen anlangt, ſo würden ſich bei concentriſcher Bewegung der Sonnenatmoſphäre nach ihrer Verdichtung ein Aufbau zu Planeten kaum ergeben haben können, und wir werden ſehen, daß für einen ſolchen Aufbau eine excentriſche Bewegung der ſ. g. Sonnenatmoſphäre geradezu eine Nothwendigkeit war.

4. Auch können wir uns mit dem unter 1) d. angeführten Satze von der Erkaltung der Zonen, nicht einverſtanden erklären. Denn hätte der die Sonne umlaufende Nebel den großen Hitzegrad beſeſſen, wie ihn die Laplace'ſche Hypotheſe vorausſetzt, ſo würde ſich die Nebelmaſſe offenbar (nach der neueren Wärmetheorie) in einem Zuſtande befunden haben, der wohl ihre weitere Ausdehnung, nicht aber eine Zuſammenziehung in feſte Maſſe erlaubt hätte.

66.

Kant'ſche Hypotheſe.

1. Während Laplace nach ſeiner Hypotheſe die Planeten an der jeweiligen äußerſten Grenze der Sonnenatmoſphäre, alſo von außen nach innen, entſtehen läßt, hatte Kant, vierzig Jahre vor ihm, ſeine ganze Entſtehungsweiſe von innen nach außen aufgebaut. Beide Hypotheſen ſtehen alſo ſchon in dieſer Beziehung in einem diametralen Gegenſatze. Bei Laplace müſſen wir den Sonnenkörper als gegeben betrachten, Kant dagegen beginnt mit deſſen Entſtehung. Er nimmt an, daß alle Materie, aus welcher die Kugeln, die zu unſerem Sonnenſyſteme gehören, entſtanden ſind, „im Anfange aller Dinge“ in ihrem elementariſchen Grundſtoff aufgelöſt, den ganzen Raum dieſes Weltgebäudes erfüllt habe. Die Verſchiedenheit in den Gattungen der Elemente hätte jedoch dazu beigetragen, daß ſie ſich (anfangs durch chemiſche, darauf aber in ſchnellen Graden durch die ſ. g. Newton'ſche Anziehung) einander näherten, vereinigten und einen Klumpen bildeten, wodurch zuerſt der Centralkörper, unſere Sonne, entſtanden wäre. Ohne daß die Sonne jedoch ſchon da-

mals mit der flammenden Gluth begabt gewesen, diese vielmehr erst später, nach völlig vollendeter Bildung, auf ihrer Oberfläche hervorgebrochen sei.

2. In ähnlicher Weise entstanden nach Kant aus den von dem Centralkörper entfernteren Elementen, die Planeten. — Es habe aber bei derer Entstehung auch schon, außer der Anziehungskraft, die Abstoßungskraft mitgewirkt, die stets thätig sei, wenn die Materie in ihre Theilchen aufgelöst ist, und die durch ihren Streit mit der Anziehungskraft Bewegung hervorbringe. Und auf diese Weise hätten sich Bewegungen derselben in dem Kreise nahen Linien um den Hauptkörper eingeleitet.

3. Wir ersehen, daß uns die Kant'sche Hypothese über die Entstehung des Sonnensystems belehren will, während die Laplace'sche Hypothese sich auf die Bildung der Planeten und Monde beschränkt, daß Kant, der die verflossene Zeit als endlich, und nur den rückständigen Theil derselben für unendlich hielt, einen Anfang der Schöpfung annimmt, während Laplace mit bereits bestehenden Zuständen beginnt. —

4. Der heutige Stand der Wissenschaft kann sich nur mit Laplace einverstanden erklären, weil die Erkenntniß von der Unzerstörbarkeit der Materie, namentlich aber das Princip von der Erhaltung der Kraft, es nicht mehr zuläßt, irgend einen Zustand im Weltgebäude als seinen ersten zu bezeichnen.

Und so geht auch der Nebelmasse unzweifelhaft ein fester Zustand voraus, wie ein solcher ihr wieder folgen wird. Das Wunder aber, welches diese Veränderungen bewirkt, ist einzig die Anziehungskraft der Materie, welche die Bewegungskraft und mit ihr die Arbeitskraft erzeugt — die Anziehungskraft der Materie, welche uns ebenso unbegreiflich erscheint, wie die Materie selbst.

5. Nach den gemachten Darlegungen halten wir es für angezeigt, nicht von einer Kant-Laplace'schen Hypothese, sondern nur von einer Laplace'schen Hypothese zu sprechen, der wir uns auch in dem Folgenden — mit Ausnahme der „Erkaltung der Zonen" und der concentrischen Bewegung der s. g. Sonnenatmosphäre — anschließen und dieselbe näher zu begründen versuchen werden.

VII.

Aſtronomie des Sonnen-Syſtems.

67.

Die Erdweite.

1. Unſere Aufgabe bei der Begründung, beziehungsweiſe der Modificirung der Laplace'ſchen Hypotheſe würde zunächſt darin beſtehen, die Natur und die Entſtehung ſowie das Verhalten jener Nebelmaſſe, welche Laplace als ehemalige Sonnenatmoſphäre bezeichnet, näher in Betracht zu ziehen.

Zur Vergleichung damit haben wir indeſſen die Kenntniß von der näheren Einrichtung des Sonnenſyſtems, von der Entfernung der Planeten unter ſich und von der Sonne, von der Maſſe und Dichte dieſer Körper ꝛc. nothwendig, und wir wollen uns dieſe Größen, einer einheitlichen Darſtellung wegen, ſo weit wie thunlich, in Nachſtehendem ſelbſt berechnen.

2. Bekanntlich liegt als Einheit für das Maß der Entfernungen an dem Himmelsgebäude die Entfernung des Mittelpunktes der Erde von demjenigen der Sonne, die ſ. g. Erdweite, und als Einheit für das Maß der Maſſe und der Dichte der Himmelskörper im Sonnenſyſtem Maſſe und Dichte der Erde ſelbſt zu Grunde.

3. Zur Beſtimmung der Entfernung der genannten beiden Mittelpunkte von einander dient der Winkel, welchen ihre gerade Verbindungslinie mit einer von dem Sonnenmittelpunkte an die Erde gelegten Tangente bildet, die ſ. g. Sonnenparallaxe, in Verbindung mit der Größe des Aequatorhalbmeſſers der Erde.

Encke, der berühmte Director der Berliner Sternwarte, berechnete diese Sonnenparallaxe, 1827, unter Anwendung einer neuen Rechnungsmethode, welche alle Beobachtungen zu einem gemeinsamen Resultate zu verarbeiten lehrte, zu 8″,57. Es zeigten sich aber später Bedenken gegen diese Bestimmung, weil sich bei den Bewegungen im Sonnensystem kleine Abweichungen von der Theorie ergaben, die einfach nur durch eine Vergrößerung der Encke'schen Sonnenparallaxe erklärt werden konnten.

Die Astronomen setzten daher für eine genauere Bestimmung ihre Hoffnung auf die in neuerer Zeit so sehr besprochenen Venusdurchgänge vom 9. December 1874 und vom 6. December 1882.

In der That war das Ergebniß der sorgfältigsten Beobachtungen und Berechnungen des Durchganges von 1874 eine größere Sonnenparallaxe von nahezu 8″,88 für die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne. Die Resultate über die Berechnungen des neuesten Durchganges liegen bis jetzt noch nicht vor.

4. Unter der Annahme, daß man die Sonnenparallaxe genau kenne, ergiebt sich die Bestimmung der Entfernung des Sonnen- und Erdmittelpunktes von einander, geometrisch auf folgende einfache Weise:

Es sei, Fig. 12., A B Tangente an die Kugel zum Mittelpunkte C und dem Halbmesser B C = a, und Winkel B A C = α, so folgt, Winkel A B C = einem Rechten; daher ist:

5. $$A C : a = 1 : \sin \alpha; \qquad \text{also} \qquad A C = \frac{a}{\sin \alpha}.$$

Bedeutet nun a den größten Erdhalbmesser, so ist a = 859,4366 g. M., und betrachten wir A als den Mittelpunkt der Sonne, und nehmen ihre Parallaxe zu der oben bestimmten Größe an, setzen also α = 8″,88 (und wollen wir außerdem das astronomische Zeichen der Erde (♁) anstatt (A C) schreiben), so ergiebt die einfache Rechnung:

$$\log a = 2{,}9342138$$
$$\log \sin 8''{,}88 = 0{,}6339834 - 5$$

6. $$\log ♁ = 7{,}3002304; \qquad ♁ = 19963209 \text{ g. M.}$$

als mittlere Entfernung des Sonnen- und Erdmittelpunktes von einander.

7. Ist die Bestimmung des Winkels $\alpha = 8'',88$ mathematisch genau, so dürfte auch (unter der weiteren Voraussetzung, daß dies mit der Größe $a = 859{,}4366$ g. M. ebenfalls der Fall sei) das gefundene Resultat für $AC = \odot$, in 6), seine volle Richtigkeit haben. Ist aber die wahre Sonnenparallaxe auch nur um ein Geringes $\gtrless 8'',88$, so ändert sich natürlich damit auch der gefundene Werth der Erdweite. Legen wir beispielsweise in obiger Rechnung eine Parallaxe $\alpha = 8'',879$ zu Grunde, so findet sich $\odot = 19965460$ g. M., während, wenn wir $\alpha = 8'',881$ annehmen, sich $\odot$ nur $= 19960960$ g. M. stellt. Wir können also in dem Resultate mit Sicherheit nur etwa so viele Ziffern + einer als genau richtig annehmen, als uns durch die Beobachtung Ziffern genau bekannt sind.

8. Wenn wir nichts desto weniger in dem Nachfolgenden stets mit siebenzifferigen Logarithmen rechnen, so geschieht dies in der Absicht, möglichst proportionale Resultate zu erzielen, und im Interesse einer zusammenhängenden oder einheitlichen Entwickelung.

68.

Die Anziehungskraft der Erde.

Wir wissen, daß an der Oberfläche der Erde, wegen deren Abweichung von der Kugelgestalt und wegen der durch die Rotation der Erde an den verschiedenen Punkten ihrer Oberfläche auch verschieden wirkenden Centrifugalkraft, die Anziehungskraft nicht gleichmäßig wirkt, daß dies aber auf größere Entfernungen von der Erdoberfläche allerdings der Fall sein muß.

Nun hat man durch Versuche unter dem 45° der nördlichen Breite die Geschwindigkeit f, in (11.), bestimmt, welche ein freifallender Körper am Ende der ersten Zeit-Secunde erlangt, und daraus die Werthe von f_0 für den Aequator und von f_{90} für die Pole berechnet.

Dem Kalender für Vermessungskunde auf das Jahr 1876 (herausgegeben von Dr. W. Jordan, Professor der Vermessungskunde am Gr. Polytechnikum zu Karlsruhe) entnehmen wir nach-

ſtehende hierher bezügliche Maßangaben, in welchen die den f beigefügten Zahlen ſelbſtredend Breitegrade bezeichnen.

1. $f_0 = 9{,}7808$ Meter; $\log f_0 = 0{,}9903744$
2. $f_{35} = 9{,}7974$ „ $\log f_{35} = 0{,}9911108$
3. $f_{45} = 9{,}8060$ „ $\log f_{45} = 0{,}9914919$
4. $f_{90} = 9{,}8313$ „ $\log f_{90} = 0{,}9926109$

Bedeutet aber f den Fallraum eines Körpers an der Oberfläche der Erde am Ende der erſten Secunde, ſo iſt:

5. $f_0 = 4{,}8904$ Meter; $\log f_0 = 0{,}6893444$
6. $f_{35} = 4{,}8987$ „ $\log f_{35} = 0{,}6900808$
7. $f_{45} = 4{,}9030$ „ $\log f_{45} = 0{,}6904619$
8. $f_{90} = 4{,}9156$ „ $\log f_{90} = 0{,}6915809$

Weitere Maßangaben, demſelben Kalender entnommen, auf welche wir öfters zurückzugreifen haben, mögen hier eine Stelle finden:

9. 1 Geog. Meile = 7420,44 Meter; log (1 M. in M.) = 3,8704297
10. 1 Meter = 0,0001347629 g. Meilen;
log (1 M. in M.) = 0,1295703 — 4
11. 1 Meter = 3,078444 Pariſ. Fuß;
log (1 M. in P. F.) = 0,4883313
12. 1 Par. Fuß = 0,3248393 Meter;
log (1 P. F. in M.) = 0,5116687 — 1

Aequatorhalbmeſſer der Erde.

13. $a = 6377397$ Meter: $\log a = 6{,}8046435$
14. $a = 859{,}4366$ g. Meilen: $\log a = 2{,}9342138$

Halbe Rotationsaxe der Erde.

15. $b = 6356079$ Meter; $\log b = 6{,}8031893$
16. $b = 856{,}5637$ g. Meilen; $\log b = 2{,}9327596$

Halbmeſſer einer Kugel, welche mit der Erde gleichen Inhalt hat.

17. $r = 6370283$ Meter; $\log r = 6{,}8041588$
18. $r = 858{,}4780$ g. Meilen; $\log r = 2{,}9337291$

nämlich

19. $$r = \sqrt[3]{a^2 b}.$$

Abplattung der Erde.

20. $$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299{,}25}; \quad \log \frac{a-b}{a} = 0{,}5241067 - 3.$$

69.

Fortſetzung.

1. Es wird nun darauf ankommen, ein Verfahren zu ſuchen, das uns aus dieſen bekannten Fallgeſchwindigkeiten, welchen die Rotation der Erde und deren verſchiedene Halbmeſſer noch inhäriren, diejenige finden läßt, welche ſich auf eine nicht rotirende Kugel von gleichem Inhalte und gleicher Dichte mit der Erde beziehen. Offenbar dürfen wir die zu ſuchende Fallgeſchwindigkeit unter demjenigen Grade der wahren Breite zu finden haben, der mit den Parallelkreiſen übereinſtimmt, welche wir als Durchſchnittskreiſe erhalten, wenn wir uns das Erdenellipſoid mit einer Kugel von demſelben Inhalte und derſelben Dichte wie die Erde, zu einem und demſelben Mittelpunkte denken.

Bedeuten uns alſo a den Aequatorhalbmeſſer des Erdenellipſoides, b die halbe Rotationsaxe deſſelben, r den Halbmeſſer einer Kugel von derſelben Maſſe und α den Breitewinkel des Parallelkreiſes, unter welchem Ellipſoid und Kugel (zu einem und demſelben Mittelpunkt gedacht) ſich einander ſchneiden, ſo finden wir aus den bekannten Gleichungen der Ellipſe und des Kreiſes, (in welchem x die Abſciſſen vom Mittelpunkte aus, und y die zugehörigen Ordinaten bedeuten), nämlich aus:

2. $$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2);$$

3. $$y^2 = r^2 - x^2;$$

ſowie aus der Gleichung:

4. $$r^3 = a^2 b;$$

die Gleichungen:

5. $$\sin\alpha = \frac{b}{r}\sqrt{\frac{(a+r)(a-r)}{(a+b)(a-b)}};$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{r}\sqrt{\frac{(r+b)(r-b)}{(a+b)(a-b)}}.$$

Führen wir hier für a, b und r ihre Werthe, aus (68. 13. 15. und 17.), ein, ſo ergiebt ſich:

6. $\log\sin\alpha = 9{,}7609310$; $\log\cos\alpha = 9{,}9122080$.

7. $\alpha = 35^\circ\ 13'\ 1'',2$.

8. Für die Fallgeſchwindigkeit f_α eines unter dem Breitegrade α freifallenden Körpers ergiebt ſich durch Interpolation (aus 68 zwiſchen 2. und 3.) der Werth 9,7975 Meter.

9. Dieſer Fallgeſchwindigkeit f_α, welche ſich nunmehr auf eine Kugel von gleichem Inhalte und gleicher Dichte der Erde gründet, klebt indeſſen noch die Wirkung der Rotation an. Um ſie davon zu befreien und eine Fallgeſchwindigkeit p_α zu erhalten, welche unter dem Breitegrade α (= 35° 13′ 1″,2) ſtattfinden würde, wenn die Erde nicht rotirte, verfahren wir, nach (57. 8.), in folgender Weiſe:

Die wahre Rotationszeit der Erde beträgt $t = 23^{St}\ 56'\ 4'',091 = 86164'',091$ ($\log t = 4{,}9353263$). Die Centrifugalkraft C für den Erdäquator findet ſich daher, nach (56. 3.), indem wir daſelbſt C für c ſchreiben; nämlich:

$$\log 4\pi^2 = 1{,}5963596$$
$$\log a = 6{,}8046435 \quad (68.\ 13.)$$
$$8{,}4010031$$
$$\log t^2 = 9{,}8706526$$

10. $\log C = 0{,}5303505 - 2$; $\quad C = 0{,}033914$ Meter.
$\log \cos^2\alpha = 0{,}8244160 - 1$

11. $\log c^1 = 0{,}3547665 - 2$ (57. 6.); $\quad c^1 = 0{,}0226$ Meter.

Es iſt: $\quad f_\alpha = 9{,}7975$ Meter.

12. $c^1 + f_\alpha = p_\alpha = 9{,}8201$ Meter.
$\log p_\alpha = 0{,}9921159.$

Wir addiren alſo die unter dem Breitegrade α gefundene Centrifugalkraft c^1 zu der dort ſtattfindenden Fallgeſchwindigkeit, um diejenige Fallgeſchwindigkeit zu erhalten, die daſelbſt ſtattfinden würde, wenn die Erde nicht rotirte. (57. 8.) Der gefundene Werth von p_α iſt derſelbe, den wir bereits in (23. 3.) für f ſubſtituirt haben.

13. Drückt uns p (= p_α) die Fallgeſchwindigkeit an der Oberfläche einer nicht rotirenden Kugel von der Größe und Dichte unſerer Erde aus, und iſt r = r in (68. 17. und 18.), ſo ſchreiben wir der Kürze halber h anſtatt des Productes $p\,r^2$, wenn wir p in Meter, und h^1, wenn wir p in Meilen ausdrücken.

Wir erhalten:

	$\log p = \log p_\alpha$	$= 0{,}9921159,$	nach 12)
	$\log r^2$	$= 5{,}8674582$	(68. 18.)
14.	$\log h$	$= 6{,}8595741$	
	$\log$ (1 M. in M.)	$= 3{,}8704297$	(68. 9.)
15.	$\log h'$	$= 2{,}9891444.$	

70.

Umlaufszeiten der Planeten um die Sonne.

1. Von allen Beobachtungen, welche am Himmel gemacht worden ſind, werden keine von den ſideriſchen Umlaufszeiten der Planeten, nämlich ſolchen, welche ſich auf einen Fixſtern, d. h. auf irgend einen feſten Punkt des Himmels beziehen, an Genauigkeit übertroffen.

Da nach der Laplace'ſchen Hypotheſe die Planeten mit hoher Wahrſcheinlichkeit von außen nach innen entſtanden ſind, ſo wollen wir dieſelben auch von außen nach innen zählen, indem wir den uns bekannten äußerſten Planeten Neptun als den erſten betrachten. Wir wollen ſodann zur Erſparung von Buchſtaben die ſideriſche Umlaufszeit eines jeden Planeten zwar mit T bezeichnen, derſelben rechts aber eine Zahl unterſchreiben, die dem Planeten vermöge ſeiner Ordnungszahl zukommt.

Wir erhalten dann folgende Zuſammenſtellung der Umlaufszeiten der Planeten in Tagen ausgedrückt (indem wir ſämmtliche Planetoiden als einen einzigen Planeten betrachten), der wir die Logarithmen der Umlaufszeiten, jedoch für die Secunden berechnet, nebenanſchreiben, nämlich:

2. für:	in Tagen:	in Secunden:
Neptun.	$T_1 = 60186{,}41800;$	$\log T_1 = 9{,}7160122;$
Uranus.	$T_2 = 30686{,}82083;$	$\log T_2 = 9{,}4234656;$
Saturn.	$T_3 = 10759{,}21982;$	$\log T_3 = 8{,}9682944;$
Jupiter.	$T_4 = 4334{,}58482;$	$\log T_4 = 8{,}5734612;$
Mars.	$T_6 = 686{,}97964;$	$\log T_6 = 7{,}7734576;$
Erde.	$T_7 = 365{,}25637;$	$\log T_7 = 7{,}4991114;$
Venus.	$T_8 = 224{,}70079;$	$\log T_8 = 7{,}2881183;$
Merkur.	$T_9 = 87{,}96926;$	$\log T_9 = 6{,}8808446.$

Es kann wünschenswerth werden, diese Umlaufszeiten in Jahren ausgedrückt zu haben. Wir haben zu dem Ende nur nothwendig, die Umlaufszeiten sämmtlicher Planeten mit der Umlaufszeit T_7 der Erde zu dividiren, oder von den Logarithmen der Umlaufszeiten den Logarithmus der Umlaufszeit der Erde abzuziehen. Wir erhalten:

3. für:	in Jahren:	in Jahren:
Neptun.	$T_1 = 164{,}7785$;	$\log T_1 = 2{,}2169008$;
Uranus.	$T_2 = 84{,}01062$;	$\log T_2 = 1{,}9243542$;
Saturn.	$T_3 = 29{,}45662$;	$\log T_3 = 1{,}4691830$;
Jupiter.	$T_4 = 11{,}86724$;	$\log T_4 = 1{,}0743498$;
Mars.	$T_6 = 1{,}880815$;	$\log T_6 = 0{,}2743462$;
Erde.	$T_7 = 1$	$\log T_7 = 0$
Venus.	$T_8 = 0{,}6151865$;	$\log T_8 = 0{,}7890069 - 1$;
Merkur.	$T_9 = 0{,}2408425$;	$\log T_9 = 0{,}3817332 - 1$.

71.

Die mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne.

1. So wie wir, in (67.), die Erdweite durch das astronomische Zeichen der Erde ausgedrückt haben, so wollen wir überhaupt alle Planetenweiten, d. h. deren mittlere Entfernungen vom Mittelpunkte der Sonne durch die bezüglichen astronomischen Zeichen der Planeten ausdrücken.

Es bedeuten also die Planetenzeichen: ♆ (Neptun); ♅ (Uranus); ♄ (Saturn); ♃ (Jupiter); ♂ (Mars); ♁ (Erde); ♀ (Venus); ☿ (Merkur); nicht allein den wirklichen Ort der Planeten, sondern auch deren mittlere Entfernungen von der Sonne.

Da bekanntlich zwischen Jupiter und Mars, also zwischen dem 4. und 6. Planeten von außen nach innen gezählt, ein Planet durch viele kleine Planetchen ersetzt ist, so wollen wir die mittlere Entfernung aller dieser Planetoiden von der Sonne, wo wir es für nothwendig halten, mit 5 bezeichnen.

Aus dem 3. Keppler'schen Gesetze (59. 4.) folgt, unter der Voraussetzung, daß die Masse eines jeden Planeten gegen die Sonnenmasse unbedeutend klein sei:

2. $$R^3 = \frac{r^3}{t^2} \cdot T^2.$$

Beziehen wir nun die kleinen Buchstaben auf unsere Erde, die großen auf einen anderen Planeten, so sind uns r, t und T bekannte Größen, [nämlich $r = ♁$ in (67. 6.), $t = T_7$ in (70. 2.), und T ebenfalls aus (70. 2.) für jeden Planeten,] und daher ist R oder die mittlere Entfernung desjenigen Planeten, welchem die Umlaufszeit T entspricht, leicht bestimmbar.

Wir erhalten also, indem wir V anstatt $\frac{r^3}{t^2}$ schreiben:

$$\log r^3 = \log ♁^3 = 21{,}9006912 \qquad (67.\ 6.)$$
$$\log t^2 = \log T_7^2 = 14{,}9982228 \qquad (70.\ 2.)$$

3. $$\begin{cases} \log V = 6{,}9024684\,; \\ \log V^{-1} = 0{,}0975316 - 7. \end{cases}$$

Um nun die mittleren Entfernungen für die verschiedenen Planeten von der Sonne zu erhalten, haben wir die doppelten Logarithmen der verschieden accentuirten T, in (70. 2.), zu dem log V zu addiren, die so erhaltene Summe durch 3 zu dividiren und den Numerus aufzusuchen.

So erhalten wir beispielsweise für Neptun:

$$\log T_7^2 = 19{,}4320244 \qquad (70.\ 2.)$$
$$\log V = 6{,}9024684 \qquad 3)$$

$$\log R^3 = \log ♆^3 = 26{,}3344928$$

4. $$\log ♆ = 8{,}7781643\,; \quad ♆ = 60\dot{0}018000 \text{ g. M.}$$

Durch Anwendung dieser Rechnung auch auf die übrigen Planeten ergiebt sich folgende Zusammenstellung:

5. $$\log ♁ = 8{,}5831332\,; \qquad ♁ = 38\dot{2}942200 \text{ g. M.}$$
$$\log ♄ = 8{,}2796857\,; \qquad ♄ = 19\dot{0}408200 \quad ''$$
$$\log ♃ = 8{,}0164636\,; \qquad ♃ = 10\dot{3}863600 \quad ''$$
$$\log ♂ = 7{,}4831279\,; \qquad ♂ = 3\dot{0}417809 \quad ''$$

$\log \sigma = 7{,}3002304$; $\sigma = 19963209$ g. M.
$\log \varphi = 7{,}1593683$; $\varphi = 14433390$ „
$\log \mathfrak{H} = 6{,}8880525$: $\mathfrak{H} = 7727740$ „

Aus 2) folgt noch:

6. $T = R\sqrt{V^{-1}.\,R}$ und $R = \sqrt[3]{V\,T^2}$.

72.

Die siderischen Umlaufszeiten und die mittleren Entfernungen der Monde von ihren Planeten.

1. Bei Berechnung der mittleren Entfernungen der Monde von ihren Planeten verfahren wir ganz in analoger Weise wie in (71.). Wir bestimmen sie nämlich nach dem Keppler'schen Gesetze aus ihren Umlaufszeiten und indem wir die Entfernung *eines* Mondes als bekannt annehmen. Die Umlaufszeiten wollen wir hier mit t bezeichnen, diesem Buchstaben aber rechts eine arabische Ziffer unterschreiben, welche angiebt, auf welchen Satelliten, von außen nach innen gezählt, sich diese Umlaufszeit bezieht. Dagegen wollen wir für die mittleren Entfernungen der Monde von ihrem Hauptkörper das Planetenzeichen verwenden, und demselben ebenfalls die entsprechende Ziffer rechts unterschreiben, welche uns die Ordnungszahl des Mondes von außen nach innen bezeichnet. So heiße beispielsweise $\mathfrak{h}_6$ die mittlere Entfernung des sechsten Mondes Saturn von außen nach innen u. s. w.

2. Die siderischen Umlaufszeiten der 8 bekannten Monde Saturns (von außen nach innen) sind:

in Tagen:	in Secunden:
$t_1 = 79{,}3294$	$\log t_1 = 6{,}8359479$
$t_2 = 21{,}2840$	$\log t_2 = 6{,}2645670$
$t_3 = 15{,}945427$	$\log t_3 = 6{,}1391498$
$t_4 = 4{,}517492$	$\log t_4 = 5{,}5914111$
$t_5 = 2{,}736916$	$\log t_5 = 5{,}3737751$
$t_6 = 1{,}887804$	$\log t_6 = 5{,}2124698$
$t_7 = 1{,}370217$	$\log t_7 = 5{,}0733031$
$t_8 = 0{,}942424$	$\log t_8 = 4{,}9107600$

3. Die ſideriſchen Umlaufszeiten der 4 bekannten Monde Jupiters ſind:

in Tagen:	in Secunden:
$t_1 = 16{,}6890164$	$\log t_1 = 6{,}1589444$
$t_2 = 7{,}1545529$	$\log t_2 = 5{,}7910963$
$t_3 = 3{,}5511806$	$\log t_3 = 5{,}4868864$
$t_4 = 1{,}7691374$	$\log t_4 = 5{,}1842753$

4. Die ſideriſchen Umlaufszeiten der 2 bekannten Monde des Mars ſind:

in Tagen:	in Secunden:
$t_1 = 1{,}262429$	$\log t_1 = 5{,}0377207$
$t_2 = 0{,}3189244$	$\log t_2 = 4{,}4402014$

5. Die ſideriſche Umslaufszeit des Erdenmondes iſt:

$t =$	27,321661 Tage;	$\log t = 1{,}4365070$ in Tagen,
$=$	655,719864 Stunden;	$= 2{,}8167182$ „ Stunden,
$=$	39343,19184 Minuten;	$= 4{,}5948695$ „ Minuten,
$=$	2360591,5104 Secunden;	$= 6{,}3730208$ „ Secunden.

73.

Fortſetzung.

A. Für Saturn.

1. Die Entfernung des 8. oder innerſten Mondes Saturns von dem Mittelpunkte Saturns beträgt nach den aſtronomiſchen Angaben, nämlich: $\hbar_8 = 0{,}00124$ Erdweiten. Es iſt alſo:

	$\log \hbar_8$	$= 0{,}0934217 - 3$	in Theilen der Erdweite;
	$\log \sigma$	$= 7{,}3002304$	(71. 5.)
2.	$\log \hbar_8$	$= 4{,}3936521$	in g. Meilen.
	$\log \hbar_8^3$	$= 13{,}1809563$	
	$\log t_8^2$	$= 9{,}8215200$	(72. 2.)
3.	$\log v$	$= 3{,}3594363$	für Saturn.
	$\log t_1^2$	$= 13{,}6718958$	(72. 2.)
	$\log \hbar_1^3$	$= 17{,}0313321$	
4.	$\log \hbar_1$	$= 5{,}6771107$;	$\hbar_1 = 475456{,}3$ g. M.

Auf dieselbe Weise erhalten wir:

5. $\log \hbar_2 = 5{,}2961901$ $\quad \hbar_2 = 197783{,}5$ g. M.
$\log \hbar_1 = 5{,}2125786$ $\quad \hbar_1 = 163146{,}8$ „
$\log \hbar_4 = 4{,}8474195$ $\quad \hbar_4 = 70375{,}18$ „
$\log \hbar_5 = 4{,}7023288$ $\quad \hbar_5 = 50388{,}20$ „
$\log \hbar_6 = 4{,}5947919$ $\quad \hbar_6 = 39336{,}15$ „
$\log \hbar_7 = 4{,}5020141$ $\quad \hbar_7 = 31769{,}78$ „
$\log \hbar_8 = 4{,}3936521;$ $\quad \hbar_8 = 24754{,}38$ „

B. Für Jupiter.

1. Nach den astronomischen Angaben beträgt die Entfernung des innersten oder IV. bekannten Mondes Jupiters 0,002819 Halbmesser der Erdbahn.

Wir erhalten hiernach:

$\log \mathfrak{A}_4 = 0{,}4500951 - 3$ in Erdweiten,
$\log \odot = 7{,}3002304$ (71. 5.)

2. $\log \mathfrak{A}_4 = 4{,}7503255$ in g. Meilen.

$\log \mathfrak{A}_4^3 = 14{,}2509765$
$\log t_4^2 = 10{,}3685506$ (72. 3.)

3. $\log v = 3{,}8824259$ für Jupiter.

$\log t_1^2 = 12{,}3178888$ (72. 3.)

$\log \mathfrak{A}_1^3 = 16{,}2003147$

4. $\log \mathfrak{A}_1 = 5{,}4001049;$ $\quad \mathfrak{A}_1 = 251249{,}0$ g. M.

In gleicher Weise findet sich:

5. $\log \mathfrak{A}_2 = 5{,}1548728$ $\quad \mathfrak{A}_2 = 142847{,}5$ g. M.
$\log \mathfrak{A}_3 = 4{,}9520662$ $\quad \mathfrak{A}_3 = 89550{,}12$ „
$\log \mathfrak{A}_4 = 4{,}7503255$ $\quad \mathfrak{A}_4 = 56276{,}30$ „

C. Für Mars.

1. Die astronomischen Lehrbücher geben die Entfernung des innersten der beiden Marsmonde zu 0,0000627 Erdweiten an.

Hieraus findet sich:

$\log \sigma_2 = 0{,}7972675 - 5$ in Erdweiten,
$\log \odot = 7{,}3002304$ (71 5.)

2. $\log \sigma_2 = 3{,}0974979$ in Meilen.

$\log \sigma_2^3 = 9{,}2924937$
$\log t_2^2 = 8{,}8804028$ (72. 4.)

3. $\log v = 0{,}4120909$ für Mars.

$\log t_1^2 = 10{,}0754414$
$\log \sigma_1^3 = 10{,}4875323$

4. $\log \sigma_1 = 3{,}4958441$; $\sigma_1 = 3132{,}161$ g. M.

Ebenſo findet ſich:

5. $\log \sigma_2 = 3{,}0974979$; $\sigma_2 = 1251{,}693$ g. M.

D. Für die Erde.

1. Nach aſtronomiſchen Mittheilungen beträgt die mittlere Entfernung des Erdenmondes von dem Mittelpunkte der Erde 51804,96 g. M. Hiernach iſt:

2. $\log \mathfrak{C}_1 = 4{,}7143714$ in Meilen.

74.

Beſtimmung der Maſſen der Himmelskörper.

Da wir wegen der Gleichheit zwiſchen Centripetal- und Centrifugalkraft bei der freien Kreisbewegung P oder p für C oder c ſchreiben dürfen, ſo folgt, aus (56. 3.)

1. $$P = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$$

alſo iſt auch:

2. $$P R^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R^3.$$

Nun folgt aber, aus (44. 2.):

3. $$P R^2 = \frac{M}{m} \cdot p r^2,$$

alſo iſt auch:

4. $$\frac{M}{m} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{R^3}{p r^2}.$$

Beziehen wir nunmehr die großen Buchſtaben auf die Sonne, die kleinen dagegen auf unſere Erde, ſo bedeutet uns R die Erd-

weite (= ♁ in 71. 5.) T (= T_7 in 70. 2.) die Umlaufszeit der Erde um die Sonne, p (= p_α in 69. 12.) die Fallgeschwindigkeit an der Erde, wenn dieselbe nicht rotirte, und r ihren mittleren Halbmesser (in 68. 18.), und die Gleichung lehrt uns das Verhältniß der Sonnenmasse zur Erdmasse finden. Sie erleidet eine Vereinfachung, indem wir m = 1 setzen, und sie folgendermaßen anschreiben; nämlich:

5. $$M = \frac{4\pi^2}{h^1} \cdot V = U V ,$$

$$\left(\text{also } \frac{4\pi^2}{h^1} = U \text{ setzen.}\right)$$

Es ergiebt sich:

$\log 4\pi^2 = 1{,}5963596$
$\log h^1 = 2{,}9891444$ (69. 15.)

6. $\log U = 0{,}6072152 - 2$
$\log V = 6{,}9024684$ (71. 3.)

7. $\log M = 5{,}5096836$; $M = 323358$ mal die Erdmasse.

8. Die Formel 5) können wir selbstredend auch auf die Bestimmung der Massen der Planeten anwenden, wenn wir fortgesetzt die kleinen Buchstaben auf die Erde, die großen dagegen auf die Planeten beziehen. Wir wollen in diesem Falle nur m für M schreiben, indem wir dem m zugleich rechts eine Ziffer unterschreiben, die uns die Reihenfolge des Planeten von außen nach innen bezeichnet.

So erhalten wir:

Für Saturn.

$\log U = 0{,}6072152 - 2$ nach 6)
$\log v = 3{,}3594363$ (73. A. 3.)

9. $\log m_3 = 1{,}9666515$; $m_3 = 92{,}60$ mal die Erdmasse.

Für Jupiter.

$\log U = 0{,}6072152 - 2$ nach 6)
$\log v = 3{,}8824259$ (73. B. 3.)

10. $\log m_4 = 2{,}4896411$; $m_4 = 308{,}77$ mal die Erdmasse.

Für Mars.

log U = 0,6072152 — 2 nach 6)
log v = 0,4120909 (73. C. 3.)

11. log m_6 = 0,0193061 — 1 ; m_6 = 0,1045...mal die Erdmaſſe

12. Wie einfach ſich auch das Verfahren geſtaltet, welches uns zur Beſtimmung der Maſſe eines Hauptkörpers führt, wenn derſelbe von Satelliten umgeben iſt, ebenſo ſchwierig wird daſſelbe, wenn der Hauptkörper von keinem Satelliten begleitet wird. Es bedürfte der größten Genauigkeit bei Beobachtung der Störungen und des ganzen Scharfſinnes der Aſtronomen, um auch hier zu genügenden Reſultaten zu gelangen.

Die Maſſen ſämmtlicher Planeten, wie ſie uns die aſtronomiſchen Lehrbücher mittheilen, verhalten ſich unter ſich und zur Erdmaſſe, welche als Einheit angenommen iſt, wie folgt:

13.

Neptun:	m_1 = 16	
Uranus:	m_2 = 15	
Saturn:	m_3 = 92,60	nach 9)
Jupiter:	m_4 = 308,77	„ 10)
Mars:	m_6 = 0,10	„ 11)
Erde:	m_7 = 1	
Venus:	m_8 = 0,78	
Merkur:	m_9 = 0,07	
	Σ m = 434,32	mal die Erdmaſſe,

während wir, in 7) die Maſſe der Sonne zu 323358 mal der Erdmaſſe oder um mehr als 744 mal größer wie die Maſſe ſämmtlicher Planeten gefunden haben.

75.

Beſtimmung der Geſchwindigkeit eines freifallenden Körpers an der Sonnenoberfläche und Bahngeſchwindigkeiten der Planeten.

1. Wir haben, in (69.), die Geſchwindigkeit eines an der Erdoberfläche freifallenden Körpers am Ende der erſten Secunde unter der Vorausſetzung beſtimmt, daß die Erde nicht rotirte. Es

erübrigt uns noch für unsere weitere Untersuchungen die Bestimmung der Geschwindigkeit eines freifallenden Körpers an der Sonnenoberfläche und wir wollen hierbei auf die Rotation der Sonne keine Rücksicht nehmen. Dieselbe findet sich aus Formel (44. 2.), wenn wir die großen Buchstaben auf die Sonne, die kleinen dagegen auf unsere Erde beziehen und m = 1 setzen, nämlich:

2. $$P = \frac{p\,r^2}{R^2} \cdot M = \frac{h\,M}{R^2}\,;$$ (69. 14.).

3. Die astronomischen Lehrbücher geben uns den Sonnenhalbmesser R = 93438 g. M. an (log R = 4,9705235.)

Wir finden also:

log h	=	6,8595741	(69. 14.)
log M	=	5,5096836	(74. 7.)
		12,3692577	
log R^2	=	9,9410470	

4. log P = 2,4282107; P = 268,0462 Meter Fallgeschwindigkeit am Ende der ersten Secunde auf der Oberfläche der Sonne.

Hieraus ergiebt sich leicht die Geschwindigkeit **G**, in (61. 6.), mit welcher sich ein Körper an der Oberfläche der Sonne frei im Kreise bewegt, wenn wir daselbst die vorstehenden Werthe von R und P für r und p schreiben, nämlich:

log R	=	4,9705235	3)
log (1 M. in M.)	=	3,8704297	(68. 9.)
log P	=	2,4282107	4)
log $\mathbf{G}^2$	=	11,2691639	

5. log **G** = 5,6345819; **G** = 431104 Meter. = 58,0968 g. M.

Dieses Resultat ergiebt sich übrigens unter der Voraussetzung, daß der umlaufende Körper gegen die Sonnenmasse ungemein klein sei, d. h. daß er selbst auf die Bewegung der Sonne keinen merklichen Einfluß ausübe.

Bedeuten R und r die mittleren Entfernungen zweier um die Sonne laufender Körper von dem Mittelpunkte der Anziehung und ſind G und g ihre bezüglichen Geſchwindigkeiten, ſo folgt, aus (59. 3.)

6. $G^2 = g^2 \cdot \frac{r}{R}$ oder $G = g\sqrt{\frac{r}{R}}$.

Aus dieſer Formel ergiebt ſich die Bahngeſchwindigkeit der Planeten. So iſt beiſpielsweiſe für Neptun:

log g = 5,6345819 in M. 5) daſelbſt g für **G** geſchrieben.
log (1 M. in M.) = 0,1295703 — 4 (68. 10.)

log g = 1,7641522 in M.
log g^2 = 3,5283044
log r = 4,9705235 3) daſelbſt r für R geſchrieben.

log $r g^2$ = 8,4988279
log $\Psi' = \log R$ = 8,7781643 (71, 5.)

log G^2 = 0,7206636 — 1.

7. log G = 0,8603318 — 1; G = 0,7249900 g. M. für Neptun.

In gleicher Weiſe finden ſich die Bahngeſchwindigkeiten

8. log G = 0,9578473 — 1	G = 0,9075014	g. M.	für Uranus;
log G = 0,1095711	G = 1,286978	„	Saturn;
log G = 0,2411821	G = 1,742537	„	Jupiter;
log G = 0,5078500	G = 3,219956	„	Mars;
log G = 0,5992986	G = 3,974647	„	die Erde;
log G = 0,6697298	G = 4,674442	„	Venus;
log G = 0,8053877	G = 6,388336	„	Merkur.

76.

Die Entwickelung der Wärmeerhöhung bei dem Zuſammenſtoße einer 500 fachen Erdmaſſe mit dem Sonnenkörper.

1. Wir erſehen aus der Vergleichung des Reſultates Σ m, in (74. 13.), mit dem M, in (74. 7.), wie ſehr die Sonne ſämmtliche Körper ihres Bereiches an Maſſe übertrifft, und daß ſie deshalb

auch alle durch ihre Kraft beherrscht. Allein die Entdeckung vieler neuen, wenn auch nur kleinen Planeten (— man zählt gegenwärtig zwischen Jupiter und Mars deren bereits 235 —), ferner die Möglichkeit, daß auch noch jenseits Neptuns und zwischen Merkur und der Sonne die Sonne von Planeten umkreist werde, sowie endlich die sichere Annahme, daß sich außerdem noch eine ungeheuere Zahl theils fester, theils luftförmig flüssiger Körper in dem Sonnensystem bewegen und einen integrirenden Theil desselben bilden, — veranlaßt uns die Masse höher zu schätzen, als wir sie gefunden haben.

2. Nehmen wir beispielsweise an, daß sämmtliche Masse des Systems, mit Ausnahme der Sonnenmasse selbst, rund 500 mal die Erdmasse betrage, und denken wir uns dieselbe in einem einzigen Klumpen vereinigt und aus „unendlich" großer Entfernung von der Sonne angezogen, so wird der Effect, der sich durch den Zusammenstoß beider Massen ergiebt, folgendermaßen zu berechnen sein.

Die Formeln (48. 2.) geben uns Auskunft über die Erhöhung des Hitzegrades, welchen beide zusammenstoßende Körper unter der Voraussetzung erleiden, daß der Zusammenstoß ein gerader, und der kleinere Körper von der Masse m ohne jegliche ihm bereits innewohnende Geschwindigkeit in die Anziehungssphäre der Sonnenmasse M eingetreten sei.

Die numerische Rechnung ergiebt:

$M = 323358$ (74. 7.) $\quad \log M = 5{,}5096836$

$m = 500$ (nach Annahme.) $\quad \log m = 2{,}6989700$

3. $M + m = 323858$; $\quad \log (M + m) = 5{,}5103546$

$\log (M + m)^{-\frac{2}{3}} = 0{,}9792908 - 12$

und nun weiter:

$\log 2 = 0{,}3010300$

$\log r = 4{,}9705235$ (75. 3.) daselbst r für R geschrieben,

$\log$ (1 M. in M.) $= 3{,}8704297$ (68. 9.)

$\log p = 2{,}4282107$ (75. 4.) daselbst p für P geschrieben,

$\log 0{,}00006007 = 0{,}7789194 - 5$ (23. 6.)

$\log (M + m)^{-\frac{2}{3}} = 0{,}9792908 - 12$

$\log (\mathfrak{M} : m^2) = 0{,}3284041 - 4$; $\quad \log (\mathfrak{m} : M^2) = 0{,}3284041 - 4$

$$\log (\mathfrak{W} : m^2) = 0{,}3284041 - 4; \quad \log (\mathfrak{w} : M^2) = 0{,}3284041 - 4$$

	$\log m^2 = 5{,}3979400$	$\log M^2 = 11{,}0193672$
	$\log \mathfrak{W} = 1{,}7263441$	$\log \mathfrak{w} = 7{,}3477713$
4.	$\mathfrak{W} = 53°{,}25306$ C.	$\mathfrak{w} = 22272620°$ C.

5. Der gerade Zuſammenſtoß einer Maſſe von der Größe der 500 fachen Erdmaſſe mit dem Sonnenkörper weiſt alſo nur eine ſehr geringe Wärmezunahme $\mathfrak{W}$ des Sonnenkörpers, dagegen eine ſehr bedeutende $\mathfrak{w}$ der 500 fachen Erdmaſſe nach. Bei der Annahme, daß der Zuſammenſtoß nicht genau gerade, ſondern etwas ſeitwärts ſtattgefunden habe, werden zwar beide Reſultate um ein Weniges herabgemindert werden, ohne daß jedoch hierbei die ſehr hohe Wärmezunahme der 500 fachen Erdmaſſe vieles an ihrer Bedeutung einbüßen kann.

6. Da die Sonne von Weſt nach Oſten rotirt, ſo ſchließen wir daraus, daß ein ſolcher excentriſche Zuſammenſtoß wirklich einmal auf der weſtlichen Seite des Sonnenkörpers ſtattfand, ohne damit die Möglichkeit auszuſchließen, daß die Sonne nicht ſchon vor dem Zuſammenſtoße eine Rotationsbewegung nach einer anderen Richtung gehabt habe.

7. Die geringe Wärmezunahme $\mathfrak{W}$ des Sonnenkörpers nach dem Zuſammenſtoße mit einer immerhin ſehr beträchtlichen Maſſe (der 500 fachen des Erdkörpers) zwingt uns dagegen zu dem Schluſſe, daß ſie vor demſelben ſchon eine feurige Kugel geweſen ſei, und zeigt die Abſurdität der Annahme, daß ihr Feuer durch den beſtändigen Zufluß von Meteoriten unterhalten werde.

8. An dieſen Schlüſſen würde ſich ſogar dann nichts ändern, wenn wir einen Klumpen von der doppelten Größe, (nämlich eine 1000 fache Erdmaſſe) mit dem Sonnenkörper in Zuſammenſtoß bringen würden. Denn dann erhielten wir eine Wärmeerhöhung der Sonne von 212°,3185, während ſich diejenige des 1000-fachen Erdklumpens auf 22200100° Cel. berechnete.

77.

Die Geſchwindigkeiten, mit welchen eine 500fache Erdmaſſe und die Sonnenmaſſe durch gegenſeitige Anziehung zuſammenſtoßen.

1. Die Formeln (47. 6.) laſſen uns die Geſchwindigkeiten G und g finden, mit welchen zwei Himmelskörper M und m, welche ſich durch gegenſeitige Anziehung einander nähern, endlich zuſammenſtoßen. In derſelben bedeuten für unſer Beiſpiel r den Halbmeſſer der Sonne und p die Geſchwindigkeit eines an der Sonnenoberfläche freifallenden Körpers am Ende der erſten Secunde. Die numeriſche Rechnung ergiebt:

$\log 2 = 0{,}3010300$

$\log r = 4{,}9705235$ (75. 3.) daſelbſt r für R geſchrieben;

$\log$ (1 M. in M.) $= 3{,}8704297$ (68. 9.)

$\log p = 2{,}4282107$ (75. 4.) daſelbſt p für P geſchrieben;

$\log (2\,r\,p) = 11{,}5701939$ in Meter.

$\log \sqrt{2\,r\,p} = 5{,}7850969$;	$\log \sqrt{2\,r\,p} = 5{,}7850969$
$\log m = 2{,}6989700$	$\log M = 5{,}5096836$ (76. 3.)
$8{,}4840669$	$11{,}2947805$
$\log (M+m) = 5{,}5103546$	$\log (M+m) = 5{,}5103546$ (76. 3.)
$\log G = 2{,}9737123$	$\log g = 5{,}7844259$
$\log G = 941{,}2654$ Meter	$g = 608731{,}7$ Meter
$=$ nicht ganz 0,127 Meilen;	$=$ etwas mehr als 82 Meilen.

Wenn wir die Quadrate dieſer Geſchwindigkeiten G und g mit $\frac{1}{2\,\mathfrak{g}^2}$, (23. 6. und 7.), multipliciren, ſo erhalten wir wieder genau die, in (76. 4.), gefundenen Wärmeerhöhungen $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{w}$.

5. Von dieſen Geſchwindigkeiten G und g geht für das plötzliche Aufhören der fortſchreitenden Bewegung jeweilig die Hälfte verloren, während die andere Hälfte den kleinſten Theilchen der beiden Körper als Wärmeerhöhung oder Molecularbewegung verbleibt (20. 10.).

Die Sonnenmaſſe verliert alſo $^1/_2$ G = 470,6 Meter = etwa 0,063 g. Meilen Geſchwindigkeit in der Secunde, während die 500-fache Erdmaſſe $\mathfrak{g} = {}^1/_2$ g = 304365,8 Meter = etwa 41 g. Meilen Geſchwindigkeit in der Secunde einbüßt; zugleich behalten beide Körper eben ſoviel von ihrem Geſchwindigkeitsbeſtreben als Molecularbewegung. Hierdurch wird die Sonnenmaſſe, nach (76. 4.), um 53° C., die 500 fache Erdmaſſe dagegen um 22272620° C. an Wärme erhöht.

6. Um zu ermitteln, in welcher Entfernung r vom Mitelpunkte der Sonne ſich ein Körper frei im Kreiſe mit der oben bei der 500 fachen Erdmaſſe zurückgebliebenen Geſchwindigkeit von $^1/_2$ g = 304365,8 Meter (log $^1/_2$ g = 5,4833959) bewegen würde, dient uns Formel (59. 3. mit folgender Abänderung:

Wir ſetzen daſelbſt G = $\mathfrak{G}$, aus (75. 5.), $^1/_2$ g = $\mathfrak{g}$ = 304365,8 Meter und R = dem Sonnenhalbmeſſer. Die Rechnung ergiebt dann:

	log $\mathfrak{G}^2$	= 11,2691638	(75. 5.)
	log R	= 4,9705235	(75. 3.)
		16,2396873	
	log $\mathfrak{g}^2$	= 10,9667918	
7.	log r	= 5,2738955 ;	r = 187886,4 g. M.

Danach ergiebt ſich zunächſt, daß ein Körper mit der Geſchwindigkeit $\mathfrak{g}$ (= 304365,8 Meter) ſich um r — R = 94448 g. Meilen von der Oberfläche der Sonne entfernt, frei im Kreiſe um die Sonne bewegen würde.

Dagegen folgt die Anziehungskraft p der Sonne in dieſer Entfernung r, aus (54. 8.), nämlich:

	log $\mathfrak{g}^2$	= 10,9667918	(in Meter)
	log r	= 5,2738955	(in Meilen)
log (1 M. in M.)		= 3,8704297	(68. 9.)
	log r	= 9,1443252	(in Meter)
8.	log p	= 1,8224666 ;	p = 66,4456 Meter.

78.

Folgen des Zuſammenſtoßes der Sonne mit einem 500 fachen Erdkörper.

1. Wie gering der Einfluß, der hierdurch auf die Sonnenmaſſe ausgeübt wird, ſein möchte, haben wir ſchon, in (76. 6—8.), näher erörtert. Dagegen iſt die Wirkung, die hierdurch auf die 500fache Erdmaſſe geltend gemacht würde, ſehr bedeutend. Denn bei einer plötzlichen Wärmeerhöhung von über 22000000°, oder, was daſſelbe iſt, bei dem fortgeſetzten Beſtreben der kleinſten Theilchen dieſer Maſſe ſich mit einer Geſchwindigkeit von über 304000 Meter oder etwa 41 g. Meilen in der Secunde weiter zu bewegen, muß ſich dieſe Maſſe bei dem Zuſammenſtoße in dieſe ihre elaſtiſch-flüſſig gewordenen kleinſten Beſtandtheilchen auflöſen.

2. Da wir ferner den Zuſammenſtoß nicht genau gerade annehmen, ſo mußte zugleich eine Ablenkung der in elaſtiſche Flüſſigkeit übergegangenen Maſſe von der bisherigen Bahnrichtung ſtattfinden, ſie mußte ſich anfangs von der Sonne entfernen, aber bald wegen der größeren Anziehungskraft derſelben ſich wieder ihr nähern, um dieſelbe aufrollen und ſie als Atmoſphäre umgeben. —

Das bekannte Plateau'ſche Experiment mit dem Oeltropfen überzeugt uns ferner, daß die Geſtalt des auf dieſe Weiſe ſich um den Sonnenkörper bewegenden elaſtiſchen Fluidums nur die einem Ellipſoide ähnliche ſein konnte. —

3. Die kleinſten Theilchen der 500 fachen Erdmaſſe erhielten alſo alle Eigenſchaften eines elaſtiſchen Fluidums. Vor Allem das Beſtreben innerhalb der Anziehungsſphäre des Sonnenkörpers gleichmäßig und ſagen wir, bis zum 4. Aggregatzuſtande ſich auszudehnen. Daß hierbei nach vollendeter Ausdehnung nicht mehr von einer vorhandenen Wärme (alſo auch nicht von einer Erkaltung der Zonen) die Rede ſein konnte, verſteht ſich nach der neueren Wärmetheorie von ſelbſt.

4. Da wir dem entſtandenen elaſtiſchen Fluidum nach ſeiner Ausdehnung Aehnlichkeit mit der Geſtalt eines Ellipſoides beilegen müſſen, ſo dürfen wir auch von ſeiner Aequatorebene und ſeinen

Axen sprechen. Auch dem Sonnenkörper haben wir durch den erhaltenen Stoß (76. 6.) eine Aequatorebene beigemessen, es ist aber nicht nothwendig, daß dieselbe mit der Aequatorebene des Ellipsoides zusammenfällt.

Denn wenn auch die Sonnenäquatorebene und ihre Rotationsaxe durch den Zusammenstoß mit der 500 fachen Erdmasse entstanden sind, so ist doch nicht anzunehmen, daß auch die Vertheilung der elastisch-flüssigen Masse, welche erst naturgemäß *nach* Herstellung der Sonnenrotationsaxe erfolgen konnte, in einer solch regelmäßigen Weise stattfände, daß gerade die eine Hälfte der elastisch-flüssigen Masse genau *oberhalb*, die andere genau *unterhalb* der verlängerten Sonnenäquatorebene sich ansammelte.

Die Annahme, daß Beide nicht eine einzige Ebene bildeten, ist daher sogar die wahrscheinlichere.

5. Ebenso natürlich ist es, die Aequatorebene des elastischen Fluidums wegen seiner anfänglichen Abstoßung von dem Sonnenkörper nicht als kreisförmig, sondern als eine Ellipse zu denken, in deren *einem* Brennpunkte die Sonne ihren Stand hatte. Und wären wir in der Lage den *Abstoßungswinkel* beider Himmelskörper bei ihrem Zusammenstoße zu bestimmen, so ließe sich die Natur dieser Ellipse, nämlich ihr Axenverhältniß, auch näher angeben.

6. Bei der Annahme einer nicht kreis- sondern ellipsenförmigen Aequatorebene gestaltet sich selbstverständlich unser flüssiges Ellipsoid zu einem *dreiaxigen*, indem wir außer seiner Rotationsaxe zwei Axen für die Aequatorebene anzunehmen haben. — Indessen kennen wir das Detail der Kräfte, welche das Ellipsoid zu einem *dreiaxigen* gestalteten zu wenig, und das Letztere wird auch wohl mit einem *zweiaxigen* in mancher Beziehung gleiches oder ähnliches Verhalten beobachten, weshalb wir es bei unseren nächsten Untersuchungen, der Einfachheit wegen, als ein *zweiaxiges* betrachten, also die Aequatorebene als eine *Kreis*ebene in Betracht ziehen wollen.

7. Was nun die Bewegung der einzelnen Elemente des Fluidums in der Aequatorebene des Ellipsoides anlangt, so müssen wir dieselbe als nach dem Keppler'schen Gesetze erfolgend, annehmen, und jedem Elemente des Fluidums eine freie Kreisbewegung um den Central-

körper beimessen. Die Bewegung der einzelnen Elemente des Fluidums außerhalb der Aequatorebene dagegen muß, da wir das Ellipsoid als ein zweiaxiges annehmen, in Kreislinien geschehen, welche die Peripherieen der Grundflächen von Kegeln bilden, deren Spitzen alle in dem Mittelpunkte der Sonne liegen.

79.

Betrachtungen hierüber.

1. Aus dem Bisherigen ergiebt sich mit einer Wahrscheinlichkeit, welche sich der vollsten Gewißheit nähert, daß die Laplace'sche ehemalige Sonnenatmosphäre nicht ursprünglich ein integrirender Theil des Sonnenkörpers selbst war, wie von Vielen, welche sich die Ausbildung der Laplace'schen Entstehungsweise des Planetensystems angelegen sein ließen, bisher angenommen wurde. Sie scheint vielmehr früher als fester Körper einem ganz anderen Weltsysteme angehört zu haben und durch Anziehung der Sonne in Zusammenstoß mit derselben gerathen zu sein. Durch diesen Zusammenstoß löste sich der feste Körper erst in seine kleinsten Bestandtheile auf und dann umgab der elastisch-flüssig gewordene Körper die Sonne als Atmosphäre.

Denn hätte diese Atmosphäre ursprünglich einen innigen Zusammenhang mit dem Sonnenkörper gehabt, wie etwa die Luft mit unserer Erde, d. h. wäre sie aus einem chemischen Processe hervorgegangen, — so müßten allerdings die Sonnenäquatorebene und die Aequatorebene der Sonnenatmosphäre einst eine einzige Ebene gebildet haben, und die Bahngeschwindigkeiten der Elemente dieser Atmosphäre würden der Drehungsgeschwindigkeit correspondirender Punkte an der Oberfläche der Sonne nahezu gleich gewesen sein, die Umläufe der verdichteten Elemente dieser Atmosphäre (der Planeten) um die Sonne, wären dann schwer zu erklären.

2. Dasselbe würde der Fall sein, wenn man nach der Kant'schen Hypothese der Sonne ursprünglich einen durchaus so lockeren Zustand beilegt, daß sich ihre Masse in die bisher von uns als

bis auf's Aeußerſte verdünnt gedachte Maſſe auflöſte. — Ganz abgeſehen davon, daß wir nicht recht einſehen durch welche Kraft die Verdichtung einer ſo dünnen Maſſe um ihren Mittelpunkt herum ſich ergeben könne, da ja die Anziehung daſelbſt gleich Null iſt.

Kant läßt zwar (66. 1.) der anziehenden Kraft die chemiſche vorauswirken. Da aber ohne jene kein Druck, d. h. keine Schwere beſteht, die chemiſchen Veränderungen aber auf den Gewichtsverhältniſſen der Stoffe beruhen (5. 7.), ſo erſcheint ſeine Erklärung über die Verdichtung der Materie durchaus illuſoriſch.

3. Alle hieraus erwachſenden Schwierigkeiten werden aber durch unſere Annahme, daß die Laplace'ſche ehemalige Sonnenatmoſphäre eine durch den Zuſammenſtoß mit einem kleineren feſten Körper, der ſich hierdurch in eine elaſtiſch-flüſſiſche Nebelmaſſe auflöſte, entſtandene Anlagerung dieſer Flüſſigkeit geweſen ſei; ferner daß ſich die Sonne nicht genau in dem Mittelpunkte dieſer Flüſſigkeit befunden habe und die Aequatorebenen beider Körper, nämlich der Sonne und ihrer ſo entſtandenen Atmoſphäre nicht zuſammenfielen (65. 2.), — beſeitigt.

4. Ebenſo verhält es ſich mit einer verſuchten Vergleichung der Dichte der Planeten und derjenigen der Sonne. Denn die Sonnendichte ſteht deshalb in gar keiner Beziehung zu derjenigen der Planeten, weil der die Sonne umgebenhabende Laplace'ſche Nebel nicht als eine Fortſetzung des Sonnenkörpers ſelbſt zu betrachten iſt, ſondern ſeinen beſonderen Urſprung hat.

5. Auch war die Rotation dieſes Nebels keine Folge von der Sonnenrotation an ſich, obgleich beide nach einer und derſelben Richtung hin rotiren. — Den Rotationen der Sonne und des Nebels liegt vielmehr nur eine und dieſelbe Urſache zu Grunde, nämlich der ſchiefe Zuſammenſtoß der Sonne mit einem kleineren Himmelskörper, ohne daß die Annahme ausgeſchloſſen wäre, die Sonne habe vor jenem Stoß ſchon eine Rotation gehabt.

80.

Fortsetzung.

1. Unsere bisherigen Betrachtungen ließen uns die Sonne vor dem Zusammenstoße mit einer weit kleineren Masse, (obgleich wir derselben das 500 fache der Erdmasse zugemessen haben), als einen isolirten, d. h. für sich ohne anhaftende Nebenkörper bestehenden Himmelskörper erkennen. Ihre eigene Entstehung bleibt uns immerhin noch eine räthselhafte, wie überhaupt diejenige aller Fixsterne. Vielleicht sind dieselben aus dem Zusammenstoße je zweier festen Himmelskörper von ziemlich gleichen Massen entstanden, wodurch beide Massen bei dem Zusammenstoße auch nahezu gleiche Temperaturerhöhungen erhalten. Denken wir uns hierbei diese Massen sehr groß, ihre ursprünglichen Entfernungen jedoch nicht, also auch nicht die Geschwindigkeiten des Zusammenstoßes, so gestattete ihre eigene Anziehung den kleinsten Theilchen nicht, sich von einander zu entfernen, und es konnten sich die zusammenstoßenden Massen vollständig zu einer einzigen vereinigen. Sie gelangten so auch in jenen Zustand des Selbstleuchtens und Wärmeausstrahlens, den wir an diesen Körpern beobachten, und in dem sie so lange verharren werden, bis sie entweder selbst erkalten oder durch den Zusammenstoß mit noch größeren Himmelskörpern sich wieder in Nebel auflösen.

Daß übrigens die Sonne keine Gaskugel ist, wie manchmal angenommen wird, sondern aus einer festen Masse besteht, geht unzweifelhaft aus ihrer Kugelgestalt hervor. Denn da sie sich um ihre Axe dreht, so müßte sie, bestände sie aus einer elastisch-flüssigen Materie, die Gestalt eines Ellipsoides und nicht die einer Kugel haben. Auch widerstreitet ihre Dichte der Annahme einer Gaskugel. Wir können sie daher nur als eine glühende feste Kugel betrachten, deren Oberfläche von Gasen als Atmosphäre eingehüllt wird.

2. Von der 500 fachen Erdmasse, die wir mit der Sonne zusammenstoßen ließen, wissen wir nicht, ob sie sich in glühendem oder kaltem Zustande befand, (und in letzterem Falle, ob sie bewohnt war oder nicht), da wir einfach nur ihre Wärmeerhöhung durch den Zusammenstoß mit der Sonne, und ihre Endgeschwindig-

keiten bei demselben, zu berechnen im Stande sind. — Aber der durch den Zusammenstoß erhaltene Hitzegrad läßt uns doch auf ihren Uebergang in den 4. Aggregatzustand schließen, wenn wir auch bei ihr einen anfänglich kalten Zustand voraussetzen.

3. Den Zustand der fraglichen Massen dürfen wir unmittelbar nach ihrem Zusammenstoße als einen chaotischen bezeichnen, da sehr verschiedenartige Kräfte einen Kampf mit einander zu bestehen hatten, bevor wieder regelmäßige Bewegungen stattfinden konnten. Die Anziehungskraft der Sonne hatte zu kämpfen mit den Molekularkräften der entstandenen elastischen Flüssigkeit, mit der Geschwindigkeit ihrer Elemente und mit dem Bestreben derselben sich auszudehnen.

Diese Geschwindigkeit der Elemente mußte in der sich bildenden Aequatorebene der Flüssigkeit in der Sonnennähe am größten sein. Wir haben zwar ihre Minimalgeschwindigkeit — nämlich ihre Geschwindigkeit unter der Voraussetzung, daß die 500 fache Erdmasse ohne *eigene* Geschwindigkeit in die Anziehungssphäre der Sonne gekommen sei — (g = 304365 Meter) — kleiner gefunden, als die Geschwindigkeit (G = 431104 Meter), die ein Körper hat, wenn er die Oberfläche der Sonne frei umkreisen würde. Immerhin würden wir selbst von dieser Geschwindigkeit, mit welcher in der Sonnennähe auch die Rotationsaxe des Ellipsoides umkreist werden mußte, uns nur schwer eine Vorstellung machen können, indem sie daselbst einen Strudel von unzähligen Umläufen in der Secunde erzeugen mußte. —

4. Von der Ausdehung des Nebelellipsoides, das durch die Auflösung der 500 fachen Erdmasse in ihre „kleinsten Bestandtheilchen" entstanden war, können wir mit Bestimmtheit keine Kenntniß haben, weil wir nicht mit Bestimmtheit wissen, ob der uns bekannte äußerste Planet, *Neptun*, in Wirklichlichkeit auch der äußerste sei? Der Aequatorhalbmesser des Nebelellipsoides, das wir, wie oben gesagt, als ein *zweiaxiges* betrachten wollen, kann mithin von uns nur nach der Entfernung dieses Planeten von der Sonne bemessen werden. Dasselbe ist mit seiner Rotationsaxe der Fall. Was das Verhältniß dieses Aequatorhalbmessers zur zugehörigen Rotationsaxe anlangt, so haben wir uns in dieser Beziehung bei Laplace selbst — in seiner „Mechanik des Himmels" — Raths zu erholen.

VIII.

Das Axenverhältniß einer um sich selbst drehenden Flüssigkeit.

81.

Vorbemerkungen.

1. Laplace bestimmt in seiner „Mechanik des Himmels" das Axenverhältniß einer sich um ihre eigene Axe drehenden Flüssigkeit. Er zieht dabei offenbar eine tropfbare Flüssigkeit in Betracht, bei welcher die Drehungsgeschwindigkeit von der Axe an, woselbst sie natürlich gleich Null ist, nach der Peripherie hin im Verhältniß der Halbmesser zunimmt und sich also in dem Aequator der Drehung am größten ergiebt. Die Drehung findet mithin bei der tropfbar-flüssigen Masse ganz wie bei einer festen Masse statt, mit dem Unterschiede, daß sich bei ersterer die äußere Form zu einem Ellipsoide gestalten muß, während sie bei letzterer ihre Gestalt beibehält.

2. Unser hier besprochenes Ellipsoid, das wir als eine um den Sonnenkörper rotirende elastisch-flüssige Masse entstanden sahen, unterscheidet sich also wesentlich von dem Laplace'schen, weil der Zusammenhang seiner kleinsten Theilchen ein anderer ist, wie bei den tropfbar-flüssigen, und daher auch die Bewegung derselben im Innern eine andere sein muß.

Da übrigens das Axenverhältniß, also die äußere Gestalt des Ellipsoides, ganz unabhängig von dem Geschwindigkeitsverhält-

niß seiner inneren Elemente ist, so muß auch dasjenige der tropfbar-flüssigen Masse Gültigkeit haben, für die elastisch-flüssige.

3. Beide, die tropfbar-flüssige und unsere elastisch-flüssige Masse, unterscheiden sich aber noch in einer andern Beziehung von einander. Bei dem tropfbar-flüssigen Ellipsoide des Laplace ist keine pericentrische Verdichtung vorausgesetzt, während bei dem von uns in Betracht gezogenen sich im Mittelpunkte der Sonnenkörper befindet, daselbst sich also eine Anziehungskraft ergiebt, welche alle eigene Anziehungskraft der rotirenden flüssigen Masse selbst absorbirt. Aus diesem Grunde dürfen wir die Anziehung eines jeden Elementes der Flüssigkeit, also auch diejenige an der Oberfläche des Ellipsoides, nicht wie bei einem Ellipsoide von fester Masse senkrecht auf die Oberfläche, sondern vielmehr — wie bei einer Kugel von fester Masse — direct nach dem Mittelpunkte gerichtet betrachten (58. 2.); und wir werden deshalb annehmen müssen, daß die Bewegung der Elemente in der Aequatorebene des Ellipsoides nach dem 3. Keppler'schen Gesetze stattfinde.

4. Bekanntlich ergiebt der Durchschnitt längs der Rotationsaxe bei einem zweiaxigen Ellipsoide eine Ellipse, deren große Axe der Aequaturdurchmesser und deren kleine Axe die Rotationsaxe des Ellipsoides ist. Bezeichnen wir die halbe große Axe derselben mit A, die halbe Rotationsaxe mit B und die Abscissen und Ordinaten mit x und y, so sind für Abscissen vom Mittelpunkte auf der großen Axe gezählt, die Gleichungen der Ellipse:

$$5.\quad y^2 = \frac{B^2}{A^2}(A^2 - x^2); \qquad x^2 = \frac{A^2}{B^2}(B^2 - y^2).$$

Laplace führt in diese Gleichungen das Verhältniß der Excentricität zur halben kleinen Axe ein. Nennt man zu dem Ende E die Excentricität der Ellipse, so ist:

$$6.\quad E^2 = A^2 - B^2. \quad \text{Es ist aber:} \quad \frac{A^2}{B^2} = 1 + \frac{A^2 - B^2}{B^2};$$

also auch:

$$7.\quad \frac{A^2}{B^2} = 1 + \frac{E^2}{B^2} \qquad \text{oder} \qquad \frac{A}{B} = \sqrt{1 + \frac{E^2}{B^2}}.$$

Bezeichnet man das Verhältniß $\frac{E}{B}$ der Excentricität zur halben kleinen Axe mit λ, so wird:

8. $A = B\sqrt{1 + \lambda^2}$ und $B = \frac{A}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$.

Führen wir jetzt den Werth von B in die Gleichung 5) ein, so erhalten wir:

9. $y^2 = \frac{A^2 - x^2}{1 + \lambda^2}$; $x^2 = A^2 - y^2\,(1 + \lambda^2)$.

Bezeichnen weiter x, y, z die rechtwinkeligen Coordinaten eines Ellipsoides vom Mittelpunkt aus, und y die zur kleinen Axe parallelen Ordinaten, so ist die Gleichung der Oberfläche bekanntlich:

10. $y^2 = -\frac{B^2}{A^2}\left(A^2 - (x^2 + y^2)\right)$.

Substituiren wir für A seinen Werth aus 8), so wird:

11. $y^2 + \frac{x^2 + y^2}{1 + \lambda^2} = B^2$.

82.

Auszug aus Laplace: Mechanik des Himmels.

Es seien für ein sich um seine Axe drehendes Ellipsoid von flüssiger Masse zum Aequatorhalbmesser A und zur halben Rotationsaxe B (nach Formel (81. 8.) $A = B\sqrt{1 + \lambda^2}$ gedacht) die Aequatorebene und zwei, senkrecht auf einander stehende, durch die Rotationsaxe gelegte Ebenen die Coordinatenebenen; der Mittelpunkt des Ellipsoides sei der Anfangspunkt der Coordinaten. α, β, γ bezeichnen die Coordinaten irgend eines seiner Punkte (α parallel mit der Rotationsaxe, β und γ parallel mit der Aequatorebene, die beiden letzteren also in der durch den Punkt gelegten Parallelkreisebene liegend gedacht.

Ferner bezeichnen P, Q, R die Kräfte, welche auf diesen Punkt parallel mit den Coordinaten wirken (nämlich Centripetal- und Centrifugalkraft in ihrer Zusammenwirkung), während uns P′, Q′, R′ die bloßen, mit den Axen α, β, γ parallelen, Anziehungen vorstellen, dann ist, wenn außerdem M die Masse des Ellipsoides bezeichnet, nach Laplace (M. d. H. B. II. S. 14.):

1. $$P' = \alpha \cdot \frac{M}{B^3} \cdot \frac{3}{\lambda^3} (\lambda - \operatorname{arc\,tg}\,\lambda);$$

2. $$Q' = \beta \cdot \frac{M}{B^3} \cdot \frac{3}{2\lambda^3} \left(\operatorname{arc\,tg}\,\lambda - \frac{\lambda}{1+\lambda^2}\right);$$

3. $$R' = \gamma \cdot \frac{M}{B^3} \cdot \frac{3}{2\lambda^3} \left(\operatorname{arc\,tg}\,\lambda - \frac{\lambda}{1+\lambda^2}\right);$$

Ist p die Gesammtanziehung des gedachten Punktes, so ist:

4. $$p = \sqrt{P'^2 + Q'^2 + R'^2}.$$

Diese Formeln von Laplace beziehen sich auf ein Ellipsoid von durchaus gleichartiger flüssiger Masse, welches Umdrehung um eine Axe hat. Laplace zog übrigens bei ihrer Entwickelung, wie wir bereits bemerkt haben, eine tropfbare Flüssigkeit in Betracht, deren Verhalten in vieler Beziehung demjenigen einer *festen* Masse gleichkommt. Er nimmt namentlich an, daß die Bewegung im Innern des Ellipsoides wie bei einer festen Masse erfolge, daß also die Geschwindigkeiten der Punkte im Innern sich wie ihre Entfernungen vom Mittelpunkte verhalten.

Wir wissen, daß die von uns beurtheilten Ellipsoide hiermit nicht zusammentreffen, da wir bei ihnen eine ungemein geringe Dichtigkeit bei sehr verdichtetem Kerne voraussetzen.

Obige Formeln können daher für uns nur dann in Betracht kommen, wenn wir sie entweder auf die Oberfläche unseres Ellipsoides beziehen, oder wenn wir Massen von durchaus *gleicher* Dichte, also ohne dichteren Kern, in Betracht nehmen würden.

83.

Fortsetzung.

Laplace verfährt nun, um bei einem sich um eine Axe drehenden Ellipsoide von flüssiger Masse einen Grenzwerth für λ zu erhalten (M. d. H. B. II. S. 61 u. ff.) in folgender Weise:

Bezeichnen wie in (82.) α, β, γ die drei rechtwinkeligen Coordinaten irgend eines Punktes der Oberfläche einer gleichartigen flüssigen Masse, welche eine Umdrehungsbewegung hat; P, Q, R die Gesammtkräfte, welche auf diesen Punkt parallel mit den Coordinaten wirken, so ist die Gleichung des Gleichgewichts:

1. $$0 = P \,.\, d\alpha + Q \,.\, d\beta + R \,.\, d\gamma.$$

Vergleicht man nun bei Bestimmung der Größen P, Q, R diese Gleichung des Gleichgewichts mit der Differentialgleichung der Oberfläche des Ellipsoides, so wird die erhaltene Gleichung dem Gleichgewichte mit der elliptischen Hypothese Genüge thun.

Die Gleichung für die Oberfläche des Ellipsoides ergiebt sich aus (81. 11.), wenn man daselbst α für y, β für x, und γ für z schreibt. Setzt man weiter die Masse M gleich dem Producte aus dem Inhalte des Ellipsoides in seine Dichte D, nämlich $M = \frac{4}{3} A^2 B \pi . D$, und drückt, nach (81. 8.), A durch B und λ aus, so wird man erhalten:

2. $$M = \tfrac{4}{3} B^3 (1 + \lambda^2) \,.\, \pi D.$$

Führt man diesen Werth von M in die Gleichungen (82. 1.—3.) ein, so ergeben sich als Coordinaten-Gleichungen der Anziehung:

3. $$P' = \alpha \,.\, \frac{4 \pi D \,.\, (1 + \lambda^2) \,[\lambda - \operatorname{arc\,tg} \lambda]}{\lambda^3};$$

4. $$Q' = \beta \,.\, \frac{4 \pi D \,.\, [(1 + \lambda^2) \,.\, \operatorname{arc\,tg} \lambda - \lambda]}{2 \lambda^3};$$

5. $$R' = \gamma \,.\, \frac{4 \pi D \,.\, [(1 + \lambda^2) \,.\, \operatorname{arc\,tg} \lambda - \lambda]}{2 \lambda^3};$$

Schreibt man zur Abkürzung:

6. $P' = \alpha . P''; \quad Q' = \beta . Q''; \quad R' = \gamma . R'',$

und nimmt man nur auf die Anziehung Rücksicht, so hat man:

7. $P = \alpha . P''; \quad Q = \beta . Q''; \quad R = \gamma . R'' = \gamma . Q''.$

„Nennt man c die Centrifugalkraft in der Entfernung 1 von „der Umdrehungsaxe, so wird diese Kraft in der Entfernung „$\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$ von derselben Axe, gleich $c . \sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$ sein: „zerlegt man sie parallel mit den Coordinaten β und γ, so wird „daraus in Q das Glied $- c\beta$, in R das Glied $- c\gamma$ entstehen; „man erhält so, wenn man auf alle Kräfte, welche auf die Theilchen „der Oberfläche wirken, Rücksicht nimmt

8. $P = \alpha . P''; \quad Q = \beta (Q'' - c); \quad R = \gamma (Q'' - c),$

„die vorhergehende Gleichung des Gleichgewichts 1) wird also:

9. $$0 = \alpha . d\alpha + \frac{Q'' - c}{P''} (\beta d\beta + \gamma . d\gamma).$$

Die Differentialgleichung der Oberfläche des Ellipsoides ist:

10. $$0 = \alpha . d\alpha + \frac{\beta . d\beta + \gamma . d\gamma}{1 + \lambda^2}.$$

Die Vergleichung von 9) und 10) liefert:

11. $P'' = (Q'' - c)(1 + \lambda^2).$

Stellt man von P'' und Q'' die Werthe her, so erhält man:

12. $$0 = - \frac{9\lambda + 2 . \frac{c}{\frac{4}{3}\pi D} . \lambda^3}{9 + 3\lambda^2} - \text{arc tg } \lambda$$

oder

13. $$- \frac{c}{\frac{4}{3}\pi D} = q$$

gesetzt:

14. $$0 = \frac{9\lambda + 2q\lambda^3}{9 + 3\lambda^2} - \text{arc tg } \lambda.$$

84.

Fortsetzung.

Wir wollen das, was Laplace über diese Formel, insbesondere die Werthe von λ und q sagt, möglichst wortgetreu hier folgen lassen:

„Bestimmt man nun λ durch diese Gleichung (sagt Laplace „Band II, S. 63), welche von den Coordinaten α, β, λ unab„hängig ist; so wird man die Gleichung des Gleichgewichts mit „der Oberfläche des Sphäroids in Uebereinstimmung bringen.

„Es folgt hieraus, daß die elliptische Figur dem Gleich„gewichte Genüge thut, wenigstens dann, wenn die Umdrehungs„bewegung so beschaffen ist, daß der Werth von λ^2 nicht unmög„lich ist, oder daß er, wenn er negativ ist, weder gleich noch „größer als die Einheit ist.

„Der Fall, wenn λ^2 unmöglich ist, würde einen unmög„lichen Körper geben; der Fall, wenn $\lambda^2 = 1$, würde ein Para„boloid, und der, wenn λ^2 negativ und größer als die Einheit „ist, würde ein Hyperboloid geben.

„(S. 68.) Hätte die Gleichung (83. 14.) verschiedene „reelle Wurzeln, so würden mehrere Figuren des Gleichgewichts „zu derselben Umdrehungsbewegung gehören; wir wollen also „sehen, ob die Gleichung mehrere reelle Wurzeln hat. Wir „nennen hierzu φ die Funktion (83. 14.), welche, gleich Null gesetzt, „diese Gleichung (83. 14.) giebt.

„Man sieht leicht, daß der Ausdruck von φ, wenn man „λ von Null bis ins Unendliche wachsen läßt, am Anfang und „am Ende positiv ist; gedenkt man sich also eine krumme Linie, „wovon x die Abscisse und φ die Ordinate ist, so wird diese „krumme Linie ihre Axe schneiden, wenn $\lambda = 0$ ist; die Ordi„naten werden dann positiv sein und wachsen; wenn sie ihr „Maximum erreicht haben, so werden sie abnehmen; die Curve „wird ein Zweitesmal ihre Axe in einem Punkte schneiden, „welcher den Werth von λ, der dem Zustand des Gleichgewichts „der flüssigen Masse entspricht, bestimmen wird; die Ordinaten

„werden hiernach negativ werden, und da sie positiv sind, wenn „$\lambda = \infty$ ist, so muß die krumme Linie ihre Axe ein Drittes„mal schneiden; dies bestimmt einen zweiten Werth von λ, welcher „dem Gleichgewichte Genüge thut. Man sieht so, daß es für „denselben Werth von q oder für eine gegebene Umdrehungsbe„wegung verschiedene Figuren giebt, mit welchen das Gleichge„wicht bestehen kann.

„Wir bemerken, um die Anzahl dieser Figuren zu be„stimmen, daß man

$$1. \qquad d\varphi = \frac{6\lambda^2 . d\lambda . [q\lambda^4 + (10q - 6)\lambda^2 + 9q]}{(3\lambda^2 + 9)^2 . (1 + \lambda^2)}$$

„hat. Die Annahme, $d\varphi = 0$ giebt:

$$2. \qquad 0 = q\lambda^4 + (10q - 6)\lambda^2 + 9q.$$

„Hieraus erhält man, wenn man nur die positiven Werthe „von λ betrachtet:

$$3. \qquad \lambda = \sqrt{\frac{3}{q} - 5 \pm \sqrt{(\frac{3}{q} - 5)^2 - 9}}.$$

„Diese Werthe von λ bestimmen die Maxima und Minima „der Ordinaten φ; es giebt also nur zwei solche Ordinaten auf der „Seite der positiven Abscissen; dies erfordert, daß die krumme „Linie ihre Axe auf dieser Seite nur in drei Punkten schneide, „den Anfangspunkt mit inbegriffen; es giebt daher nur zwei „Figuren, welche dem Gleichgewichte Genüge thun.

„(S. 70.) Der Werth von q hat eine Grenze, außerhalb „welcher das Gleichgewicht mit der elliptischen Figur nicht mög„lich ist. Denn man nehme an, daß die krumme Linie ihre Axe „nur in ihrem Anfangspunkt schneide; so hat man für den Punkt „des Contacts

$$\varphi = 0 \qquad \text{und} \qquad d\varphi = 0;$$

„der Werth von φ wird also niemals negativ sein auf der Seite „der positiven Abscissen, welche wir hier allein betrachten.

„Der Werth von q, welchen die zwei Gleichungen $\varphi = 0$ „und $d\varphi = 0$ bestimmen, wird die Grenze derjenigen Werthe „sein, mit welchen das Gleichgewicht bestehen kann, so daß ein „größerer Werth das Gleichgewicht unmöglich macht. Denn

„nimmt man an, daß q um die Größe f zunimmt, so wird „die Funktion φ um das Glied $\frac{2f.\lambda^3}{9+3\lambda^2}$ vermehrt; da nun „der Werth φ, welcher q entspricht, niemals negativ wird, was „auch immer λ sei, so ist auch dieselbe Funktion, welche q + f „entspricht, beständig positiv und kann niemals Null werden; das „Gleichgewicht ist alsdann unmöglich. Es erhellet noch aus dieser „Analysis, daß es nur einen einzigen reellen und positiven Werth „von q giebt, welcher den zwei Gleichungen φ = 0 und dφ = 0 „Genüge thut.

„Diese Gleichungen geben die folgenden:

4. $$q = \frac{6\lambda^2}{(1+\lambda^2).(9+\lambda^2)},$$

5. $$0 = \frac{7\lambda^5 + 30\lambda^3 + 27\lambda}{(1+\lambda^2)(3+\lambda^2)(9+\lambda^2)} - \operatorname{arc\,tg}\lambda$$

(Laplace.)

85.

Die Grenzellipsoide und ihre Modulu λ und ϰ.

Der Werth von λ, welcher der Gleichung (84. 5.) Genüge leistet, ist:

1. $\lambda = 2{,}5293103$;*) $\log\lambda = 0{,}4030020$.

Substituirt man den Werth von λ in Gleichung (84. 4.) oder in (83. 14.), so ergiebt sich:

2. $q = 0{,}3369988$; $\log q = 0{,}5276283 - 1$.

Substituirt man den Werth von q in Gleichung (84. 3), so findet sich für das obere, positive Zeichen unterhalb des Wurzelzeichens der Werth von λ wie in 1) und für das untere negative Zeichen findet sich, wenn man den gefundenen Werth mit ϰ bezeichnet:

3. $\varkappa = 1{,}186095$; $\log\varkappa = 0{,}0741196$.

---

*) Laplace bestimmt den Werth λ = 2,5292. Von Herrn J. G. Greiffenstein zu Bensheim ist derselbe auf vorstehende Stellen genauer gerechnet.

Beide Werthe, $\varkappa$ und λ, sind demnach zusammengehörige Werthe; sie bezeichnen das Verhältniß der Excentricität zweier Grenzellipsoide zu einer und derselben kleinen Halbaxe.

Es bestehen mithin auch zwei Grenzellipsoide für den Zustand des Gleichgewichts an der Oberfläche der sich um eine Axe drehenden elastisch-flüssigen Masse und wir können $\varkappa$ und λ die Moduln dieser Grenzellipsoide nennen.

86.

Construction der Bedingungsgleichung für die Grenzellipsoide.

Zur Versinnlichung der Werthe von $\varkappa$ und λ wollen wir die Gleichung (83. 14.)

$$\varphi = \frac{9\lambda + 2q\lambda^3}{9 + 3\lambda^2} - \operatorname{arc\,tg}\lambda$$

wirklich der Construction unterziehen.

Es sei zu dem Ende, (Fig. 13.), 0λ die Abscissenlinie und 0 der Anfangspunkt der Coordinaten.

Die construirte Curve erhält auf der Seite der positiven Abscissen zwei Biegungen und die Abscissenlinie selbst wird Berührungslinie an die zweite dieser Biegungen. Die Ordinaten sind daher auf der positiven Seite der Abcissenlinie (rechts oben) alle positiv. Das analoge Ergebniß erhalten wir auf der Seite der negativen Abscissen (links unten), nämlich ebenfalls zwei Biegungen (zu deren zweiten die Axe Tangente wird), aber nur negative Ordinaten. Gleichgroßen positiven und negativen Abscissen entsprechen also beziehungsweise gleich große positive und negative Ordinaten; die Aeste der Curve sind, vom Anfangspunkt gerechnet, einander congruent.

Die Ascissen $(0\varkappa =)\ \varkappa$ und $(0\lambda =)\ \lambda$ bezeichnen die Wurzeln der Gleichung (84. 3.), die Abscissen 0 und $(0\lambda =)\ \lambda$ die Wurzeln der Gleichungen (84. 5.) und (83. 14.); $(m\varkappa)$ ist die größte und der Punkt λ die kleinste Ordinate der Curve, beziehungsweise deren Maximum und Minimum.

Da ($0\lambda =$) λ eine Wurzel der Gleichung (83. 14.) ist, so findet in der Entfernung 0λ vom Anfangspunkt 0 der Abscissen entweder ein Durchschnitt oder eine Berührung mit der Axe statt. ($0\lambda =$) λ ist aber auch die Abscisse des Minimums der Curve, folglich findet eine Berührung der Curve mit der Axe in λ statt.

Wir werden daher das, was Laplace, in (84.), von φ sagt, in folgender Weise modificiren dürfen.

Man sieht leicht, daß der Ausdruck von φ, wenn man λ von Null bis ins Unendliche wachsen läßt, am Anfang und am Ende positiv ist; gedenkt man sich also eine krumme Linie, wovon x die Abscisse und φ die Ordinate ist, so wird diese krumme Linie ihre Axe schneiden, wenn $\lambda = 0$ ist; die Ordinaten werden dann positiv sein und wachsen. Wenn sie ihr Maximum (in m) erreicht haben, so wird die hierzu gehörige Abscisse ($0\varkappa =$) $\varkappa$ einen Werth bezeichnen, welcher einem Zustande des Gleichgewichts der flüssigen Masse entspricht; alsdann werden die Ordinaten abnehmen. — Die Curve wird dann ihre Axe in einem Punkte (λ) berühren und dessen Abscisse ($0\lambda =$) λ einen zweiten Werth bezeichnen, der einen Zustand des Gleichgewichts der flüssigen Masse ausdrückt. Von hier an werden die Ordinaten wieder wachsen und bis zu ∞ zunehmen.

Man sieht hieraus, daß es für denselben Werth von q, oder für eine gegebene Umdrehungsbewegung nur zwei verschiedene Figuren giebt, mit welchen das Gleichgewicht bestehen kann.

Und weiter, nach Formel (84. 3.):

Diese Werthe von λ bestimmen die Maxima und Minima der Ordinaten φ; es giebt also nur zwei solche Ordinaten auf der Seite der positiven Abscissen. Dies setzt voraus, daß die krumme Linie ihre Axe auf dieser Seite entweder in drei Punkten schneide, den Anfangspunkt mit inbegriffen, oder daß sie die Axe bloß in dem Anfangspunkt schneide und in einem anderen Punkte berühre. Daß Letzteres der wirkliche Fall sei, haben wir bereits erörtert. Es giebt also unbedingt zwei Figuren, welche dem Gleichgewichte Genüge leisten.

Unzweifelhaft wurden auch von Laplace die sich aus Formel (84. 3.) für λ ergebenden zwei Werthe erkannt, aber wohl aus

dem Grunde von ihm nur ein Werth (85. 1.) numerisch bestimmt, weil er seine Untersuchungen auf flüssige verdichtete und zwar durchaus gleichartige Massen, also auf Massen, denen eine größere pericentrische Verdichtung mangelt, beschränkte.

87.

Rückblicke auf die Ausführungen von Laplace.

1. Laplace sagt:

„Nennt man c die Centrifugalkraft in der Entfernung 1 von „der Umdrehungsaxe; so wird diese Kraft in der Entfernung

„$\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$ von derselben Axe, gleich c. $\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$

„sein."

Offenbar unterstellt er hier, daß die Umdrehung der flüssigen Masse nicht nach dem Keppler'schen Gesetze, sondern in der Weise von festen Massen stattfinde, nach welcher sich nämlich die Centrifugalkräfte wie die Halbmesser verhalten (56. 7.). Wir werden gegen diesen ausgesprochenen Satz nicht verstoßen, wenn wir uns unter 1 den Halbmesser des Aequators, und unter $\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$ den Halbmesser des Parallelkreises vorstellen, für welchen der von uns in Betracht gezogene Punkt ein Punkt der Peripherie ist. Der Satz ist dann im Einklange mit Formel (58. 4.), wenn wir daselbst c für C, 1 für A, und $\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$ für a schreiben.

2. Wir bemerken dabei nur, daß wir mit Laplace die in der Ebene des Parallelkreises wirkende Centrifugalkraft (— zerlegt in βc und γc —) von den bezüglichen Coordinaten der Anziehung, nämlich von Q" und R", in (83. 8.), in Abzug bringen, denn wenn wir die zerlegte Kraft wieder zusammensetzen, so erhalten wir auch wieder die auf einen Punkt der Peripherie des Parallelkreises in dessen Ebene wirkende Centrifugalkraft c. — Wir vermindern

also die Anziehung p′ des in Betracht gezogenen Punktes, um die volle, in der Ebene des Parallelkreises wirkende Centrifugalkraft c anstatt nur die reducirte Centrifugalkraft $c' = c \cdot \cos\alpha$ davon abzuziehen.

3. Dieser Umstand könnte unser Bedenken erregen, ob die Ausführungen zur Bestimmung des Axenverhältnisses bei dem Grenzellipsoide in der That „auf alle Kräfte, welche auf die Theilchen der Oberfläche wirken", Rücksicht nehmen.

In Anbetracht von (58. 8.) kann aber eine auf diese Weise entstehende Ungenauigkeit weder auf den Aequatorhalbmesser, noch auf die halbe Rotationsaxe, und mithin auch nicht auf deren Verhältniß zu einander von Einfluß sein. Da uns nun die Größen $\varkappa$ und λ solche Verhältnißzahlen ausdrücken, so können deren wahre Werthe durch jene Ungenauigkeit in keinem Falle alterirt werden.

4. Hätte übrigens Laplace nicht in der geschehenen Weise verfahren, sondern in der That die Anziehung p′ um die Centrifugalkraft c′ (58. 6.) vermindert, so wären, wie man sich leicht überzeugt, die Coordinaten des in Betracht gezogenen Punktes nicht ausgemerzt worden, die Aufgabe würde also bezüglich des Axenverhältnisses des Grenzellipsoides ungelöst geblieben sein.

88.

Grundformeln für die Halbaxen der Grenzellipsoide.

1. Wir haben also zu einem und demselben Aequatordurchmesser zwei an Länge verschiedene Rotationsaxen oder, was dasselbe ist, zu einem und demselben Aequatorhalbmesser zwei an Länge verschiedene Rotationshalbaxen gefunden, oder mit andern Worten, es gehören zu einer und derselben Aequatorebene zwei verschiedene Grenzellipsoide. Der größeren halben Rotationsaxe entspricht das kleinere Verhältniß $\varkappa$ der Excentricität der Durchschnittsellipse zu ihrer kleinen Halbaxe; der kleineren halben Rotationsaxe dagegen gehört das größere Verhältniß λ dieser Excentricität zu dieser Halbaxe an. Nennen wir daher A

den Aequatorhalbmeſſer, B die halbe Rotationsaxe des größeren und $\mathfrak{B}$ die halbe Rotationsaxe des kleineren Grenzellipſoides, ſo erhalten wir, nach (81. 8.):

2. $$A = \sqrt{1 + \varkappa^2} \,.\, B$$

3. $$A = \sqrt{1 + \lambda^2} \,.\, \mathfrak{B}.$$

Unterſtellen wir weiter, es ſei durch Aufwickelung ſeiner kleinſten Beſtandtheilchen das nach dem Zuſammenſtoße der 500 fachen Erdmaſſe mit dem Sonnenkörper entſtandene Ellipſoid, nach Herſtellung einer regelmäßigen Bewegung ſeiner kleinſten Beſtandtheilchen, ein größeres Grenzellipſoid zu dem Modul $\varkappa$ geworden. Für dieſes haben wir bereits, in (78. 7.), in der Aequatorebene die freie Kreisbewegung ſeiner Elemente, alſo gleiche Centripetal- und Centrifugalkräfte unterſtellt.

4. Wir werden dadurch zu der weiteren Annahme genöthigt ſein, daß, weil die Centrifugalkraft von dem Aequator an nach den Polen hin beſtändig ab-, dagegen die Centripetalkraft beſtändig zunimmt, und unter den Polen ſelbſt keine Centrifugalkraft beſteht, — die Rotationsaxe ſich in Folge der Anziehungskraft des Sonnenkörpers durch Zuſammenziehung des Ellipſoides beſtändig verkleinere, während die Aequatorebene ihre Ausdehnung beibehält.

Dadurch muß das Grenzellipſoid vom Modul $\varkappa$ nach und nach zu einem ſolchen zum Modul λ und der halben Rotationsaxe $\mathfrak{B}$ übergehen, für welches obiges Gleichgewicht der Kräfte bei weiterer Zuſammenziehung nicht mehr beſtehen kann.

5. Es wird dann eine äußere Schale ſich ablöſen und ein weiteres Grenzellipſoid zum Modul $\varkappa$ und zur halben Rotationsaxe $\mathfrak{B}$ reſtiren.

Dieſes zweite Grenzellipſoid zum Modul $\varkappa$ wird aber durch die Anziehung des Sonnenkörpers daſſelbe Schickſal erleiden, wie das vorige zu den Halbaxen A und B.

Nennen wir nun den Aequatorhalbmeſſer des neuen Grenzellipſoides $\mathfrak{A}$, und die halbe Rotationsaxe, nachdem es ſich ebenfalls zum Grenzellipſoid vom Modul λ zuſammengezogen hat, $\mathfrak{b}$, ſo werden wir analog 2) und 3) haben:

6. $$\mathfrak{A} = \sqrt{1 + \varkappa^2} \cdot \mathfrak{B}$$

7. $$\mathfrak{A} = \sqrt{1 + \lambda^2} \cdot \mathfrak{b}$$

u. s. w.

8. Wir können das Grenzellipsoid zum Modul $\varkappa$ „Gleichgewichtsellipsoid", dasjenige zum Modul λ dagegen „Erzeugungsellipsoide" nennen. Ersteres erfüllt vollkommen die Bedingungen des Gleichgewichts, von Letzterem löst sich ein Theil zur Bildung eines selbstständigen Körpers ab, sobald sich die Rotationsaxe weiter verkürzt.

9. Nach der Theorie von Laplace gestaltet sich die von dem Erzeugungsellipsoide abgelöste Schale zu einem Planeten und zwar durch die Erkaltung der Schale (Zone). Wir sind anderer Meinung, indem die Nebelmasse der Schale wegen vollständig erfolgter Ausdehnung auch ihre Wärme verloren haben muß, und werden wir unten darauf zurückkommen, in welch anderer Weise wir uns die abgelöste Schale sich zum Planeten gestaltend zu denken haben.

89.

Fortsetzung.

Zur Versinnlichung des hier, in (88.), Gesagten sei, Fig. 14., A B S der Durchschnittsquadrant unseres, durch den Zusammenstoß einer 500fachen Erdmasse mit dem Sonnenkörper entstandenen Gleichgewichtsellipsoides von äußerst verdünnter Flüssigkeit, A (= A S) sei der Aequatorhalbmesser, B (= B S) die halbe zugehörige Rotationsaxe und S der Stand der Sonne. Wiederholen wir nun zur Versinnlichung der Figur das oben Gesagte, so wird die Sonne, je nach Maßgabe der bestehenden Centrifugalkraft anziehend auf die Elemente des Ellipsoides wirken, dasselbe wird hier-

durch in ein Erzeugungsellipsoid zum Durchschnittsquadranten A B S übergehen, für welches Gleichgewicht nicht mehr bestehen kann, sobald weitere Verkürzung der Rotationsaxe stattfindet.

Es wird sich also äußerlich eine Schale zum halben Durchschnitt A B A A ablösen und ein Gleichgewichtsellipsoid zum Durchschnittsquadranten A B S wird erübrigen, das dann aus denselben Ursachen auch dieselben Veränderungen zu erleiden hat. Die zuerst abgelöste Schale zur Breite A A wird sich zusammenziehen und nach der Laplace'schen Theorie wird sich an der Grenze der jeweiligen Sonnenatmosphäre, also in der Entfernung (A = A S) von dem Mittelpunkte der Sonne, also an der Grenze des restirenden Ellipsoides — ein Planet bilden.

Steht die Annahme, daß der Planet jedesmal an der Grenze des restirenden Gleichgewichtsellipsoides (zum Modul $\varkappa$) entstanden sei, richtig, so müssen wir auch im Stande sein, den Standort der Planeten von einem zum andern hiernach zu berechnen, denn die Abwechselung von Gleichgewichts- und Erzeugungsellipsoiden muß nach dem Gesetze stattfinden, das durch diesen Wechsel ausgedrückt wird. Und finden wir andererseits eine Uebereinstimmung unserer Rechnungen mit den wirklichen Entfernungen der Planeten von der Sonne, so dürfen wir, je nach Maßgabe dieser Uebereinstimmung, schließen, daß auch unsere Annahme mit der Wahrheit übereinstimmt.

Wäre A, Fig. 14, der Standort des äußersten Planeten des Sonnensystems, also (A S =) A seine mittlere Entfernung von der Sonne, so bezeichneten (A S =) A den Aequatorhalbmesser des entstandenen flüssigen Ellipsoides und (B S =) B die zugehörige halbe Rotationsaxe des Gleichgewichtsellipsoides; (B S =) B dagegen die zugehörige halbe Rotationsaxe des Erzeugungsellipsoides. Es wäre also A B A A der vierte Theil des Schaldurchschnittes, aus welchem sich dieser äußerste Planet gebildet hätte. U. s. w.

Es geht hieraus die hohe Wichtigkeit für unsere Untersuchungen hervor, die eine dieser Größen bequem durch die andere ausdrücken zu können, was wir in dem Folgenden ausführen wollen.

90.

Relationen zwischen den Halbaxen A, B, $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, und den Modulu $\varkappa$ und λ.

1. $A = \sqrt{1 + \varkappa^2} \cdot B = 1{,}551383 \cdot B = \mathfrak{k} \cdot B$; $\log \mathfrak{k} = 0{,}1907219$

2. $A = \sqrt{\frac{1+\lambda^2}{1+\varkappa^2}} \cdot \mathfrak{A} = 1{,}753145 \cdot \mathfrak{A} = \mathfrak{L} \cdot \mathfrak{A}$; $\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178$

3. $A = \sqrt{1 + \lambda^2} \cdot \mathfrak{B} = 2{,}719817 \cdot \mathfrak{B} = \mathfrak{l} \cdot \mathfrak{B}$; $\log \mathfrak{l} = 0{,}4345397$

4. $B = \frac{1}{\sqrt{1 + \varkappa^2}} \cdot A = 0{,}6445813 \cdot A = \mathfrak{k}^{-1} \cdot A$; $\log \mathfrak{k}^{-1} = 0{,}8092781 - 1$

5. $B = \sqrt{\frac{1+\lambda^2}{(1+\varkappa^2)^2}} \cdot \mathfrak{A} = 1{,}130045 \cdot \mathfrak{A} = \mathfrak{K} \cdot \mathfrak{A}$; $\log \mathfrak{K} = 0{,}0530959$

6. $B = \sqrt{\frac{1+\lambda^2}{1+\varkappa^2}} \cdot \mathfrak{B} = 1{,}753145 \cdot \mathfrak{B} = \mathfrak{L} \cdot \mathfrak{B}$; $\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178$

7. $\mathfrak{A} = \sqrt{\frac{1+\varkappa^2}{1+\lambda^2}} \cdot A = 0{,}5704035 \cdot A = \mathfrak{L}^{-1} \cdot A$; $\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$

8. $\mathfrak{A} = \sqrt{\frac{(1+\varkappa^2)^2}{1+\lambda^2}} \cdot B = 0{,}8849202 \cdot B = \mathfrak{K}^{-1} \cdot B$; $\log \mathfrak{K}^{-1} = 0{,}9469041 - 1$

9. $\mathfrak{A} = \sqrt{1 + \varkappa^2} \cdot \mathfrak{B} = 1{,}551393 \cdot \mathfrak{B} = \mathfrak{k} \cdot \mathfrak{B}$; $\log \mathfrak{k} = 0{,}1907219$

10. $\mathfrak{B} = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \cdot A = 0{,}3676717 \cdot A = \mathfrak{l}^{-1} \cdot A$; $\log \mathfrak{l}^{-1} = 0{,}5654603 - 1$

11. $\mathfrak{B} = \sqrt{\frac{1+\varkappa^2}{1+\lambda^2}} \cdot B = 0{,}5704035 \cdot B = \mathfrak{L}^{-1} \cdot B$; $\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$

12. $\mathfrak{B} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varkappa^2}} \cdot \mathfrak{A} = 0{,}6445813 \cdot \mathfrak{A} = \mathfrak{k}^{-1} \cdot \mathfrak{A}$; $\log \mathfrak{k}^{-1} = 0{,}8092781 - 1$

IX.

Vergleichung der theoretiſchen Entfernungen der Nebenkörper von ihren Hauptkörpern mit ihren wirklichen Standorten.

91.

Vorbemerkungen.

1. Die Formeln in (90.) genügen, um aus einer vorhergehenden Halbaxe leicht eine folgende oder aus einer folgenden eine vorhergehende zu beſtimmen. Um aber auch die mittlere Entfernungen der Planeten von der Sonne bequem mit den Aequatorhalbmeſſern der Grenzellipſoide vergleichen zu können, wollen wir alle dieſe Aequatorhalbmeſſer mit A bezeichnen und denſelben rechts eine römiſche Ziffer unterſchreiben, die der Zahl entſpricht, deren Stelle der betreffende Planet von außen nach innen einnimmt. Und in derſelben Weiſe wollen wir mit den halben Rotationsaxen verfahren, welche wir mit B bezeichnen, indem wir denſelben eine römiſche Ziffer, welche derjenigen des Aequatorhalbmeſſers des zugehörigen Gleichgewichtsellipſoides entſpricht, rechts unterſchreiben. — Den Aequatorhalbmeſſer und die halbe Rotationsaxe des äußerſten Gleichgewichts Ellipſoides werden wir demgemäß mit ($A_0 S =$) A_0 und beziehungsweiſe ($B_0 S =$) B_0 bezeichnen. — Iſt das äußerſte

Gleichgewichtsellipsoid in das erste oder äußerste Erzeugungsellipsoid übergegangen, so entspricht die Bezeichnung A_0 und B_1 den Halbaxen. — Durch Ablösung der äußeren Schale zur Bildung eines Planeten, werden die Halbaxen des neu entstandenen Gleichgewichtsellipsoides A_1 und B_1 (= A und B in Fig. 14.) sein, u. s. w.

2. Da sämmtliche Grenzellipsoide desselben Moduls unter sich ähnliche Figuren sind, so müssen auch ihre homologen Abmessungen der Ordnung nach in einer zusammenhängenden Proportion stehen. Es wird also auch jede Abmessung mittlere Proportionalgröße sein zwischen ihrer vorhergehenden und ihrer folgenden. Hiernach läßt sich also weiter jede Halbaxe irgend eines Grenzellipsoides leicht durch die erste Halbaxe ausdrücken.

Schreiben wir demnach A_0 für A, und A_1 für A u. s. w. und bezeichnen für das n^{te} Grenzellipsoid den Aequatorhalbmesser mit A_n, so findet sich, aus (90. 7.):

3. $A_n = \mathfrak{L}^{1-n}.\ A_0$; $\quad \log \mathfrak{L}^{1-n} = (1-n).0{,}2438178$

also

4. $$A_0 = \mathfrak{L}^{n-1}.\ A_n.$$

Schreiben wir ebenso B_0 für B, und B_1 für B, u. s. w. und bezeichnen für das n^{te} Grenzellipsoid zum Modul $\varkappa$ die halbe Rotationsaxe mit B_n, so ist, nach (90. 11.)

5. $B_n = \mathfrak{L}^{1-n}.\ B_0$ oder $B_0 = \mathfrak{L}^{n-1}.\ B_n$.

92.

Die theoretischen Entfernungen der Planeten von der Sonne.

1. Die Bestimmung des Aequatorhalbmessers (A S =) A des in Betracht gezogenen Ellipsoides, Fig. 14., kann unter der Voraussetzung, daß Neptun in der That der äußerste oder erste Planet von außen nach innen sei und seine Entstehung an der Grenze des restirenden Gleichgewichtsellipsoides, also in der Ent-

fernung (AS =) A von der Sonne, geschehen sei, leicht in folgender Weise vorgenommen werden. Wir brauchen hierbei nur (91. entsprechend) A_0 für A und A_I für A zu schreiben:

$$\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178 \qquad (90.\ 2.)$$
$$\log \Psi' = 8{,}7781643 \qquad (71.\ 4.)$$

2. $\log A^0 = 9{,}0219821$; $A_0 = 105{,}1918000$ g. M.

Die theoretischen mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne, d. h. die inneren Halbmesser der Ringschalen, ergeben sich dann leicht aus diesem Aequatorhalbmesser A_0 nach Formel (90. 7.), indem wir zu dem Logarithmus jeder vorhergehenden Entfernung den $\log \mathfrak{L}^{-1}$ addiren, wie folgt:

3. $\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$

		Innere Halbmesser der Ringschalen.	
$\log A_I$	$= 8{,}7781643$ (71. 4.)	A_I	$= 60{,}018000$ g. M.
$\log A_{II}$	$= 8{,}5343465$	A_{II}	$= 34{,}252400$ „
$\log A_{III}$	$= 8{,}2905287$	A_{III}	$= 19{,}5222000$ „
$\log A_{IV}$	$= 8{,}0467109$	A_{IV}	$= 11{,}1355300$ „
$\log A_V$	$= 7{,}8028931$	A_V	$= 6{,}3517460$ „
$\log A_{VI}$	$= 7{,}5590753$	A_{VI}	$= 3{,}6230580$ „
$\log A_{VII}$	$= 7{,}3152575$	A_{VII}	$= 2{,}0666050$ „
$\log A_{VIII}$	$= 7{,}0714397$	A_{VIII}	$= 1{,}1787980$ „
$\log A_{IX}$	$= 6{,}8276219$	A_{IX}	$= 0{,}6723911$ „

Allgemein haben wir also:

4. $A_n = \mathfrak{L} \cdot A_{n+1}$ und $A_{n+1} = \mathfrak{L}^{-1} \cdot A_n$

5. Wir gehen bei diesen theoretischen Bestimmungen ersichtlich von der Annahme aus, daß der theoretisch zu bestimmende Standort des ersten oder äußersten Planeten Neptun mit seinem wirklichen Standorte (71. 4.) zusammenfalle. — Die Prüfung in wie fern dies auch mit den übrigen Planeten der Fall sei, kann auf zweierlei Weise geschehen, nämlich durch die *arithmetische* oder durch die *geometrische Vergleichung*.

Indem wir nun obige Resultate mit den, in (71. 5.), gefundenen mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne

arithmetisch und geometrisch in Vergleichung bringen, erhalten wir nachstehende Zusammenstellungen:

	Arithmetisch:		Geometrisch:	
6. A_I	$-\Psi = 0$		$A_I : \Psi$	$= 1$
A_{II}	$-\oplus = -$ 40689800	g. M.	$A_{II} : \oplus$	$= 0{,}893744$
A_{III}	$-\natural = +$ 4813800	„	$A_{III} : \natural$	$= 1{,}025281$
A_{IV}	$-\mathfrak{P} = +$ 7491700	„	$A_{IV} : \mathfrak{P}$	$= 1{,}072129$
A_{VI}	$-\sigma' = +$ 5812771	„	$A_{VI} : \sigma'$	$= 1{,}191097$
A_{VII}	$-\mathfrak{H} = +$ 702841	„	$A_{VII} : \mathfrak{H}$	$= 1{,}035206$
A_{VIII}	$-\varphi = -$ 2645410	„	$A_{VIII} : \varphi$	$= 0{,}816716$
A_{IX}	$-\mathfrak{Y} = -$ 1003829	„	$A_{IX} : \mathfrak{Y}$	$= 0{,}870100$

7. Wenn die theoretischen Entfernungen der Planeten von der Sonne, nämlich die inneren Halbmesser der Ringschalen, mit ihren mittleren Entfernungen von derselben genau übereinstimmten, so müßte bei der arithmetischen Vergleichung die Differenz stets genau gleich Null, und bei der geometrischen der Quotient genau gleich 1 sein. Da dieses jedoch nicht der Fall ist, so müssen wir nothwendig gewisse Unregelmäßigkeiten bei der Bildung der Planeten annehmen, deren Ursachen sich vorläufig unserer Untersuchung entziehen. Weil jedoch bei der geometrischen Vergleichung der erhaltene Quotient überall von der Einheit nicht bedeutend abweicht, so dürfen wir immerhin unser Verfahren zur Ermittelung des Gesetzes, nach welchem die Entfernung der Planeten von der Sonne stattfindet, als zureichend erklären.

8. Die größten Abweichungen finden sich nach obiger Zusammenstellung bei Mars und Venus; ersterer übersteigt die Verhältnißzahl 1 um 0,191, letztere bleibt um 0,184 hinter derselben zurück. Diese größten Abweichungen betragen also nicht ganz $^1/_5$. Wir werden daher bei den Rechnungen, welche wir auf das Entfernungsgesetz für einzelne Himmelskörper gründen, des Resultates nur mit $^4/_5$ sicher sein. Dagegen gleichen sich die Abweichungen

bei den einzelnen Planeten im Ganzen nahezu wieder aus; denn zieht man aus den geometriſchen Vergleichungen das arithmetiſche Mittel, ſo ergiebt ſich der durchſchnittliche Quotient zu 0,988 anſtatt zu 1; der Durchſchnittsfehler iſt daher nur 0,012 oder $\frac{3}{250}$.

93.

Die theoretiſche Entfernung der Monde Jupiters von dieſem Planeten.

1. Unter der Annahme, daß das Bildungsgeſetz der Monde auf denſelben Urſachen beruhe, wie dasjenige der Planeten, verfahren wir zur Beſtimmung der theoretiſchen Entfernungen dieſer Himmelskörper von ihren Hauptkörpern in ganz analoger Weiſe wie bei den Planeten. Wir ſetzen alſo mit Laplace voraus, daß die Monde gleichwie die Planeten aus einer ellipſoidiſchen Nebelmaſſe entſtanden ſeien und werden unten darauf zurückkommen, wo die Nebelmaſſe, aus welcher die Monde entſtehen, herrührt.

Aus der Entfernung des äußerſten Mondes von dem Mittelpunkte Jupiters ergiebt ſich nach Obigem der Halbmeſſer A_0 des Ellipſoides der Nebelmaſſe, das den Jupiter umgeben hatte, durch folgende Rechnung.

2. $\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178$ (90. 2.)

$\log \mathfrak{A}_1 = 5{,}4001049$ (73. B. 4.)

$\log A_0 = 5{,}6439227$; $A_0 = 440476{,}5$ g. M.

Innere Halbmeſſer der Ringſchalen.

$\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$ (90. 7.)

$\log A_I = 5{,}4001049$ $\mathfrak{A}_1 = A_I = 251249$ g. M.

$\log A_{II} = 5{,}1562871$ $A_{II} = 143313{,}5$ „

$\log A_{III} = 4{,}9124693$ $A_{III} = 81746{,}5$ „

$\log A_{IV} = 4{,}6686515$ $A_{IV} = 46628{,}5$ „

Die Vergleichung dieser theoretischen Entfernungen mit den wirklichen Standorten der Monde (73. B. 4. und 5.) ergiebt dann:

3.

Arithmetisch:		Geometrisch:	
$A_I - \mathfrak{A}_1 = 0$		$A_I : \mathfrak{A}_1 = 1$	
$A_{II} - \mathfrak{A}_2 = +466$	g. M.	$A_{II} : \mathfrak{A}_2 = 1{,}003262$	
$A_{III} - \mathfrak{A}_3 = -7804$	„	$A_{III} : \mathfrak{A}_3 = 0{,}912858$	
$A_{IV} - \mathfrak{A}_4 = -9648$	„	$A_{IV} : \mathfrak{A}_4 = 0{,}828564$	

4. Wir sehen also, daß für den 2. Mond von außen die Entfernung fast genau mit der wirkichen übereinstimmt, indem sie nur um etwas mehr als den vierten Theil des Erddurchmessers davon abweicht. Wir schließen daraus auf große Regelmäßigkeit in der Ablagerung der zweiten Schale, beziehungsweise in der Bildung des 2. Mondes von außen; sowie daß sich für die beiden andern Monde das geometrische Fehlerverhältniß nahe in derselben Weise und demselben Sinne gestaltet, wie bei den Planeten Venus und Merkur.

94.

Die theoretischen Entfernungen der Monde Saturns von diesem Planeten.

In ganz analoger Weise erhalten wir zur Berechnung der theoretischen Standorte der Monde Saturns, indem wir von dem ersten oder äußersten Monde ausgehen, diese Rechnung:

1.

$\log \mathfrak{L}$	$= 0{,}2438178$	(90. 2.)
$\log \mathfrak{h}_1$	$= 5{,}6771107$	(73. A. 4.).
$\log A_0$	$= 5{,}9209285$;	$A_0 = 833544$ g. M.

Innere Halbmesser der Ringschalen.

2. $\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$ (90. 7.)

$\log \mathfrak{h}_1 = \log A_I$	$= 5{,}6771107$	$A_I = 475456{,}3$ g. M.
$\log A_{II}$	$= 5{,}4332929$	$A_{II} = 271202{,}0$ „
$\log A_{III}$	$= 5{,}1894751$	$A_{III} = 154694{,}6$ „
$\log A_{IV}$	$= 4{,}9456573$	$A_{IV} = 88238{,}3$ „
$\log A_V$	$= 4{,}7018395$	$A_V = 50331{,}4$ „
$\log A_{VI}$	$= 4{,}4580217$	$A_{VI} = 28709{,}2$ „
$\log A_{VII}$	$= 4{,}2142039$	$A_{VII} = 16375{,}8$ „

Stellen wir diese für sieben Monde Saturns theoretisch gefundenen Entfernungen mit den, in (73. A. 4. und 5.) angegebenen wirklichen Entfernungen der 8 Monde desselben zusammen, so erhalten wir:

3. $A_I = 475456{,}3$ g. M. $\quad \hbar_1 = 475456{,}3$ g. M.

$A_{II} = 271202{,}0$ „

$A_{III} = 154694{,}6$ „ $\quad \begin{cases} \hbar_2 = 197783{,}5 \\ \hbar_3 = 163146{,}8 \end{cases}$ „

$A_{IV} = 88238{,}3$ „

$A_V = 50331{,}4$ „ $\quad \begin{cases} \hbar_4 = 70375{,}18 \\ \hbar_5 = 50388{,}20 \end{cases}$ „

$A_{VI} = 28709{,}2$ „ $\quad \begin{cases} \hbar_6 = 39336{,}15 \\ \hbar_7 = 31769{,}78 \end{cases}$ „

$A_{VII} = 16375{,}8$ „ $\quad \begin{cases} \hbar_8 = 24754{,}38 \\ \hbar_{\mathfrak{N}} = 15464 \end{cases}$ „

(Vergleiche hiermit (128.).)

95.

Erklärung der Fig. 19, 20, 21 und 22 der Tafeln II und III.

1. Tafel II stellt das über die Planetenellipsoide Abgehandelte graphisch dar. Auf der rechten Seite dieser Tafel, Fig. 20., sind die Durchschnitte der Gleichgewichts- und Erzeugungsellipsoide dargestellt vom Neptun bis Mars, auf der linken, in Fig. 19., vom Saturn bis Merkur. Nur der Symmetrie wegen bilden hier beide Darstellungen zusammengehörige Ellipsen, es sind aber für die beiden Seiten der Tafel verschiedene Maßstäbe gültig.

Die Endpunkte der Durchmesser der Schaläquatoren A_I; A_{II}; A_{III}; .... bezeichnen zugleich den theoretischen Standort der auf einander folgenden Planeten von außen nach innen. Der wirkliche Standort der Planeten ist durch das betreffende Planeten-

zeichen angezeigt. Für den äußersten Planeten Neptun fallen theoretischer und wirklicher Standort, A_I und ♆, mit dem Endpunkte A_I des Halbmessers des zweiten Grenzellipsoides zusammen. — Zwischen Jupiter (♃) und Mars (♂) ist die Zone der Planetoiden durch eine verstärkte Linie in der die Aequatorebene projicirenden geraden Linie markirt. Die Linien ☉ A_{II}; A_{III} ♄ : A_{IV} ♃; .... bezeichnen die, in (92. 6.) gefundenen Differenzen (A_{II} — ☉); (A_{III} — ♄); (A_{IV} — ♃); .... zwischen den theoretischen und wirklichen Standorten der Planeten.

2. Tafel III., Fig. 22., stellt die für die Ellipsoiden Saturns gefundenen Resultate graphisch dar.

Wir erkennen dort in der ersten Schale die Ablagerung eines Mondes (1), in der 3., 5., und 6. Schale die Ablagerung von je zwei Monden, also Doppelmonden, während die 2. und 4. Schale keine Monde enthält und die 7. außer einem Monde auch noch den nächsten Begleiter Saturns, seinen Ring, aufweist, Tafel III, Fig. 21., stellt endlich das über Jupiter Abgehandelte graphisch dar. Wir finden dabei Nichts zn erinnern, als den Mangel eines Mondes sowohl in der 5. wie 6. Schale.

3. Wenn wir die Resultate, wie sie uns die theoretische Berechnung der Entfernungen der Nebenkörper von ihrem Hauptkörper ergiebt, noch einmal mit dem wirklichen Standorte dieser Nebenkörper in's Auge fassen, so werden wir im Allgemeinen erkennen, daß das Gesetz, das für die Abnahme der theoretischen Aequatorialhalbmesser von außen nach innen stattfindet, auch nahezu für die mittleren Entfernungen gültig ist, oder daß diese Entfernungen der Planeten unter sich und von der Sonne, wie es unsere Theorie erheischt, in der That nahezu stattfindet.

4. Wir finden hiernach den Urstoff der Planeten gleichsam ineinander geschachtelt, und das gesetzliche Verhältniß ihrer Entfernungen, (nach welchem die Entfernung eines jeden Planeten von der Sonne nahezu die mittlere geometrische Proportionale zwischen den Entfernungen des folgenden und des vorhergehenden Planeten ist), mithin auch ihre Entstehung aus einem und demselben Körper, als ganz unverkennbar.

5. Wir gelangen ſomit zu der Ueberzeugung, daß das auf theoretiſchem Wege gefundene Geſetz der Entfernung der Nebenkörper von ihrem Hauptkörper nahezu auf Wahrheit beruhe, und wir vermuthen, daß die ſtattgehabten Abweichungen von dem Geſetze, wohl nur auf beſondere Zufälligkeiten und Verſchiedenheit der Materie zurückzuführen ſeien.

6. Wenn wir aber das Geſetz der Entfernungen mit dem Geſetze der Schalablagerungen als mit unſerer Theorie nahe übereinſtimmend finden, ſo wird auch die Richtigkeit der theoretiſchen Betrachtungen, die wir bezüglich des Sinkens der Pole, beziehungsweiſe des Ueberganges der Gleichgewichtsellipſoide in Erzeugungsellipſoide, alſo der Wechſel der Grenzellipſoide, nicht zu beanſtanden ſein.

96.

Formel zur Beſtimmung der Zahl der Ringſchalen von außen nach innen.

Die graphiſche Darſtellung der Grenzellipſoide bei Jupiter zeigt uns zwiſchen dem innerſten Monde Jupiters und dieſem Planeten ſelbſt noch zwei Ringſchalen, welche keine Monde aufweiſen, während diejenige bei Saturn ebenfalls in der zweiten und vierten Schale keine Monde ergiebt, dagegen in der dritten, fünften und ſechſten Doppelmonde und in der ſiebenten Schale außer einem Monde auch den bekannten Ring Saturns enthalten. — Der Mangel von zu erwartenden Monden in einigen Schalablagerungen und das Vorhandenſein von Doppelmonden in anderen erklärt ſich ſeit der Entdeckung der Planetoiden zwiſchen Jupiter und Mars und werden wir auf dieſen Punkt unten zurückkommen. Vorläufig führt uns obige Betrachtung der graphiſchen Darſtellung darauf hin, einen allgemeinen Ausdruck zu ſuchen, der uns aus der bekannten Entfernung irgend eines Satelliten von ſeinem Hauptkörper die Zahl der Ringſchalen finden läßt, welche ſich von ihm bis zum Hauptkörper möglicherweiſe abgelöſt haben können.

(Zu dem Ende stellen wir uns folgende Aufgabe.) Es sei gegeben der Quadrant $A_0 \mathfrak{B} S$ einer Ellipse, Fig. 15, bei welcher das Verhältniß der halben großen Axe $A_0 S$ $(= A_0)$ zur halben kleinen Axe $\mathfrak{B} S$ $(= \mathfrak{B})$, nämlich

$$\frac{A_0}{\mathfrak{B}} = \mathfrak{l} \qquad (90.\ 3.)$$

(daselbst A_0 für A geschrieben) stattfindet. In diesen Quadranten sei der Quadrant $A_1 \mathfrak{B} S$ einer andern Ellipse eingezeichnet, welche zwar mit der vorhergehenden Ellipse die halbe kleine Axe $\mathfrak{B} S$ $(= \mathfrak{B})$ gemein hat, für deren halbe große Axe $A_1 S$ $(= A_1)$ zur halben großen Axe $A_0 S$ $(= A_0)$ dagegen das Verhältniß besteht, nämlich:

$$\frac{A_0}{A_1} = \mathfrak{L} \qquad \text{oder} \qquad \frac{A_1}{A_0} = \mathfrak{L}^{-1} \qquad (90.\ 2.\ \text{oder}\ 7.)$$

(daselbst A_0 für A und A_1 für $\mathfrak{A}$ geschrieben.)

Es wird nun ein elliptischer Quadrant $A_1 \mathfrak{b} S$ construirt, der dem erst gegebenen Quadranten $A_0 \mathfrak{B} S$ ähnlich und dessen halbe große Axe der halben großen Axe $A_1 S$ $(= A_1)$ des zweit gegebenen Quadranten gleich ist, dessen halbe kleine Axe $\mathfrak{b} S$ $(= \mathfrak{b})$ sich also zur halben kleinen Axe $\mathfrak{B} S$ $(= \mathfrak{B})$ verhält gleichwie $A_1 S$ $(= A_1)$ zu $A_0 S$ $(= A_0)$. — Alsdann wird wieder zu der gefundenen halben kleinen Axe ein elliptischer Quadrant $A_{II} \mathfrak{b} S$ construirt, der dem Quadranten $A_1 \mathfrak{B} S$ ähnlich ist. Mit diesem Verfahren wird abwechselnd fortgefahren, indem die stets kleiner werdenden elliptischen Quadranten den zuerst construirten Quadranten $A_0 \mathfrak{B} S$ und $A_1 \mathfrak{B} S$ ähnlich sind. Man soll die Zahl der Quadranten bestimmen, welche dem zweit gegebenen Quadranten $A_1 \mathfrak{B} S$ ähnlich sind, d. h. man soll, wenn uns A_n die große Halbaxe des letzten dieser möglichen Quadranten vorstellt, ihre Anzahl n bestimmen.

Dies ermöglicht sich in folgender Weise:

Angenommen, die erste große Halbaxe A_0 wäre doppelt so groß wie die zweite große Halbaxe A_1, so liefe das ganze Verfahren zur Bestimmung der verschiedenen Halbaxen darauf hinaus, stets die zuletzt gefundenen beiden Halbaxen zu halbiren. Und da

ſich eine Größe fortgeſetzt ſo weit man will halbiren läßt, ſo würden wir eine unendliche Zahl ſolcher elliptiſchen Quadranten zu conſtruiren haben oder es würde ſein: $n = \infty$.

Das Reſultat dieſer Betrachtung ändert ſich nicht, wenn wir die Theilung der Halbaxen nicht nach dem Verhältniß von 2, ſondern nach einem kleineren, dem von $\mathfrak{L}$ (= 1,753145), vornehmen.

Dieſe Theilung ließe ſich aber, indem wir ſie auf unſere Schalablagerungen übertragen, nur dann bis in's *Unendliche* fortſetzen, wenn wir die Maſſe des Hauptkörpers als einen *mathematiſchen Punkt* anſehen dürften. Da dem jedoch nicht ſo iſt, ſondern wir uns die Maſſe in der *Geſtalt einer Kugel* vorzuſtellen haben, deren Mittelpunkt in S liegt, ſo iſt auch die Zahl der zu conſtruirenden elliptiſchen Quadranten nur eine *endliche* und hängt von dem Halbmeſſer bS (= b) dieſer Kugel ab.

Geſetzt nun es fiele ein Theilungspunkt der kleinen Halbaxe BS (= B) genau mit dem Punkte b *zuſammen*, ſo wäre bS (= b) ſelbſt die kleine Halbaxe des letzten möglichen elliptiſchen Quadranten und aS (= a) würde die zu dieſem Quadranten gehörige *große* Halbaxe ſein; oder es würde uns a die Größe A_n vorſtellen, und wir würden haben:

1. $$A_n\ (= a) = \mathfrak{l}\, b\,.$$

(90. 3. daſelbſt A_n für A und b für B geſchrieben).

In den *wenigſten* Fällen wird aber ein ſolches Zuſammenfallen des letzten Theilungspunktes mit dem Punkte b ſtattfinden; und da jener Punkt nicht *innerhalb* bS (= b) fallen kann, weil der Pol des Nebelellipſoides ſich nicht *in* die Kugel *hinein* zu ſenken im Stande iſt, ſo muß er in den *meiſten* Fällen *außerhalb* liegen. — Geſetzt dann er fiele in b_1, ſo bezeichnet uns $a_1 S$ ($= a_1$) die zum letzten elliptiſchen Quadranten gehörige *große* Halbaxe und es iſt für dieſen Fall:

2. $$A_n\ (= a_1) > a\ ;$$

alſo auch nach 1)

3. $$A_n > \mathfrak{l}\, b\,.$$

Es folgt mithin aus 1) und 3) für alle Fälle:

4. $$\mathfrak{l}\, b \leqq A_n .$$

Nun ist, nach (92. 4.)

5. $$A_0 = \mathfrak{L} . A_1 .$$

Es ist außerdem, nach (91. 3.),

6. $$A_n = \mathfrak{L}^{1-n} . A_0$$

gefunden. Folglich ist nach 5) und 6):

7. $$A_n = \mathfrak{L}^{2-n} A_1$$

und daher auch, nach 4) und 7)

8. $$\mathfrak{l}\, b \leqq \mathfrak{L}^{2-n} . A_1$$

woraus sich dann ergiebt:

9. $$n \leqq \frac{\log A_1 - \log b + \log \mathfrak{K}}{\log \mathfrak{L}}$$

weil aus (90) sich folgert:

10. $$2 . \log \mathfrak{L} - \log \mathfrak{l} = \log \mathfrak{K} .$$

Da wir den ersten Satelliten in einer Entfernung, welche dem Aequatorhalbmesser A_1 des restirenden Ellipsoides gleich ist, um den Hauptkörper kreisen lassen, so drückt uns also diese Formel 9) die Zahl der Schalablagerungen, d. i. die Zahl der möglichen Satelliten von irgend einem Satelliten, den wir als den ersten betrachten, nach innen hin gezählt, (diesen ersten Satelliten von dieser Zahl ausgeschlossen) überhaupt aus.

Auf analogem Wege erhält man zur Bestimmung der Zahl der sich ablösenden Schalen, wenn man nicht die Entfernung A_1 des äußersten Satelliten, sondern den Aequatorhalbmesser A_0 der ganzen Nebelhülle einführt, nachstehende Formel:

13. $$n \geqq \frac{\log A_0 - \log b + \log \mathfrak{k}^{-1}}{\log \mathfrak{L}} ,$$

denn es ist, nach (90.):

14. $$\log \mathfrak{L}^{-1} + \log \mathfrak{K} = \log \mathfrak{k}^{-1} .$$

Notiren wir noch:

15. $$\text{D. E. } \log \log \mathfrak{L} = 0{,}6129346.$$

97.

Beſtimmung der Zahl der theoretiſchen Planeten-Ringſchalen.

1. Für den Sonnenkörper iſt die halbe Rotationsaxe b = 93438 g. M.; die Entfernung Neptuns von der Sonne Ψ' = 600018000 g. M. Hieraus ergiebt ſich, nach (96. 9.), die Zahl der möglichen Ringſchalablagerungen für die Sonne in folgender Weiſe:

$\log \Psi' = 8{,}7781643$ (71. 4.)
$\log \mathfrak{K} = 0{,}0530959$ (90. 5.)
$8{,}8312602$
$\log b = 4{,}9705235$ (75. 3.) daſelbſt b für R geſchrieben.
$3{,}8607367$
$\log 3{,}8607367 = 0{,}5866702$
D. E. $\log\log \mathfrak{L} = 0{,}6129346$ (96. 15.)
$\log n = 1{,}1996048$

2. $n \gtrless 15{,}83 \ldots$ alſo $n = 15$ Planeten-ſchalablagerungen der Sonne.

3. Wenn wir ſämmtliche Planetoiden als aus einer einzigen Ringſchale hervorgegangen betrachten, ſo zählen wir im Ganzen vom Neptun bis zum Merkur 9 Schalablagerungen.

Es bleiben uns daher noch 6 derſelben zu beſtimmen übrig. Wir wollen damit übrigens nicht ſagen, daß zwiſchen Merkur und der Sonne in Wirklichkeit noch 6 Planeten gefunden werden müſſen, da ja die Möglichkeit vorliegt, daß dieſe abgelagerten Schalen ſich gar nicht zu größeren feſten Körpern (Planeten) gebildet haben.

Zur Beſtimmung der Aequatorhalbmeſſer dieſer Planetenſchalen dürfen wir die Entwickelung in (92. 3.) fortſetzen, wir können aber auch vielleicht beſſer den Merkur nunmehr als den äußerſten oder erſten Planeten betrachten, indem wir die vorhergehenden nicht berückſichtigen. Im erſteren Falle erhalten wir:

4. $\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$ (90. 7.)

$\log A_{IX} = 6{,}8276219$	(92. 3.)	$A_{IX} = \dot{6}723911$	g. M.
$\log A_X = 6{,}5838041$		$A_X = \dot{3}835342$	„
$\log A_{XI} = 6{,}3399863$		$A_{XI} = \dot{2}187692$	„
$\log A_{XII} = 6{,}0961685$		$A_{XII} = \dot{1}247867$	„
$\log A_{XIII} = 5{,}8523507$		$A_{XIII} = 711788$	„
$\log A_{XIV} = 5{,}6085329$		$A_{XIV} = 406006$	„
$\log A_{XV} = 5{,}3647151$		$A_{XV} = 231587$	„

Im letzteren Falle ergiebt sich:

$\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$ (90. 7.)

5. $\log A_\varphi = 6{,}8880525$ (71. 5.); $\mathfrak{P} = A_\varphi = \dot{7}727740$ g. M.

$\log A_X = 6{,}6442347$	$A_X = \dot{4}407930$	„
$\log A_{XI} = 6{,}4004169$	$A_{XI} = \dot{2}514300$	„
$\log A_{XII} = 6{,}1565991$	$A_{XII} = \dot{1}434165$	„
$\log A_{XIII} = 5{,}9127813$	$A_{XIII} = 818053$	„
$\log A_{XIV} = 5{,}6689635$	$A_{XIV} = 466620$	„
$\log A_{XV} = 5{,}4251457$	$A_{XV} = 266162$	„

98.

Bestimmung der Zahl der theoretischen Mondschalen für die Erde.

1. Für die Erde ist die halbe Rotationsaxe b = 856,5637 g. M., der mittlere Halbmesser der Mondbahn beträgt 51804,96 g. M. Hieraus ergiebt sich, nach (96. 9.), die Zahl der möglichen Ringschalablagerungen für die Erde, nämlich:

$\log \mathfrak{d}_1 = 4{,}7143714$ (73. D. 2.)
$\log \mathfrak{K} = 0{,}0530959$ (90. 5.)

$4{,}7674673$

$\log b = 2{,}9327597$ (68. 16.) daselbst b für r geschrieben.

$1{,}8347077$

$\log 1{,}8347077 = 0{,}2635669$

D. E. $\log \log \mathfrak{L} = 0{,}6129346$ (96. 15.)

$\log n = 0{,}8765015$

2. $n < 7{,}52 \ldots$ alſo $n = 7$ Mondſchal-ablagerungen der Erde.

3. Die Erde hat aber erfahrungsmäßig nur einen einzigen Mond. Wir ſchließen daraus, daß ſechs Ringſchalablagerungen ſich nicht zu ſelbſtſtändigen feſten Körpern (Monden) umgebildet haben. Es können von dieſen Ablagerungen übrigens wohl als viele kleine feſte Körper, welche ſich unſerer Wahrnehmung entziehen, noch beſtehen.

Die Aequatorhalbmeſſer der ſieben Ringſchalen berechnen ſich, wie folgt:

$\log \mathfrak{Z}_I = 4{,}7143714$ (73. D. 2.)

$\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178$ (90. 2.)

4. $\log A_0 = 4{,}9581892$ $A_0 = 90821{,}62$ g.M.

$\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$

5. $\log \mathfrak{Z}_I = \log A_I = 4{,}7143714$; $\mathfrak{Z}_I = A_I = 51804{,}96$ „

$\log A_{II} = 4{,}4705536$ $A_{II} = 29549{,}73$ „

$\log A_{III} = 4{,}2267358$ $A_{III} = 16855{,}27$ „

$\log A_{IV} = 3{,}9829180$ $A_{IV} = 9614{,}30$ „

$\log A_V = 3{,}7391002$ $A_V = 5484{,}03$ „

$\log A_{VI} = 3{,}4952824$ $A_{VI} = 3128{,}11$ „

$\log A_{VII} = 3{,}2514646$ $A_{VII} = 1784{,}28$ „

Weiter ſind die Umlaufszeiten t der theoretiſchen Monde aus deren Bahnhalbmeſſer berechnet, hier anzuſchreiben.

6. $\log t_I = 2{,}8167184$ $t_I = 655{,}7198$ Stunden

$\log t_{II} = 2{,}4509915$ $t_{II} = 282{,}4842$ „

$\log t_{III} = 2{,}0852648$ $t_{III} = 121{,}6925$ „

$\log t_{IV} = 1{,}7195381$ $t_{IV} = 52{,}4249$ „

$\log t_V = 1{,}3538114$ $t_V = 22{,}5845$ „

$\log t_{VI} = 0{,}9880847$ $t_{VI} = 9{,}7294$ „

$\log t_{VII} = 0{,}6223580$ $t_{VII} = 4{,}1914$ „

Der Aequatorhalbmesser A_0 des die Ringschale des Mondes noch einschließenden Ellipsoides ergiebt sich:

$\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178$
$\log \mathfrak{d}_1 = 4{,}7143714$

7. $\log A_0 = 4{,}9581892$; $A_0 = 90821{,}62$ g. M.

8. Wären diese möglichen Monde alle zur Bildung gekommen, so müßten die 3 letzteren den Bewohnern der Erde als sich von West nach Osten bewegend erscheinen, weil ihre Umlaufszeit kleiner wäre wie die Rotationszeit der Erde — wie dies in der That mit dem innersten Marsmond in Bezug auf seinen Planeten der Fall ist.

99.

Bestimmung der Zahl der theoretischen Mondschalen für Jupiter und Mars.

1. Die halbe Rotationsaxe Jupiters ist b = 9340,5 g. M., der mittlere Bahnhalbmesser seines äußersten Mondes ist: $\mathfrak{A}_1$ = 251249 g. M. Hieraus ergiebt sich, nach (96. 9.) die Zahl der möglichen Ringschalablagerungen bei Jupiter.

$\log \mathfrak{A}_1 = 5{,}4001049$ (73. B. 4.)
$\log \mathfrak{K} = 0{,}0530959$ (90. 5.)
$5{,}4532008$
$\log b = 3{,}9703701$
$1{,}4828307$
$\log 1{,}4828307 = 0{,}1710916$
D. E. $\log\log \mathfrak{L} = 0{,}6129346$ (96. 15.)
$\log n = 0{,}7840262$

2. $n \lessdot 6{,}0817\ldots$ also $n = 6$ Mondschalablagerungen des Jupiter.

Da wir, nach (93. 2.), die Halbmeſſer von vier Ringſchalen Jupiters bereits beſtimmt haben, ſo wären deren noch zwei zu beſtimmen. Man erhält zu dem Ende:

3. $\log \mathfrak{L}^{-1} = 0{,}7561822 - 1$ (90. 7.)

$\log A_{IV}$	$= 4{,}6686515$ (93. 2.)	A_{IV}	$= 46628{,}5$ g. M.
$\log A_{V}$	$= 4{,}4248337$	A_{V}	$= 26597{,}0$ „
$\log A_{VI}$	$= 4{,}1810159$	A_{VI}	$= 15177{,}0$ „

4. Setzt man die halbe Rotationsaxe b des Mars = 454,5 g. M. und legt den Werth von σ_1 in (73. C. 4.) zu Grunde, ſo findet ſich die Zahl der Ringſchalen bei dieſem Planeten, nämlich $n = 3{,}65 \ldots$, alſo $n = 3$ Mondſchalablagerungen des Mars, und die Halbmeſſer dieſer 3 Schalen berechnen ſich zu 3132; 1786 und 1019 g. M. Denkt man ſich den letzten dieſer Halbmeſſer mit dem mittleren Bahnhalbmeſſer des innerſten Marsmondes [der ihn nur um $A_{III} - \sigma_2 = 1019 - 1251 = -232$, alſo um 232 g. M. übertrifft] identiſch, ſo würde ſich hiernach zwiſchen den beiden bekannten Marsmonden noch eine Ringſchalablagerung ergeben, die ſich nicht zu einem für uns ſichtbaren Monde geſtaltet hätte.

5. Der dem Mars zunächſt ſtehende ſeiner Monde vollzieht ſeinen Bahnumlauf in kürzerer Zeit, wie Mars ſeine Umdrehung um die Axe und erſcheint daher dem Beobachter auf dem Mars ſich nicht von Oſt nach Weſten, ſondern von Weſt nach Oſten zu bewegen.

100.

Beſtimmung der Zahl der theoretiſchen Mondſchalen für Saturn.

1. Legen wir zur Beſtimmung der theoretiſchen Mondſchalen für Saturn folgende Größen als bekannt zu Grund. Die halbe Rotationsaxe Saturns, b = 7408 g. M., und die mittlere Entfernung des äußerſten Saturnmondes $\mathfrak{h}_1 = 475456{,}3$ g. M. (73. A. 4.), ſo ergiebt ſich, nach (96. 9.), $n < 7{,}63 \ldots$. alſo = 7 Mondſchalablagerungen Saturns. —

2. Dieſes Reſultat ſtimmt mit (94. 3.) überein, wenn wir die Monde $\mathfrak{h}_1$ und $\mathfrak{h}_2$; $\mathfrak{h}_3$ und $\mathfrak{h}_5$; $\mathfrak{h}_6$ und $\mathfrak{h}_7$, ſowie den achten Mond und den Ring Saturns ($\mathfrak{h}_8$) als je aus *denſelben* Ringſchalablagerungen uns entſtanden denken. Für die 2. und 4. Ringſchale müſſen wir nicht zur Mondbildung gekommenen Ablagerung annehmen.

3. Die Schalablagerungen Saturns zeigen uns daher, außer den beiden Lücken in der 2. und 4. Schale, die Eigenthümlichkeit einer dreimaligen Bildung von Doppelmonden und am Schluſſe die Bildung eines um den Hauptkörper freiſchwebenden Ringes, eine Beſonderheit, die in dem ganzen Sonnenſyſtem hier mit Beſtimmtheit nur ein Einzigesmal beobachtet iſt.

4. Die aſtronomiſchen Lehrbücher enthalten für die Abmeſſungen Saturns und ſeines Ringes folgende Angaben:

der Aequatorhalbmeſſer	$a = 8334$ g. M.;	$\log a = 3{,}9208535$
die halbe Rotationsaxe	$b = 7408$ „	$\log b = 3{,}8694077$
der äußere Ringhalbmeſſer	$\alpha = 18574$ „	$\log \alpha = 4{,}2689054$
der innere Ringhalbmeſſer	$\mathfrak{a} = 12354$ „	$\log \mathfrak{a} = 4{,}0918076.$

5. Betrachtet man den inneren Ringhalbmeſſer $\mathfrak{a}$ (Fig. 16 a.) zugleich als den Halbmeſſer $\mathfrak{A}$ des letzten Grenzellipſoides, ſo ergiebt ſich der Halbmeſſer A des vorhergehenden Grenzellipſoides, nach (90. 2.), nämlich $A = 21658$ g. M. In dieſem Falle würde der achte Mond Saturns, deſſen Bahnhalbmeſſer $\mathfrak{h}_8 = 24754$ M. (94. 3.) iſt, nicht mehr in das letzte Erzeugungsellipſoid hineinreichen, die Entſtehung dieſes Mondes alſo mit der des Ringes nicht zuſammenfallen.

6. Nimmt man dagegen an, der Halbmeſſer $\mathfrak{A}$ des letzten Grenzellipſoides habe noch bis in die halbe Breite des Ringes hineingereicht, es ſei nämlich $\frac{\alpha + \mathfrak{a}}{2} = \mathfrak{A} = 15464$ g. M. geweſen, ſo findet ſich der Halbmeſſer A des vorhergehenden Grenzellipſoides, nämlich $A = 27110$ g. M. (Fig. 16 b.), und in dieſem Falle könnten wir annehmen, der 8. Mond Saturns ſei gleichzeitig

mit dem Ring entſtanden, weil er dann noch innerhalb des letzten Erzeugungsellipſoides ſeinen Standort hätte.

Beide Figuren, 16 a und b, zeigen uns übrigens gleichſam das Knochengerüſte zu den Conturen der Grenzellipſoide der Moduln $\varkappa$ und λ.

X.

Die Ablösung der Ringschalmasse.

101.

Noch einmal das Verhalten der 500 fachen Erdmasse nach ihrem Zusammenstoße mit dem Sonnenkörper.

1. Ehe wir uns direct der Ursache zuwenden, welche die im 4. Aggregatzustande sich befindliche Ringschalmasse in feste Körper, Planeten, verwandelte, wird es nothwendig sein, das Verhalten der elastisch-flüssigen Masse, in welche unsere 500 fache Erdmasse bei ihrem excentrischen Zusammenstoße mit dem Sonnenkörper übergegangen war, noch einmal kurz zu resumiren,

2. Von der Geschwindigkeit, welche der kleineren Masse bei dem Zusammenstoße innewohnte, ging die Hälfte durch die sich gegenseitig aufhebenden halben Bewegungskräfte verloren, während die andere Geschwindigkeitshälfte den kleinsten Theilen dieser Masse verblieb. Diese den Theilchen verbleibende Geschwindigkeit von über 304000 Meter in der Secunde (80. 3.) war aber noch so groß, daß sie ihre Wärme weit über 22000000° C. (76. 4.) erhöhte, wodurch die Masse in die Dampfform übergehen, sich also ihre Theilchen von einander trennen mußten.

3. In diesem Zustande hatten sie das Bestreben sich gleichmäßig im Raume mit der ihnen innewohnenden Geschwindigkeit zu verbreiten und sich zugleich, wegen des schiefen Stoßes, von der Sonne zu entfernen. Die Anziehungskraft der Sonne setzte sich diesem Bestreben entgegen, hinderte die Entfernung der näheren, verminderte

die Geschwindigkeit der sich entfernenden nach Maßgabe der Entfernung, und setzte endlich ihrer weiteren Ausdehnung eine Grenze.

4. Bei dieser Ausdehnung erhielten also die Theilchen der elastisch-flüssigen Masse, unter der Annahme eines zweiaxigen Ellipsoides, freie Kreisbewegung um den Sonnenkörper, die sich nach den Gesetzen der Trägheit und der Anziehung auch nach vollendeter Ausdehnung fortsetzte.

Für die Elemente der Aequatorebene des Ellipsoides mußten daher Centrifugal- und Centripetalkraft einander gleich werden, also ihre Umlaufsgeschwindigkeiten proportional den Quadratwurzeln aus ihren Entfernungen vom Mittelpunkte der Anziehung abnehmen, (59. 3.) wie diese Quadratwurzeln zunahmen.

Für die Elemente außerhalb der Aequatorebene dagegen mußten die bezüglichen Centrifugalkräfte nach den Umlaufsgeschwindigkeiten dieser Elemente um die Rotationsaxe stets kleiner werden.

5. Die Elemente der anfänglich elastisch-flüssigen Masse hatten in diesem Zustande vollendeter Ausdehnung ihr Bestreben, sich weiter von einander zu entfernen, verloren und mußten deshalb in dem absolut kalten Raume auch (ohne die Sonnenwärme) absolut kalt geworden sein und dadurch ihre Eigenschaft des Dampfes gänzlich eingebüßt haben. In diesem Zustande dürfen wir die Masse des Ellipsoides als eine „staubartige" Flüssigkeit oder Nebelmasse bezeichnen.

6. Nehmen wir für diese staubartige Flüssigkeit, die wir uns in der Gestalt eines um die Sonne rotirenden Gleichgewichtsellipsoides vorstellen, einen Meridian A R B, Fig. 14., an, so sei für einen beliebigen Punkt R desselben die in der Ebene des diesem Punkte R entsprechenden Parallelkreises wirkende Centrifugalkraft = c, während die in dem Aequator A wirkende Centrifugalkraft = C ist. Es sei ferner der zu dem Punkte R zugehörige Halbmesser des Ellipsoides (R S =) R, der Parallelkreishalbmesser (R N =) a und der Breitewinkel (R S A =) α, so ist, nach (58. 4.)

7. $$c = \frac{a}{A} \cdot C.$$

Nun ist, nach (56. 3.):

8. $$C = \frac{4\pi^2}{T^2} . A, \quad \text{und} \quad c = \frac{4\pi^2}{t^2} . a$$

also auch:

9. $$\frac{a}{A} . C = \frac{4\pi^2}{t^2} . a \quad \text{oder} \quad C = \frac{4\pi^2}{t^2} . A.$$

Aus der Vergleichung der Werthe für C, aus 8) und 9), folgt:

10. $$T = t$$

nämlich, bei unserem Gleichgewichtsellipsoide haben die Punkte eines und desselben Meridians in gleichen Zeiten gleiche Umläufe, d. h. gleiche Winkelgeschwindigkeit.

102.

Die Bewegung der Nebularelemente.

1. Ist $\mathfrak{r}$ ein Element des Halbmessers ($\mathfrak{R}$ S =) $\mathfrak{R}$, Fig. 14., und denken wir uns dasselbe zugleich als ein Element der Oberfläche eines Ellipsoides, das mit dem Ellipsoid zu den Halbaxen A und B dasselbe Axenverhältniß $\mathfrak{A} : \mathfrak{B}$ hat, so hat das Element $\mathfrak{r}$ gleiche Umlaufszeit mit dem Aequatorelement $\mathfrak{A}$, nach (101. 10.). Nun ist nach dem dritten Keppler'schen Gesetze, wenn T die Umlaufszeit des Elementes A, und $\mathfrak{T}$ diejenge des Elementes $\mathfrak{A}$ der Aequatorebene bezeichnen:

2. $$A^3 : \mathfrak{A}^3 = T^2 : \mathfrak{T}^2.$$

Da aber die Punkte $\mathfrak{R}$ mit A und $\mathfrak{r}$ mit $\mathfrak{A}$ gleiche Umlaufszeiten haben, so ergiebt sich alsbald:

3. $$\mathfrak{R}^3 : \mathfrak{r}^3 = T^2 : \mathfrak{T}^2$$

so, daß das Umlaufsgesetz, das bei dem Gleichgewichtsellipsoide für die Elemente des Aequatorhalbmessers besteht, auch für die Elemente eines jeden Halbmessers gültig ist.

4. Ist $\mathfrak{R}$, Fig. 14., ein Punkt der Oberfläche eines Gleichgewichtsellipsoides und ($\mathfrak{R}$ K) senkrecht auf der Aequatorebene, so ist, weil $\mathfrak{R}$ mit A, als Punkte eines und desselben Meridians, gleiche

Umlaufszeit zukommt — wenn T die Umlaufszeit des Punktes R und t diejenige von K ausdrückt —

5. $$T^2 : t^2 = A^3 : (K S)^3.$$

Es ist also die Geschwindigkeit des Punktes K größer, wie diejenige des Punkes R.

Es folgt hieraus leicht weiter, daß, wenn man von irgend einem Punkte R der Oberfläche eines Gleichgewichtsellipsoides auf die Aequatorebene eine Senkrechte (R K) fällt, die Geschwindigkeiten der einzelnen Punkte dieser Senkrechten, von der Aequatorebene nach der Oberfläche hin, abnehmen,

6. Denkt man sich, Fig. 14., von irgend einem Punkte K der Aequatorebene aus, mit einem Halbmesser (K S) aus S einen Kreisbogen (K K) beschreiben, der den Meridian des Erzeugungsellipsoides zu den Halbaxen A und B in dem Punkte K schneidet, so ist die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Punkt K um die Rotationsaxe $B B_1$ bewegt, kleiner wie die Bahngeschwindigkeit des Punktes K, weil ersterer mit dem Punkte A gleiche Umdrehungszeit hat. Hieraus folgt, daß auch die Geschwindigkeiten der Elemente des Kreisbogens (K K), von K nach K hin, abnehmen.

103.

Fortsetzung.

1. Da bei dem Gleichgewichtsellipsoide die Centrifugalkräfte, von dem Aequator an nach den Polen hin, abnehmen, so muß auch in gleicher Weise die Kraft der Anziehung der Sonne wachsen. Das Ellipsoid muß sich in Folge dessen weiter abplatten, d. h. die Rotationsaxe muß sich verkürzen, während der Aequator, weil hier Centrifugal- und Centripetalkraft der Elemente einander gleich sind, seine Ausdehnung unverändert beibehält. Mit andern Worten, das Gleichgewichtsellipsoid (zum Modul $\varkappa$) muß in ein Erzeugungsellipsoid (zum Modul λ) übergehen (88. 4.). Beispielsweise wird in Fig. 14. der (halbe) Umfang $A R B R_{II} A_1$ des Gleichgewichtsellipsoides zu den Halbaxen (A S =) A und (B S =) B nunmehr den (halben) Umfang $A \rho B \rho_{II} A_1$ einnehmen; das Ellipsoid also

zwar seinen Aequatorhalbmesser beibehalten, seine halbe Rotationsaxe dagegen bis zur Größe (B S =) B verkleinern. Es wird also B nach B und zugleich ein beliebiger Punkt R des früheren Umfangs nach ρ rücken.

Nun war die Geschwindigkeit G des Punktes R, weil er (nach 102.) mit dem Punkte A des Aequators gleiche Umlaufszeit T hatte, nach (56. 2.), nämlich:

$$2. \qquad \mathfrak{G}^2 = \frac{4\,a^2\,\pi^2}{T^2} \qquad \text{oder} \qquad \mathfrak{G} = \frac{2\,a\,\pi}{T};$$

in welcher Gleichung a den zu R gehörigen Parallelkreishalbmesser (R N) bezeichnet. Mit dem Sinken des Umfanges A R B R_{II} A_I rückt aber auch der Punkt R dem Mittelpunkte S der Anziehung näher und erlangt dadurch eine größere Geschwindigkeit γ. Nennen wir nun τ die Umlaufszeit des Punktes ρ, so haben wir, nach (102. 3.):

$$3. \qquad \mathfrak{R}^3 : \rho^3 = T^2 : \tau^2$$

und bezeichnen wir ferner die Centrifugalkraft des Punktes R mit C und diejenige des Punktes ρ mit χ, so ist, nach (56. 3.):

$$4. \qquad \mathfrak{C} = -\frac{4\,\pi^2}{T^2} \cdot a \qquad \text{und} \qquad \chi = -\frac{4\,\pi^2}{\tau^2} \cdot h;$$

wenn wir zugleich den dem Punkte ρ entsprechenden Parallelkreishalbmesser (ρ M) mit h bezeichnen.

Hieraus folgt aber:

$$5. \qquad T^2 : \tau^2 = \frac{a}{\mathfrak{C}} : \frac{h}{\chi}.$$

Aus 3) und 5) aber ergiebt sich:

$$6. \qquad \mathfrak{R}^3 : \rho^3 = \frac{a}{\mathfrak{C}} : \frac{h}{\chi}.$$

Es ist aber $a = \mathfrak{R} \cdot \cos\alpha$ und $h = \rho \cdot \cos\alpha$, also ist auch:

$$7. \qquad \mathfrak{R}^2 : \rho^2 = \chi : \mathfrak{C} \; (= a^2 : h^2).$$

Nun ist weiter, nach (56. 1.)

8. $$\chi = \frac{\gamma^2}{h} \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{C} = \frac{\mathfrak{G}^2}{a}$$

daher ist auch

9. $$a : h = \gamma^2 : \mathfrak{G}^2 ,$$

so daß, im Hinblicke auf (59. 3.), für die Bewegung der Elemente um die Rotationsaxe oberhalb und unterhalb der Aequatorebene dasselbe Gesetz gültig ist, wie innerhalb derselben.

Es folgt also:

10. $$\gamma^2 = \frac{a}{h} \cdot \mathfrak{G}^2.$$

Und ist weiter $\mathfrak{r}$ ein Punkt des Halbmessers ($\mathfrak{R}\,\mathfrak{S} =$) $\mathfrak{R}$ und zugleich ein Punkt des folgenden Gleichgewichtsellipsoides zu den Halbaxen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, und bezeichnen wir den zu $\mathfrak{r}$ gehörigen Parallelkreishalbmesser mit $\mathfrak{a}$ und seine Umlaufsgeschwindigkeit mit $\mathfrak{g}$, so ist aus denselben Gründen:

11. $$\mathfrak{g}^2 = \frac{h}{\mathfrak{a}} \cdot \gamma^2 \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{g}^2 = \frac{a}{\mathfrak{a}} \cdot \mathfrak{G}^2.$$

12. Bei der Verkleinerung der Rotationsaxe durch die Anziehung der Masse im Mittelpunkte des Nebularellipsoides — oder sagen wir besser: bei der Verkleinerung seines Umfanges, welche durch die Anziehung der Sonne bewirkt wird, — verdichten sich die Nebularelemente nach der Sonne hin. Es werden aber auch gleichzeitig Nebularelement, nachdem ihnen die Eigenschaft des Dampfes (sich nach allen Richtungen auszubreiten) verloren gegangen war, und ihnen nur diejenige staubartiger Elemente verblieben ist, von der Sonne völlig angezogen und mit ihr vereinigt. Hierdurch mußte sich eine Ausgleichung der Elemente ergeben, so daß diejenigen des restirenden Gleichgewichtsellipsoides in ihrem gesetzlichen Verhalten keine Störungen erlitten.

13. Wir würden dann durch diese sich an den Sonnenkörper anschließenden Nebularelemente, die sich ja in kreisender Bewegung befinden, auch eine Uebertragung dieser Bewegung an den Sonnen-

körper selbst, also die Erzeugung von Rotation, unterstellen dürfen, wüßten wir denselben nicht in hochglühendem Zustande (76. 7.), so daß die sich anlagernden Elemente jede Einwirkung auf die Sonne selbst, noch vor ihrer völligen Anlagerung verlieren müssen.

104.

Die Halbmesser und Parallelkreishalbmesser des Gleichgewichts- und Erzeugungsellipsoides.

Ist die große Halbaxe einer Ellipse = A, die kleine = B, und bezeichnet $\mathfrak{R}$ (= $\mathfrak{R}$ S), Fig. 14., irgend einen Halbmesser der Ellipse, geneigt unter dem Breitewinkel ($\mathfrak{R}$ S A =) α gegen die große Halbaxe, so ist aus geometrischen Gründen:

1. $$\mathfrak{R}^2 = \frac{A^2\ B^2}{A^2.\ \sin^2\alpha + B^2.\ \cos^2\alpha}.$$

Ist nun die Ellipse der durch die Rotationsaxe eines Gleichgewichtsellipsoides gelegte Durchschnitt, und führt man in diese Gleichung für B seinen Werth aus (81. 8.) ein, indem man daselbst $\varkappa$ für λ schreibt, so folgt:

2. $$\mathfrak{R}^2 = \frac{A^2}{1 + \varkappa^2.\ \sin^2\alpha}; \qquad \mathfrak{R} = \frac{A}{\sqrt{1 + \varkappa^2.\ \sin^2\alpha}}.$$

Nennt man ferner a den zu dem Breitewinkel α gehörigen Parallelkreishalbmesser $\mathfrak{R}$ N, so folgt hieraus, weil $a = \mathfrak{R}.\cos\alpha$ ist:

3. $$a^2 = \frac{A^2.\ \cos^2\alpha}{1 + \varkappa^2.\ \sin^2\alpha}; \qquad a = \frac{A.\cos\alpha}{\sqrt{1 + \varkappa^2.\ \sin^2\alpha}}.$$

Ist das Ellipsoid ein Erzeugungsellipsoid und (ρ S =) ρ ein Halbmesser desselben, gleichfalls geneigt unter dem Winkel (ρ S A =) α gegen den Aequatorhalbmesser, so folgt aus denselben Gründen:

$$4.\quad \rho^2 = \frac{A^2}{1 + \lambda^2 . \sin^2 \alpha}; \qquad \rho = \frac{A}{\sqrt{1 + \lambda^2 . \sin^2 \alpha}}.$$

Nennen wir h den dem Punkte ρ entsprechenden Parallelkreishalbmesser, so wird, weil $h = \rho . \cos \alpha$ ist, analog 3)

$$5.\quad h^2 = \frac{A^2 . \cos^2 \alpha}{1 + \lambda^2 . \sin^2 \alpha}; \qquad h = \frac{A . \cos \alpha}{\sqrt{1 + \lambda^2 . \sin^2 \alpha}}.$$

Und ist ($\mathfrak{r}\,\mathfrak{S} =$) $\mathfrak{r}$ der gleichfalls unter dem Winkel α gegen den Aequatorhalbmesser geneigte Halbmesser des folgenden Gleichgewichtsellipsoides zu den Halbaxen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, so ist, analog 2)

$$6.\quad \mathfrak{r} = \frac{\mathfrak{A}^2}{1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha}; \qquad \mathfrak{r} = \frac{\mathfrak{A}}{\sqrt{1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha}}.$$

Drückt man hier $\mathfrak{A}$ durch A aus, so folgt, aus (90. 7.)

$$7.\quad \mathfrak{r} = \frac{A^2}{\mathfrak{L}^2 (1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha}; \qquad \mathfrak{r} = \frac{A}{\mathfrak{L} . \sqrt{1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha}}.$$

Nennt man $\mathfrak{a}$ den zum Punkte $\mathfrak{r}$ gehörigen Parallelkreishalbmesser, so folgt, analog 3) und 5)

$$8.\quad \mathfrak{a}^2 = \frac{A^2 . \cos^2 \alpha}{\mathfrak{L}^2 (1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha}; \qquad \mathfrak{a} = \frac{A . \cos \alpha}{\mathfrak{L} . \sqrt{1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha}}.$$

105.

Die Umlaufsgeschwindigkeiten der Nebularelemente.

Substituirt man in (103. 2.) für T seinen Werth nach (71. 6.), indem man $T = A \sqrt{V^{-1} . A}$ setzt, so erhält man als Geschwindigkeit des Punktes $\mathfrak{R}$

1. $$\mathfrak{G} = \frac{2\,a\,\pi}{A\,\sqrt{V^{-1}.\,A}}$$

und führt man in diese Gleichung für a den Werth aus (104. 3.) ein, so wird

2. $$\mathfrak{G} = \frac{2.\cos\alpha.\pi}{\sqrt{V^{-1}.\,A\,(1+\varkappa^2.\sin^2\alpha)}}\;;$$

$$\mathfrak{G}^2 = \frac{4\cos^2\alpha.\pi^2}{V^{-1}.\,A\,(1+\varkappa^2.\sin^2\alpha)}.$$

Aus (104. 3. und 5.) folgt:

3. $$\frac{a}{h} = \sqrt{\frac{1+\lambda^2.\sin^2\alpha}{1+\varkappa^2.\sin^2\alpha}}\;;$$

und substituirt man in (103. 10.) diesen Werth für $\frac{a}{h}$, sowie den Werth von $\mathfrak{G}^2$ aus 2), so erhält man

4. $$\gamma^2 = \frac{4.\cos^2\alpha.\pi^2}{V^{-1}.\,A\,(1+\varkappa^2.\sin^2\alpha)}\cdot\sqrt{\frac{1+\lambda^2.\sin^2\alpha}{1+\varkappa^2.\sin^2\alpha}}\;;$$

also ist die Umlaufsgeschwindigkeit γ des Punktes ρ, Fig. 14.

5. $$\gamma = \frac{2\cos\alpha.\pi}{\sqrt{V^{-1}.\,A\,(1+\varkappa^2.\sin^2\alpha)}}\cdot\sqrt[4]{\frac{1+\lambda^2.\sin^2\alpha}{1+\varkappa^2.\sin^2\alpha}}.$$

Nach (103. 11.) ergiebt sich dann für die Umlaufsgeschwindigkeit $\mathfrak{g}$ des Punktes r, wenn man daselbst für die Buchstaben h, a und γ ihre Werthe, nach (104. 5. und 8.) und nach 5), oder für die Buchstaben a, a und $\mathfrak{G}$ ihre Werthe, nach (104. 3. und 8.) und nach 2) substituirt:

6. $$\mathfrak{g}^2 = \frac{4.\cos^2\alpha.\pi^2.\mathfrak{L}}{V^{-1}.\,A\,(1+\varkappa^2.\sin^2\alpha)}\;;$$

$$\mathfrak{g} = \frac{2.\cos\alpha.\pi\sqrt{\mathfrak{L}}}{\sqrt{V^{-1}.\,A\,(1+\varkappa^2.\sin^2\alpha)}}.$$

106.

Das Losewerden der Ringschalemente von der Drehungsaxe des Ellipsoides.

1. Ist das Ellipsoid in den zweiten Grenzzustand gekommen, für welchen bei weiterem Sinken der Rotationsaxe das Gleichgewicht nicht mehr bestehen kann, so verlieren sämmtliche Ringschalelemente ihren Anhalt an der Rotationsaxe. Sie würden dann, vermöge ihres Beharrungsvermögens, ihre Bewegung mit der ihnen innewohnenden Geschwindigkeit in der Richtung der Tangente ihrer bisherigen Umlaufsbewegung fortsetzen, würden sie durch das Losewerden von der Drehungsaxe auch zugleich von der Anziehungskraft der Sonne befreit. Da diese aber fortwährend wirkt, so werden sie sich dem Anziehungspunkte S nähern müssen.

2. Zur Versinnlichung des hier Gesagten, sei ρ, Fig. 14., irgend ein äußeres Schalelement des sich im zweiten Grenzzustande befindlichen Ellipsoides der Halbaxen A und B. Das Element ρ, das sich mit dem Halbmesser h (= ρ M) in einem Kreise bewegte, dessen Ebene senkrecht auf der Ebene des Papiers zu denken ist, wird plötzlich seinen Anhalt an der Drehungsaxe $B B_1$ verlieren und (vermöge seines Beharrungsvermögens) das Bestreben behalten, sich in der dem Punkte ρ in der Ebene des Parallelkreises (zum Halbmesser h) angehörigen Tangente, senkrecht auf die Papierfläche gedacht, weiter zu bewegen. Die Anziehungskraft der Sonne verhindert die Fortbewegung in dieser geraden Linie und zwingt das Element seine Umlaufsbewegung um den Anziehungspunkt in einer Ebene fortzusetzen, die durch die genannte Tangente und diesen Anziehungspunkt, also gleichfalls senkrecht auf der Ebene des Papiers stehend, zu denken ist, und welche durch den Halbmesser (ρ S =) ρ projicirt wird.

3. Das Element, das sich vorher um die Drehungsaxe frei im Kreise bewegte, erhält also nunmehr eine freie Kreisbewegung um den Anziehungspunkt selbst.

War dasselbe, wie ρ in Fig. 14., ein Element der äußeren Oberfläche der Ringschale, so beginnt nunmehr dasselbe seine neue Kreisbewegung mit dem Halbmesser (ρ S =) ρ und der Geschwindigkeit γ (105. 5.)

4. Nun kann die Kraft K der Anziehung, welche auf das Element ρ bei ſeiner freien Kreisbewegung um die Rotationsaxe gewirkt hatte, in zwei Kräfte zerlegt werden, von welchen die eine, nämlich $K . \cos \alpha$, es an der Rotationsaxe feſthielt, die andere, $K . \sin \alpha$, welche ſeine Entfernung von der Aequatorebene bedingte. In dem Augenblick aber, in welchem das Element von der Rotationsaxe loſe wurde, mußte die vereinte Anziehungskraft K wieder in Thätigkeit treten und daher ſeine Entfernung von dem Mittelpunkte der Anziehung auf's Neue reguliren. Die Entfernung mußte ſich verkleinern und die Geſchwindigkeit γ größer werden, d. h. das Element ſich in einer Spirale dem Mittelpunkte der Anziehung nähern.

107.

Die neue Bewegungsregulirung der abgelöſten Ringſchalelemente.

a) Der Elemente der äußeren Oberfläche.

1. Zur Beſtimmung des Weges s (= ($\rho \sigma$) in Fig. 25.), welchen das abgelöſte Element nach der Sonne hin zurücklegen mußte, und der neuen Geſchwindigkeit v können wir uns, obgleich dieſe Bewegung nicht in gerader Linie, ſondern in einer Spirale vor ſich gehen muß, mit Vortheil der Formel (46. 11.) bedienen, wenn wir daſelbſt γ für u und ρ für R ſubſtituiren. Wir erhalten dann:

2. $$v^2 = \gamma^2 + \frac{2 p r^2 . s}{\rho (\rho - s)}.$$

Es kommt jetzt darauf an, die Geſchwindigkeit v, mit welcher ſich nach zurückgelegtem Wege s das Element frei im Kreiſe bewegt, noch auf eine andere Art auszudrücken. Da die Geſchwindigkeit eines ſich frei im Kreiſe bewegenden Körpers, nach (56. 2.), gleich 2π, multiplicirt mit dem Halbmeſſer und dividirt durch die Umlaufszeit T iſt, ſo findet ſich alsbald

3. $$v = \frac{2 (\rho - s) \pi}{T}.$$

Substituirt man hier für T seinen Werth aus (71. 6.) und schreibt wiederholt $\rho - s$ für R, so folgt:

$$4.\quad \nu = \frac{2\pi}{\sqrt{V^{-1}.(\rho - s)}} \qquad \text{also} \qquad \nu^2 = \frac{4\pi^2.V}{\rho - s}.$$

Und substituiren wir ferner diesen Werth von ν^2 in 2) und setzen für γ^2 seinen Werth aus (105. 4.), so erhalten wir:

$$5.\quad \frac{4\pi^2.V}{\rho - s} = \frac{4.\cos^2\alpha.\pi^2}{V^{-1}.A\,(1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha)} \cdot \sqrt{\frac{1 + \lambda^2.\sin^2\alpha}{1 + \varkappa^2\sin^2\alpha}} + \frac{2\,p\,r^2}{\rho\,(\rho -}$$

Aus dieser Gleichung findet sich:

$$6.\quad s = \frac{4\pi^2.V - \dfrac{4.\cos^2\alpha.\pi^2\rho}{V^{-1}.A\,(1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha)} \cdot \sqrt{\dfrac{1 + \lambda^2.\sin^2\alpha}{1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha}}}{\dfrac{2\,p\,r^2}{\rho} - \dfrac{4.\cos^2\alpha.\pi^2}{V^{-1}.A\,(1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha)} \cdot \sqrt{\dfrac{1 + \lambda^2.\sin^2\alpha}{1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha}}}.$$

Nun ist:

$\log p$	$= 2{,}4282107$	(75. 4.) p für P geschrieben,
$\log$ (1 M. in M.)	$= 0{,}1295703 - 4$	(68. 10.)
$\log r^2$	$= 9{,}9410470$	(75. 3.) r für R geschrieben,
$\log V^{-1}$	$= 0{,}0975316 - 7$	(71. 3.)
	$1{,}5963596 = \log 4\pi^2$.	

Daher ist:

$$8.\qquad V = \frac{p\,r^2}{4\pi^2}; \qquad V^{-1} = \frac{4\pi^2}{p\,r^2}$$

und die Gleichung 6) reducirt sich auf die folgende:

$$9.\quad s = \rho \cdot \frac{1 - \dfrac{\rho.\cos^2\alpha}{A\,(1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha)} \cdot \sqrt{\dfrac{1 + \lambda^2.\sin^2\alpha}{1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha}}}{2 - \dfrac{\rho.\cos^2\alpha}{A\,(1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha)} \cdot \sqrt{\dfrac{1 + \lambda^2.\sin^2\alpha}{1 + \varkappa^2.\sin^2\alpha}}}.$$

Diese Formel drückt uns also den geraden Weg s eines der äußeren Oberfläche einer abgelösten Ringschale angehörigen Elementes ρ (nach der Richtung der Sonne hin) aus, welchen Weg es in einer Spirallinie zurücklegen mußte, um wieder aus dieser eine freie Kreisbewegung um den Mittelpunkt der Anziehung zu erhalten.

108.

b) Der Elemente der inneren Oberfläche.

Die Formel, welche uns den Weg $\mathfrak{s}$ (= (r f) in Fig. 25.) eines der inneren Oberfläche einer abgelösten Ringschale angehörigen Elementes $\mathfrak{r}$ auszudrücken hat, den dieses zurücklegen muß, um aus der Spirallinie die freie Kreisbewegung um die Sonne zu erhalten, construirt sich etwas einfacher.

Substituirt man in Formel (107. 2.) $\mathfrak{g}$, aus (105. 6.), für γ; $\mathfrak{r}$ für ρ und $\mathfrak{s}$ für s, so ist:

1. $$v^2 = \mathfrak{g}^2 + \frac{2\,p\,r^2.\,\mathfrak{s}}{\mathfrak{r}\,(\mathfrak{r} - \mathfrak{s})}\,.$$

Analog (107. 3.) ergiebt sich dann

2. $$v = \frac{2\,(\mathfrak{r} - \mathfrak{s})\,\pi}{\mathfrak{T}}\,,$$

indem man $\mathfrak{T}$ für T schreibt.

In diesem Falle erhält man, analog (107. 4.):

3. $$v^2 = \frac{4\,\pi^2\,V}{\mathfrak{r} - \mathfrak{s}}\,.$$

Substituiren wir nun diesen Werth von v^2 in 1) und setzen für $\mathfrak{g}^2$ seinen Werth, aus (105. 6.) so ergiebt sich;

4. $$\frac{4\,\pi^2.\,V}{\mathfrak{r} - \mathfrak{s}} = \frac{4\,\cos^2\alpha\,.\,\pi^2.\,\mathfrak{L}}{V^{-1}\,.\,A\,(1 + \varkappa^2.\,\sin^2\alpha)} + \frac{2\,p\,r^2.\,\mathfrak{s}}{\mathfrak{r}\,(\mathfrak{r} - \mathfrak{s})}\,.$$

Aus dieser Gleichung findet sich, mit Berücksichtigung von (107. 8.)

$$5. \qquad \mathfrak{s} = \mathfrak{r} \cdot \frac{1 - \frac{\mathfrak{r} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \mathfrak{L}}{A\,(1 + \varkappa^2 \cdot \sin^2 \alpha)}}{2 - \frac{\mathfrak{r} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \mathfrak{L}}{A\,(1 + \varkappa^2 \cdot \sin^2 \alpha)}}.$$

109.

Ursache des Losewerdens der Ringschalelemente von der Drehungsaxe.

Substituirt man in die Gleichungen (105. 2. 4. und 6.) für V seinen Werth $\frac{p\,r^2}{4\,\pi^2}$, so gehen diese Gleichungen über in:

$$1. \qquad \mathfrak{G}^2 = \frac{p\,r^2 \cdot \cos^2 \alpha}{A\,(1 + \varkappa^2 \cdot \sin^2 \alpha)},$$

$$2. \qquad \gamma^2 = \frac{p\,r^2 \cdot \cos^2 \alpha}{A\,(1 + \varkappa^2 \cdot \sin^2 \alpha)} \cdot \sqrt{\frac{1 + \lambda^2 \cdot \sin^2 \alpha}{1 + \varkappa^2 \cdot \sin^2 \alpha}},$$

$$3. \qquad \mathfrak{g}^2 = \frac{p\,r^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \mathfrak{L}}{A\,(1 + \varkappa^2 \cdot \sin^2 \alpha)}.$$

4. Nun bezeichnet $\mathfrak{G}$ die Geschwindigkeit eines Punktes $\mathfrak{R}$, Fig. 14., der Oberfläche eines Gleichgewichtsellipsoides zu dem Aequatorhalbmesser A und der halben Rotationsaxe B; γ die Geschwindigkeit eines analogen Punktes ρ der Oberfläche des zum Erzeugungsellipsoide herabgesunkenen Ellipsoides zu dem Aequatorhalbmesser A und der halben Rotationsaxe B.

Da nun $\lambda > \varkappa$ ist, (85. 1. u. 3.) so folgt auch $\gamma^2 > \mathfrak{G}^2$. Es ergiebt sich hieraus, daß mit dem Sinken der Pole auch die Umlaufsgeschwindigkeiten der äußeren Schalelemente (mit Ausnahme derjenigen des Aequators) zunehmen. Demgemäß wachsen die Centrifugalkräfte dieser Elemente (mit Ausnahme derjenigen des Aequa-

tors), und wir erkennen darin den Grund, warum sie ihren Anhalt an der Rotationsaxe verlieren und eine Ablagerung der äußeren Ringschale bewirkt wird.

5. $\mathfrak{g}$ dagegen bezeichnet uns die Geschwindigkeit eines mit $\mathfrak{R}$ und ρ analogen Punktes $\mathfrak{r}$ der Oberfläche des folgenden Gleichgewichtsellipsoides zu dem Aequatorhalbmesser $\mathfrak{A}$ ($= \mathfrak{L}^{-1} . A$) und der halben Rotationsaxe $\mathfrak{B}$, und diese Geschwindigkeit ist wieder ganz derjenigen der Punkte der Oberfläche eines Gleichgewichtsellipsoides entsprechend. Wir schließen daraus, daß unsere Voraussetzung, das folgende Gleichgewichtsellipsoid setze seine Kreisbewegung, nach Ablagerung der äußeren Ringschale ruhig weiter fort auf Wahrheit beruhe, sowie

6. daß die Geschwindigkeits*zunahme* von dem Punkte ρ nach dem Punkte $\mathfrak{r}$ in der Ringschale hin, d. h. von außen nach innen, abnimmt.

7. Da der Punkt $\mathfrak{r}$ zugleich ein analoger Punkt der *inneren* Ringschaloberfläche ist, so ergiebt sich hieraus, daß eine sehr scharfe Grenze zwischen der abzulösenden Ringschale und dem restirenden Gleichgewichtsellipsoide gar nicht besteht.

Ist $\alpha = 0$, also $\sin\alpha = 0$ und $\cos\alpha = 1$, so gehen die Formeln 1) und 2) über in:

$$8. \qquad \mathfrak{G}^2 = \frac{p\,r^2}{A} \qquad \text{und} \qquad \gamma^2 = \frac{p\,r^2}{A},$$

woraus folgt, daß sich eine Geschwindigkeitsänderung in dem *äußeren* Aequator der Ringschale *nicht* ergiebt.

Unter der gleichen Voraussetzung, $\alpha = 0$, wird aus Gleichung 3):

$$9. \qquad \mathfrak{g}^2 = \frac{p\,r^2 . \mathfrak{L}}{A} = \frac{p\,r^2}{\mathfrak{A}},$$

aus welcher sich auch die Unveränderlichkeit in der Geschwindigkeit der Elemente in dem *inneren* Aequator der Ringschale erkennen läßt.

10. Es folgt also auch weiter, daß überhaupt bei dem Loswerden der Ringschalelemente in deren *Aequatorebene* keine Geschwindigkeitsänderung, (mithin auch keine Verdichtung) und ober- und unterhalb dieser Ebene eine solche nur *allmählig* stattfindet.

110.

Die neuen Bahnhalbmeſſer und neuen Umlaufsgeſchwindigkeiten der abgelöſten Ringſchalelemente.

Nennen wir σ den Halbmeſſer, mit welchem ſich ein Element der äußeren Oberfläche einer abgelöſten Ringſchale endlich um den Mittelpunkt der Anziehung frei im Kreiſe bewegt, ſo folgt, wegen $\sigma = \rho - s$, wenn man in dieſe Gleichung den Werth von s, aus (107. 9.), überträgt:

$$1. \quad \sigma = \frac{\rho}{2 - \frac{\rho \cdot \cos^2 \alpha}{A\,(1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha)} \cdot \sqrt{\frac{1 + \lambda^2 . \sin^2 \alpha}{1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha}}} .$$

Bezeichnen wir ferner den Halbmeſſer, mit welchem ſich ein Element der inneren Oberfläche einer abgelöſten Ringſchale um den Mittelpunkt der Anziehung frei im Kreiſe bewegt, mit $\mathfrak{f}$, ſo ergiebt ſich, wegen $\mathfrak{f} = \mathfrak{r} - \mathfrak{s}$, wenn man hier für $\mathfrak{s}$ ſeinen Werth aus (108. 5.) ſchreibt:

$$\mathfrak{f} = \frac{\mathfrak{r}}{2 - \frac{\mathfrak{r} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \mathfrak{L}}{A\,(1 + \varkappa^2 . \sin^2 \alpha)}} .$$

Aus 1) und 2) folgt:

Für $\alpha = 90°$ iſt $\cos \alpha = 0$, und ſowohl ρ wie $\mathfrak{r} =$ der halben Rotationsaxe $\mathfrak{B}$ (= $\mathfrak{B}$ S).

In dieſem Falle wird dann:

$$3. \qquad \sigma = \frac{\mathfrak{B}}{2} \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{f} = \frac{\mathfrak{B}}{2} ,$$

$$\text{alſo} \qquad \sigma = \mathfrak{f}.$$

Die Polelemente, welche alſo vor Ablöſung der Ringſchale eine Entfernung gleich $\mathfrak{B}$ von dem Mittelpunkte der Anziehung hatten, bewegen ſich, nach Ablöſung derſelben, mit einem Halb-

messer, der der Hälfte ihrer früheren Entfernung von der Sonne gleich ist, um deren Mittelpunkt.

Die Umlaufszeiten τ und t der abgelösten Elemente der äußeren und inneren Ringschaloberfläche formuliren sich, nach (71. 6.), nämlich

4. $$\tau = \sigma \sqrt{V^{-1}.\sigma} \qquad \text{und} \qquad t = f \sqrt{V^{-1}.f}.$$

Und hieraus formuliren sich die bezüglichen Umlaufsgeschwindigkeiten, die wir mit v und u bezeichnen wollen, nach (56. 2.) nämlich:

5. $$v = \frac{2\sigma\pi}{\tau} \qquad \text{und} \qquad u = \frac{2f\pi}{t},$$

also, wenn wir für τ und t ihre Werthe nach (71. 6.) substituiren:

6. $$v = \frac{2\pi}{\sqrt{V^{-1}.\sigma}} \qquad \text{und} \qquad u = \frac{2\pi}{\sqrt{V^{-1}.f}}.$$

oder, wenn wir hier für V seinen Werth, aus (107. 8.) schreiben:

7. $$v^2 = \frac{p r^2}{\sigma} \qquad \text{und} \qquad u^2 = \frac{p r^2}{f},$$

in welchen Ausdrücken wieder r den Sonnenhalbmesser und p die Geschwindigkeit eines freifallenden Körpers an der Oberfläche der Sonne am Ende der ersten Secunde bedeuten.

111.

Verdichtung der abgelösten Ringschalelemente und ihr Niederschlag in die Aequatorebene.

1. Da, nach (109. 6.), die Zunahme der Umlaufsgeschwindigkeiten von ρ nach r, Fig. 14., also von der äußeren Oberfläche der Ringschale nach der inneren nachläßt, so muß dies auch mit den Centrifugalkräften der betreffenden Elemente der Fall sein. Diese Elemente werden daher auch von außen nach innen

ihre Umlaufsbewegungen um die Rotationsaxe des Ellipsoides mit derjenigen um den Mittelpunkt der Anziehung vertauschen, d. h. die vom Mittelpunkte der Anziehung entfernteren werden diesen Wechsel etwas früher vornehmen wie die näheren.

2. Nun erhalten zwar die zwischen ρ und $\mathbf{r}$ befindlichen Elemente nicht gleiche Bahnhalbmesser bei ihrem Umlaufe um den Mittelpunkt der Anziehung, es erleiden also die inneren auch kein Zusammentreffen mit den äußeren in demselben Halbmesser liegenden Elementen. Wohl aber müssen diese äußeren nach innen hin auf seitwärts gelegene und noch nicht in veränderte d. h. in größere Geschwindigkeit versetzte Elemente auf ihrem spiralförmigen Wege (107. 1.) stoßen. Wir dürfen uns also vorstellen, es träfen in Bewegung sich befindliche Elemente auf ruhende (indem wir dabei annehmen, es bewegten sich die äußeren mit der Differenz beider Geschwindigkeiten).

Die Wirkung dieses Zusammentreffens muß zunächst ein Zusammenballen dieser staubartigen kleinsten Theilchen (101. 5.) oder die Herstellung kleiner Körperchen sein, und durch den schiefen Stoß, welchen hierbei äußere Elemente auf innere ausüben, muß sich zugleich Wärme einstellen und Rotation der Körperchen im Sinne ihrer Bahnbewegung, von West nach Osten, ergeben.

3. Die Dichtigkeit dieser kleinen Körperchen, die sich bei weiterem Verlaufe zu größeren vereinigen mögen, muß von der Stärke des Drucks, also von der Geschwindigkeitsdifferenz, mit welcher sich diese Körperchen bewegen, abhängen. Sie muß also mit der Abnahme ihrer Bahnhalbmesser zunehmen. Im Allgemeinen werden wir ihren Zustand noch als weich bezeichnen dürfen.

4. Die Veränderungen aber, welche sich oberhalb der Aequatorebene $A A_1$ (Fig. 14.) ergeben, finden auch unterhalb derselben statt.

Jedem Element ρ der Ringschale oberhalb dieser Ebene entspricht ein genau correspondirendes Element ρ_1 unterhalb derselben. — Und da sich die ganze Nebelmasse um die Rotationsaxe $B B_1$ von West nach Osten (in Fig. 14. von A nach A_1) bewegt, so findet die neue Bewegung des Elementes ρ_1 in der auf die Durchschnittsellipse in $\rho_1 S$ als senkrecht errichtet gedachten Ebene statt; während das Element ρ sich in der senkrecht auf ρS gedachten Ebene be-

wegt. Beide Ebenen bilden denselben Winkel gegen die Aequatorebene und beide Elemente bewegen sich mit gleichen Geschwindigkeiten. Die zu kleinen Körperchen gestalteten Elemente werden also in Folge ihrer gleichen Bewegungsrichtung und gleicher Geschwindigkeit in der Aequatorebene zusammenstoßen, sich vereinigen und ihren Umlauf in der Aequatorebene selbst fortsetzen.

5. Bei diesem Zusammenstoße werden sie indessen an ihrer Geschwindigkeit verlieren. Bei der Berechnung dieses Verlustes an Geschwindigkeit kann jedoch, weil der Zusammenstoß ein schiefer ist, nur diejenige Componente der Geschwindigkeit in Betracht kommen, welche in die Stoßrichtung selbst fällt.

Zur Versinnlichung dessen bedeute $A A_1$ (in Fig. 17.) die Aequatorebene, $Q A$ sei die Bewegungsrichtung eines Elementes oder Körperchens m unter dem Winkel $Q A A = \alpha$ oberhalb, und $Q_1 A$ diejenige eines solchen m_1 unter dem Winkel $Q_1 A A$ (ebenfalls) $= \alpha$ unterhalb der Aequatorebene; die Geschwindigkeit beider sei ($q m = q_1 m_1 =$) v für Elemente der äußeren und u für diejenigen der inneren Schaloberfläche.

Diese Geschwindigkeit v (u) läßt sich zerlegen in eine solche, welche mit der Stoßrichtung $m m_1$ beider Körperchen zusammentrifft, und eine solche, welche mit der Aequatorebene $A A_1$ parallel läuft. Erstere ($m p = m_1 p_1 =$) $v . \sin \alpha$ und letztere ($q p = q_1 p_1 =$) $v . \cos \alpha$ für Elemente der äußeren; erstere ($m p = m_1 p_1 =$) $u . \sin \alpha$ und letztere ($m p = m_1 p_1 =$) $u . \cos \alpha$ für Elemente der inneren Ringschaloberfläche. Erstere geht durch gegenseitige Aufhebung eines Theiles an Bewegungskraft bei dem gegenseitigen Zusammenstoße verloren, (wobei sich $1/2\ v . \sin \alpha$ und $1/2\ u . \sin \alpha$ in Wärme verwandelt), letztere ist die Geschwindigkeit, welche den Körperchen verbleibt, mit welcher sie sich also beide in der Aequatorebene oder in der Richtung von A nach A_1 hin weiterbewegen. Nennen wir die Halbmesser, mit welchen sich die verdichteten Elemente der äußeren Oberfläche der Ringschale nunmehr in der Aequatorebene fortbewegen h, und bezeichnen wir die Halbmesser mit welchen sich die verdichteten Elemente der inneren Oberfläche der Ringschale in der Aequatorebene fortbewegen mit $\mathfrak{h}$, so haben wir:

6. $$h = \sigma . \cos \alpha \quad \text{und} \quad \mathfrak{h} = \mathfrak{s} . \cos \alpha.$$

7. Wir haben oben, in 5), die Linie Q A und Q_1 A die Bewegungsrichtungen zweier Elemente m und m_1 genannt. Im Grunde genommen stellen sie uns Theile der Kreise vor, in welchen sich diese Elemente oder kleinen Körperchen bewegen.

In dem Punkte A werden übrigens noch gleichzeitig andere Elemente aus der oberen und unteren Ringschalhälfte eintreffen, wodurch deren neuer Bahnhalbmesser mit demjenigen der Elemente m und m_1 vollkommen übereinstimmt. Es sind dies Elemente, welche sich mit einem Bahnhalbmesser = Σ und unter einem gegen die Aequatorebene geneigten Winkel (Σ A A =) β (Fig. 17.) bewegen und für welche die Proportion stattfindet

$$\sigma : \Sigma = \cos\beta : \cos\alpha$$

weil hierfür $\sigma . \cos\alpha = \Sigma . \cos\beta = h$ ist. — Durch dieses Zusammentreffen muß der Wärmegrad der Körper eine weitere Erhöhung erleiden.

8. Da durch das Loswerden einer Ringschale sich ihre Elemente in Spiralen der Aequatorebene nähern, so finden wir, nach Ablösung aller Schalen, unser Nebelellipsoid in einen Spiralnebel übergegangen, dessen Windungen sich also von außen nach innen verengern. Die Beobachtung zeigt uns bekanntlich solche Spiralnebel im Himmelsraum, in welchen sich gewöhnlich in der Mitte ein hellerer Kern, den wir für eine Sonne halten dürfen, befindet. Leider hat uns jedoch die Beobachtung über die Veränderungen, welche mit diesen Nebeln vor sich gehen, noch keinen Aufschluß gegeben.

112.

Die Halbmesser ρ des Erzeugungsellipsoides und die Halbmesser r des restirenden Gleichgewichtsellipsoides.

1. Um das über die Ablösung der Ringschalelemente und deren Verdichtung und Niederschlag in die Aequatorebene bisher Abgehandelte zu versinnlichen, mag die graphische Darstellung in Fig. 25 dienen. Die äußerste, von Stelle zu Stelle mit ρ bezeichnete Ellipse stellt uns den durch die kleine Axe eines im 2.

Grenzzustande befindlichen Ellipsoides gelegten Durchschnitt vor. Diese Ellipse gehört zu den Halbaxen (A S =) A und (B S =) B und ist nach der Gleichung (104. 4.) mittelst Ordinaten aus dem Mittelpunkt, und zwar von 5 zu 5° construirt. Die halbe große Axe (A S =) A ist hierbei gleich 1 gesetzt und die Ordinaten oder Halbmesser ρ sind in Theilen von A, also von 1, ausgedrückt und mit Ziffern bezeichnet, die jedesmal den mit der Aequatorebene bildenden Winkel α in Graden ausdrücken.

2. Die auf diese folgende Ellipse zu den Halbaxen (A S =) A und (B S =) B stellt uns den Durchschnitt des auf das Erzeugungsellipsoid zu den Halbaxen A und B folgenden Gleichgewichtsellipsoides vor. Sie ist ebenfalls mittelst Ordinaten aus dem Mittelpunkt construirt, und diese nach Formel (104. 7.) berechneten Ordinaten der Halbmesser $\mathfrak{r}$ der Ellipse sind, analog den Halbmessern der Ellipse zu den Halbaxen A und B, von 5 zu 5° aufgetragen.

3. Nachstehend geben wir eine Zusammenstellung der, nach den Formeln (104. 4. und 7.) und für A = 1 von 0 bis 5° gradweise, sodann von 5 zu 5° berechneten Halbmesser ρ und $\mathfrak{r}$ und fügen zugleich deren Logarithmen bei.

Grade	ρ	log ρ	$\mathfrak{r}$	log $\mathfrak{r}$
0	1,000	0,0000000	0,570	0,7561822—1
1	0,999	0,9995774—1	0,570	0,7560893—1
2	0,996	0,9983147—1	0,570	0,7558105—1
3	0,991	0,9962280—1	0,569	0,7553471—1
4	0,985	0,9933434—1	0,568	0,7547008—1
5	0,977	0,9896960—1	0,567	0,7538740—1
10	0,916	0,9616970—1	0,559	0,7471606—1
15	0,837	0,9225530—1	0,545	0,7366281—1
20	0,756	0,8786852—1	0,529	0,7235995—1
25	0,683	0,8345282—1	0,510	0,7075072—1
30	0,620	0,7925675—1	0,491	0,6907411—1

Grade.	ρ	log ρ	$\mathfrak{r}$	log $\mathfrak{r}$
35	0,568	0,7539914—1	0,472	0,6735703—1
40	0,524	0,7192552—1	0,454	0,6566797—1
45	0,488	0,6884424—1	0,437	0,6405224—1
50	0,459	0,6614634—1	0,422	0,6254844—1
55	0,435	0,6381603—1	0,409	0,6118349—1
60	0,415	0,6183589—1	0,398	0,5997653—1
65	0,400	0,6018936—1	0,389	0,5894025—1
70	0,388	0,5886202—1	0,381	0,5808396—1
75	0,379	0,5784190—1	0,375	0,5741335—1
80	0,373	0,5711981—1	0,371	0,5693214—1
85	0,369	0,5668915—1	0,368	0,5664261—1
90	0,368	0,5654602—1	0,368	0,5654601—1

4. Denken wir uns in dem Endpunkte A des Halbmessers (AS =) A des restirenden Gleichgewichtsellipsoides, oder, was dasselbe ist, des inneren Schalhalbmessers, eine Senkrechte errichtet, welche die Curve der ρ in den Punkten R und R_1 schneidet, so wird hierdurch der halbe Durchschnitt der Ringschale selbst in drei verschiedene Flächen getheilt. Nämlich in eine größere nach außen oder den Hauptttheil des Ringschaldurchschnittes, und zwei in eine Spitze zulaufende nach innen, die wir die Ausläufer des Ringschaldurchschnittes nennen wollen. —

Dieselbe Vorstellung ergiebt sich, denken wir uns mit dem Halbmesser (AS =) A aus dem Mittelpunkte S des Ellipsoides einen auf der Aequatorebene senkrecht stehenden Cylinder beschrieben. Dieser Cylinder theilt dann die Ringschale in einen zusammenhängenden Ring, der jene größere Fläche ARR$_1$A zum Durchschnitt hat, und in zwei im Innern an diesen Ring angesetzte Körper, welche jene Ausläufer ARBA und AR$_1$B$_1$A zum Durchschnitte haben.

113.

Die neuen Bahnhalbmesser σ für Elemente der äußeren und ſ für Elemente der inneren Ringschaloberfläche nach dem Losewerden dieser Elemente von der Drehungsaxe.

1. Der Unterschied in dem Flächenraume beider Ellipsen zu den großen Halbaxen A und 𝔄 und der gemeinschaftlichen kleinen Halbaxe 𝔅 (der äußerlich mit verschiedenen ρ und innerlich mit verschiedenen r bezeichnet ist), Fig. 25. stellt uns also den Durchschnitt der sich ablösenden Ringschale vor. Wir bemerken in demselben deren größte Breite ρ — r in der Aequatorebene, woselbst sie gleich A — 𝔄 ist. Von hier aus nimmt die Breite, (welche wir auf den Halbmessern messen), bis zu den Polen, woselbst sie gleich Null ist, stets ab. —

Sobald die Elemente der Ringschale den Anhalt an der Rotationsaxe (106.) verloren haben, erhalten sie das Bestreben sich im Kreise direkt um den Mittelpunkt zu bewegen, und nähern sich demselben (107.) in einer Spirallinie. Der Halbmesser σ, mit welchem die Elemente der äußeren Oberfläche der Ringschale ihre neue Kreisbewegung fortsetzen, wird durch die Formel (110. 1.) und derjenige ſ, mit welchem dies für die Elemente der inneren Oberfläche der Fall ist, wird durch Formel (110. 2.) bestimmt.

3. In Nachstehendem sind diese Halbmesser σ und ſ, ebenfalls ausgedrückt in Theilen der großen Halbaxe A = 1 von 0 bis 5° gradweise, sodann von 5 zu 5 Grad berechnet, nebst ihren Logarithmen, zusammengestellt.

Grade	σ	log σ	ſ	log ſ
0	1,000	0,0000000	0,570	0,7561822—1
1	0,998	0,9991668—1	0,570	0,7556786—1
2	0,993	0,9969225—1	0,568	0,7541735—1
3	0,983	0,9925625—1	0,565	0,7516819—1
4	0,970	0,9868774—1	0,560	0,7482360—1

Grade	σ	log σ	f	log f
5	0,957	0,9811320—1	0,556	0,7448305—1
10	0,841	0,9247696—1	0,513	0,7102332—1
15	0,706	0,8488771—1	0,460	0,6629541—1
20	0,583	0,7656225—1	0,409	0,6113493—1
25	0,483	0,6840450—1	0,361	0,5573270—1
30	0,407	0,6099367—1	0,322	0,5081102—1
35	0,350	0,5442784—1	0,291	0,4638458—1
40	0,307	0,4875616—1	0,266	0,4249863—1
45	0,275	0,4392197—1	0,246	0,3912997—1
50	0,250	0,3984314—1	0,230	0,3624429—1
55	0,232	0,3643210—1	0,218	0,3379956—1
60	0,217	0,3361577—1	0,208	0,3175641—1
65	0,206	0,3132950—1	0,200	0,3008038—1
70	0,199	0,2994416—1	0,194	0,2874396—1
75	0,191	0,2815450—1	0,189	0,2772348—1
80	0,187	0,2719729—1	0,186	0,2700962—1
85	0,185	0,2663065—1	0,184	0,2658411—1
90	0,184	0,2644302—1	0,184	0,2644301—1

4. Der Durchſchnitt der Ringſchalmaſſe erleidet durch dieſe veränderte Bewegung ihrer nunmehr verdichteten Elemente ſelbſt eine veränderte Geſtalt, welche in Fig. 25 für die äußere Oberfläche durch die verſchiedenen σ, für die innere Oberfläche durch die verſchiedenen f bezeichnet und ſchraffirt dargeſtellt iſt. Die dieſen Durchſchnitt begrenzenden krummen Linien weichen von der elliptiſchen Geſtalt ab und haben Aehnlichkeit mit den ſ. g. Caſſini'ſchen Curven. — Dachten wir uns ſeither den von den elliptiſchen Curven ρ und r begrenzten Raum der Ringſchale ſtetig erfüllt von Nebularelementen, ſo haben wir uns nunmehr den von den Caſſini'ſchen Curven mit σ und f begrenzten Raum ſehr unſtetig mit verdichteten Körpern verſehen, vorzuſtellen,

welche sich selbstständig unter verschiedenen Neigungen gegen die Aequatorebene um die Sonne bewegen.

114.

Betrachtungen über dieselben.

1. Ziehen wir die Werthe für σ und $\mathfrak{f}$, in (113. 3.) von den correspondirenden Werthen für ρ und $\mathfrak{r}$, in (112. 3.), ab, so geben uns die jedesmaligen Differenzen die Entfernungen s und $\mathfrak{s}$ (107. 9. und 108. 5.) an, welche die unverdichteten Elemente nach der Sonne hin, jedoch in einer Spirallinie zurückzulegen hatten, um in verdichtetem Zustande eine neue Bahnbewegung um den Sonnenmittelpunkt zu erhalten.

2. Die Verdichtung der Elemente muß um desto größer werden, in einen je kleineren Raum die Elemente sich einzwängen. Elemente, welche sich vorher in Bahnen bewegten, deren Punkte eine Entfernung von der Sonne hatten, welche (gleich oder) kleiner war wie ρ und (gleich oder) größer wie $\mathfrak{r}$, bewegen sich jetzt mit Halbmessern um die Sonne, welche (gleich oder) kleiner sind wie σ und (gleich oder) größer wie $\mathfrak{f}$. Je kleiner also die Entfernung $\sigma - \mathfrak{f}$ in Bezug auf die Entfernung $\rho - \mathfrak{r}$ wird, in einen desto kleineren Raum werden die einzelnen Elemente gleichsam eingezwängt, d. h. desto dichter müssen sie werden und eine desto größere Wärmezunahme müssen sie erhalten. Mit andern Worten: Je größer der Unterschied $(\rho - \mathfrak{r}) - (\sigma - \mathfrak{f})$ sich ergiebt, eine desto größere Dichte und Wärme erhalten die Elemente.

3. Für die Aequatorebene ist diese Differenz gleich Null; es bleibt die Bewegung in derselben unverändert fortbestehen, und es findet in ihr keine Verdichtung und Erwärmung der Elemente statt (109. 10.).

4. Von der Aequatorebene an nach den Polen hin ist die Differenz $(\rho - \mathfrak{r}) - (\sigma - \mathfrak{f}.)$ anfangs sehr schwach und nur langsam steigend, (daher auch die Verdichtung nur gering zunehmend),

doch wächst sie bald stärker und stärker und erreicht etwa unter dem 15°, woselbst sich $(\rho - \mathfrak{r}) - (\sigma - \mathfrak{f}) = 0{,}056 \,.\, \mathfrak{A}$ ergiebt, ihr Maximum.

Wir dürfen daher wohl unter diesem Grade die größte Verdichtung der Elemente annehmen. Von hier aus werden die Differenzen wieder kleiner und nähern sich in der Nähe der Pole dem Werthe von Null.

5. Elemente, welche sich in unverdichtetem Zustande mit einem Halbmesser, der kleiner als $\rho \,.\, \cos\alpha$ und größer als $\mathfrak{r} \,.\, \cos\alpha$ war, um die Rotationsaxe des Ellipsoides bewegten, setzen also in verdichtetem Zustande ihre Umlaufsbewegung um den Mittelpunkt der Sonne mit einem Bahnhalbmesser fort, der kleiner als σ_α und größer als $\mathfrak{f}_\alpha$ ist.

6. Lagen die unverdichteten Elemente ganz außerhalb des restirenden Gleichgewichtsellipsoides zu den Halbmessern $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, so greift nunmehr ein Theil der verdichteten Schalmasse in dasselbe ein. Besonders sind es die Ausläufer der Ringschale, welche ihre verdichteten Körper diesem restirenden Ellipsoide zusenden.

7. Ob dieses Eingreifen der verdichteten Ringschalmasse in dem restirenden Gleichgewichtsellipsoide Störungen verursacht, wollen wir vorläufig unerörtert lassen, vielmehr annehmen, daß die Nebelelemente dieses Letzteren von den auf einen weit geringeren Raum reducirten dichteren Körpern im Allgemeinen nicht alterirt werden.

8. Dagegen finden wir, daß die Verdichtung der Ausläufer nach den Polen hin, also bis zur Rotationsaxe des Nebelellipsoides, abnimmt, also bis zu jenen Stellen, welche direct oberhalb oder unterhalb des Sonnenkörpers sich befinden.

9. Um diese Differenzen $\rho - \sigma = \mathfrak{s}$ und $\mathfrak{r} - \mathfrak{f} = \mathfrak{S}$ bequem unter sich und auch mit den Breiten $\rho - \mathfrak{r}$ und den Differenzen $\sigma - \mathfrak{f}$ vergleichen zu können, haben wir sie in nachstehender Tabelle zusammengestellt.

Grade	$\rho - \mathfrak{r}$	$\sigma - \mathfrak{f}$	$s = \rho - \sigma$	$\mathfrak{s} = \mathfrak{r} - \mathfrak{f}$	$h - \mathfrak{h}$	$(\rho - \mathfrak{r}) - (\sigma - \mathfrak{f})$
0	0,430	0,430	0,000	0,000	0,430	0,000
1	0,429	0,428	0,001	0,000	0,428	0,001
2	0,426	0,425	0,003	0,002	0,425	0,001
3	0,422	0,418	0,008	0,004	0,418	0,004
4	0,417	0,410	0,015	0,008	0,409	0,007
5	0,410	0,401	0,020	0,011	0,401	0,009
10	0,357	0,328	0,075	0,046	0,323	0,029
15	0,292	0,246	0,131	0,085	0,237	0,056
20	0,227	0,174	0,173	0,120	0,164	0,053
25	0,173	0,122	0,200	0,149	0,111	0,051
30	0,129	0,085	0,213	0,169	0,074	0,044
35	0,096	0,059	0,218	0,181	0,049	0,037
40	0,070	0,041	0,217	0,188	0,031	0,029
45	0,051	0,029	0,213	0,191	0,020	0,022
50	0,037	0,020	0,209	0,192	0,013	0,017
55	0,026	0,014	0,203	0,191	0,008	0,012
60	0,017	0,009	0,198	0,190	0,003	0,008
65	0,011	0,006	0,194	0,189	0,003	0,005
70	0,007	0,005	0,189	0,187	0,002	0,002
75	0,004	0,002	0,188	0,186	0,000	0,002
80	0,002	0,001	0,186	0,185	0,000	0,001
85	0,001	0,001	0,184	0,184	0,000	0,000
90	0,000	0,000	0,184	0,184	0,000	0,000

115.

Die Bahnhalbmeſſer h und $\mathfrak{h}$, mit welchen ſich die verdichteten Elemente der äußeren und inneren Ringſchaloberfläche in der Aequatorebene um die Sonne bewegen.

1. Nach (111. 6.) haben wir nur die diverſen Bahnhalbmeſſer, mit welchen ſich die verdichteten Elemente der Ringſchale *vor* ihrem

Niederschlage in die Aequatorebene um die Sonne bewegen, mit dem Cosinus des Neigungswinkels α zu multipliciren, um die Bahnhalbmesser nach ihrem Niederschlage in dieser Ebene zu erhalten.

2. Nachstehende Tabelle enthält eine Zusammenstellung dieser Bahnhalbmesser h für die verdichteten Elemente der äußeren und $\mathfrak{h}$ für diejenigen der inneren Ringschaloberfläche bei deren Bewegung in der Aequatorebene. Ihre Differenzen (h — $\mathfrak{h}$) haben wir bereits für die berechneten Grade in (114. 9.), der Raumersparniß wegen, aufgenommen.

Grade	h	log h	$\mathfrak{h}$	log $\mathfrak{h}$
0	1,000	0,0000000	0,570	0,7561822—1
1	0,998	0,9991006—1	0,570	0,7556124—1
2	0,992	0,9966579—1	0,567	0,7539089—1
3	0,982	0,9919669—1	0,564	0,7510863—1
4	0,968	0,9858182—1	0,559	0,7471768—1
5	0,954	0,9794762—1	0,553	0,7431747—1
10	0,828	0,9181211—1	0,505	0,7035847—1
15	0,682	0,8338209—1	0,445	0,6478979—1
20	0,548	0,7386083—1	0,384	0,5843351—1
25	0,438	0,6413207—1	0,327	0,5146027—1
30	0,353	0,5474673—1	0,279	0,4456408—1
35	0,287	0,4576429—1	0,238	0,3772103—1
40	0,235	0,3718156—1	0,204	0,3092403—1
45	0,194	0,2887047—1	0,174	0,2407847—1
50	0,161	0,2064989—1	0,148	0,1705104—1
55	0,133	0,1229123—1	0,125	0,0965869—1
60	0,108	0,0351277—1	0,104	0,0165341—1
65	0,087	0,9392433—2	0,084	0,9267521—2
70	0,068	0,8334933—2	0,066	0,8214913—2
75	0,049	0,6945412—2	0,049	0,6902310—2
80	0,032	0,5116431—2	0,032	0,5097664—2
85	0,016	0,2066025—2	0,016	0,2061379—2
90	0,000	— ∞	0,000	— ∞

3. Um diese Halbmesser, in Fig. 25.), graphisch darzustellen, haben wir nur nöthig die diversen Halbmesser σ und $\mathfrak{f}$ auf die Aequatorebene zu projiciren, also von den Endpunkten σ und $\mathfrak{f}$ der Halbmesser σ und $\mathfrak{f}$ Senkrechte auf die Aequatorebene zu fällen. Die Entfernungen der Durchschnittspunkte dieser Senkrechten mit der Aequatorebene von dem Mittelpunkte S der Sonne bezeichnen dann diese Halbmesser.

116.

Fortsetzung.

1. Wir überzeugen uns, daß die Bewegung des größten Theiles der verdichteten Ringschalelemente zwar noch innerhalb des Raumes der größten Breite A A der Ringschale stattfindet, daß dagegen noch ein großer Theil auch in das restirende Gleichgewichtsellipsoid eingreift, also der folgenden Ringschale zu gut kommt, und daß sich überhaupt die Bahnhalbmesser der verdichteten Theile der Ausläufer fast bis zur Sonne hin erstrecken. Die äußeren Ringschalen führen also verdichtete Elemente zum Theil in alle nachfolgenden Schalen ein.

2. Denkt man sich, analog (112. 4.) auch in den folgenden Endpunkten $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{a}$, u. s. w., Fig. 25., der folgenden Gleichgewichtsellipsoide Senkrechte ($\mathfrak{T}\,\mathfrak{T}_1$), ($\mathfrak{U}\,\mathfrak{U}_1$) u. s. w. auf die Aequatorebene gefällt, bis die Curve der σ geschnitten wird, so findet sich, daß sich die verdichteten Elemente der Ausläufer, welche sich zwischen den Senkrechten (S A) und ($\mathfrak{T}$ a) bewegen, der folgenden Ringschale zur größten Breite (A a), sodann daß die Elemente der Ausläufer, welche sich zwischen den Senkrechten ($\mathfrak{T}$ a) und ($\mathfrak{U}$ $\mathfrak{a}$) bewegen, der hierauffolgenden Ringschale zur größten Breite (a $\mathfrak{a}$) zu gut kommen u. s. w.

Alle verdichteten Schalelemente dagegen, welche sich außerhalb der Senkrechten (S A) bewegen, liegen außerhalb des Aequators zum Halbmesser (A S =) A des der äußeren Ringschale folgenden Gleichgewichtsellipsoides zur halben Rotationsaxe (B S =) B.

3. Durch die in den Punkten A, a, $\mathfrak{a}$, u. s. w., also in den Endpunkten der theoretischen Schalhalbmesser, errichteten Senkrechten

$R R_1$; $T T_1$; $U U_1$ u. ſ. w. können wir uns die Ausläufer in Theile eingetheilt denken, deren Breiten nach der Rotationsaxe hin beſtändig abnehmen. Wir können alſo von einem 1., 2., 3. u. ſ. w. Theile eines Ausläufers ſprechen.

4. Fällt man von irgend einem Punkte der σ Curve, z. B. dem Punkte σ_{10}, eine Senkechte $(\sigma_{10} h_{10})$ auf die Aequatorebene, ſo werden alle Elemente, welche ſich bei ihrem Umlaufe um die Sonne durch dieſe Linie bewegen, nach ihrem Niederſchlage in die Aequatorebene, gleiche Halbmeſſer erhalten. Denn iſt beiſpielsweiſe H ein Element dieſer Linie $\sigma_{10} h_{10}$ und iſt Winkel $H S h_{10} = \beta$ der Winkel, unter welchem ſich H um die Sonne bewegt, ſo iſt, wenn wir den Winkel $\sigma_{10} S h_{10}$ mit α bezeichnen

$$\sigma_{10} \cdot \cos \alpha = H \cdot \cos \beta = h_{10}$$

was mit (111. 7.) übereinſtimmt, wenn wir daſelbſt h_{10} für h, σ_{10} für σ und H für Σ ſchreiben.

Es folgt hieraus:

5. Daß das Körperchen, welches ſich mit einem Halbmeſſer h in der Aequatorebene um den Mittelpunkt der Anziehung bewegt, von deſto größerer Maſſe iſt, je größer ſich die Senkrechte ergiebt, welche man in dem Punkte h bis zur σ Curve errichtet. Und da auch die Zahl der in der Aequatorebene zuſammenſtoßenden Körperchen mit der Höhe $(h \sigma)$ der Senkrechten wächſt, ſo muß damit auch deren Dichte und Wärme nach dem Zuſammenſtoße größer werden.

6. Mithin muß auch das ſich in dem Endpunkte A der größten Breite A A der urſpringlichen Ringſchale bewegende Körperchen von allen jenen, welche ſich in dieſer größten Breite nach dem Anfangspunkte A hin im Kreiſe um den Mittelpunkt der Anziehung bewegen, die größte Maſſe haben, und dieſe Maſſen müſſen alſo nach A hin, oder mit dem Größerwerden der Bahnhalbmeſſer abnehmen.

7. Auch die mit dem Kleinerwerden der Bahnhalbmeſſer, alſo von A nach dem Mittelpunkte S der Anziehung hin, ſich in der Aequatorebene bewegenden Körper müſſen an Maſſe abnehmen, weil ſie ſich aus den Ausläufern bilden, und die Zahl der Elemente derſelben nach der Rotationsaxe hin beſtändig kleiner wird. Ebenſo muß die Dichte der Körperchen von A aus nach der Sonne hin

abnehmen, und wir halten es für bemerkenswerth, daß die Linie $h_{15}\,\mathfrak{h}_{15}$, die sich aus der Linie $\sigma_{15}\,\mathfrak{f}_{15}$ ableitet, für welche die größte Differenz $(\rho - \mathfrak{r} - (\sigma - \mathfrak{f})$, also die größte Verdichtung stattfindet, — nahezu von dem Punkte A halbirt wird.

8. Wir wollen noch bemerken, daß wir in Fig. 25. die Uebergänge der Schalelemente aus ihrer Bewegung um die Rotationsaxe in die directe Bewegung um den Anziehungspunkt S für drei aufeinander folgende Ringschalen dargestellt haben.

Die äußere zur größten Breite $(A\,\mathfrak{A} =)\ A - \mathfrak{A}$; die
mittlere zur größten Breite $(\mathfrak{A}\,\mathfrak{a} =)\ \mathfrak{A} - \mathfrak{a}$; und
die innere zur größten Breite $(\mathfrak{a}\,\mathfrak{a} =)\ \mathfrak{a} - \mathfrak{a}$.

Die durch die verschiedenen h und $\mathfrak{h}$ markirten Niederschläge in die Aequatorebene beziehen sich indessen nur auf die äußere Ringschale zur Breite $A\,\mathfrak{A}$.

117.

Das durch die Ablagerung der Ringschalelemente in die Aequatorebene entstehende Ringsystem.

1. Sehen wir uns das am Durchschnitte des Ellipsoides betrachtete Verhalten der in die Aequatorebene erfolgten Niederschläge der Schalelemente nunmehr in seiner Horizontalprojection an.

Wir finden dann zunächst, daß das, was wir für einzelne Punkte im Durchschnitt festgestellt haben, für alle Punkte des Umkreises zu gelten hat. Gehen wir hierbei wieder von dem Punkte A aus, so treffen wir sich in einem Kreise um die Sonne bewegende Körperchen an, deren Masse wir unter den bisher betrachteten Niederschlägen am dichtesten und größten gefunden haben. Sie bilden für sich einen geschlossenen Ring, dessen einzelne Theilchen sich selbstständig in ihrer Bahn bewegen.

2. Dieser Ring wird von einem zweiten, einem dritten, einem vierten Ring u. s. w. eingeschlossen, deren Elemente alle nach und nach an Masse und Dichte abnehmen, und mit größeren und größeren Halbmessern selbstständig ihre Bahnen beschreiben. —

3. Der äußerste Ring besteht dann aus Elementen der unverdichteten Nebularmasse, wie sie sich auch noch in der ganzen Aequatorebene (von West nach Osten nach dem dritten Keppler'schen Gesetze bewegend) vorfinden.

4. Ob die Elemente der einzelnen Ringe an einanderstoßen, d. h. sich gegenseitig berühren, ist eine Frage, welche uns die Rechnung nicht beantwortet, obgleich wir die unverdichteten Elemente der Ringschale als in continuirlichem Zusammenhange stehend angenommen hatten.

5. Das von den Bahnen der Halbmesser (A S) = A und (A S =) A begrenzte Ringsystem setzt sich auch, von A aus nach S hin, noch eine Strecke fort. Die mit den Halbmessern < A von den verdichteten Elementen gebildeten Ringe müssen aber bald an Masse abnehmen, weil sie dieselbe aus den Ausläufern erhalten, die selbst, nach der Rotationsaxe hin, beständig kleiner werden.

Wir dürfen daher unterstellen, daß sich hier zwischen den einzelnen Ringen nach und nach die Zwischenräume vergrößern, und daß sich auch bald Zwischenräume zwischen den einzelnen Ringelementen bilden, welche ebenfalls mit der Verkleinerung der Bahnhalbmesser zunehmen.

6. Somit hat sich dann die ganze Ringschale für uns in ein Ringsystem aufgelöst, das sich in der Aequatorebene des Ellipsoides ablagert, während diese noch nicht mit der Aequatorebene der Sonne zusammen zu fallen braucht (78. 4.).

7. Wir können, mit Bezug auf (114. 7.), immer noch nicht annehmen, daß das Eingreifen der verdichteten Körper in das restirende Gleichgewichtsellipsoid zu den Halbaxen A und B einen merklich störenden Einfluß auf dieses ausübe. Denn die Elemente desselben können in ihren Bahnbewegungen durch die verdichteten Körper, welche einen vielmals verkleinerten Raum erhalten, nur wenig gehindert werden.

Dagegen dürfen wir wohl annehmen, daß die verdichteten Körper bei ihrem Niederschlage in die Aequatorebene, da sie sich hierbei in einem widerstehenden Mittel bewegen, an ihrer Geschwindigkeit Einbuße erleiden.

8. Das restirende Gleichgewichtsellipsoid wird also durch die unausgesetzte Anziehung der Sonnenmasse seine Gestalt verändern, die Rotationsaxe wird sich verkleinern, während seine Aequatorebene ihre Ausdehnung behält. Es wird zum Erzeugungsellipsoide herabsinken, das dann von demselben Schicksal betroffen wird, wie das bisher in Betracht gezogene. Und dasselbe müßte mit allen folgenden Grenzellipsoiden bis zur Sonne hin der Fall sein. —

9. Wir finden keinen mechanischen Grund, der uns eine weitere Veränderung unserer in Nebel aufgelösten und zu einem Ringsystem von mehr und weniger dichten Körpern übergegangenen 500 fachen Erdmasse gestattete. Da wir aber in dem ganzen Sonnensystem nur ein Einzigesmal ein Ringsystem, wie es uns die Rechnung darstellte, nämlich in dem Ring des Saturn, wahrnehmen, so schließen wir daraus auf nicht ganz richtige Voraussetzungen bei unserer Rechnung. Wie es sich damit verhält, soll der Zweck der folgenden Betrachtungen sein.

XI.

Entstehung der Planeten und Monde.

118.

Die Ungleichheiten bei Ablösung der Ringschalelemente.

1. Bei dem Zusammenstoße unserer 500 fachen Erdmasse mit dem Sonnenkörper haben wir allgemein vorausgesetzt (78. 3.), daß sie hierbei in den 4. Aggregatzustand übergehe, oder vielmehr, daß sie sich in allen Theilen des Ellipsoides in gleichmäßiger Dichte ausdehnte. Diese Voraussetzung einer gleichmäßigen Vertheilung der „kleinsten" Bestandtheilchen des aufgelösten Körpers wäre wohl berechtigt gewesen, wenn wir für die 500 fache Erdmasse eine gleichartige Materie hätten unterstellen dürfen. In der Wirklichkeit muß aber der mit der Sonne zusammengestoßene Körper, wie wir an unserem eigenen Planeten beobachten, aus sehr verschiedenartigen Grundstoffen zusammengesetzt gewesen sein. Die Verschiedenartigkeit der Materie ist es also zunächst, welche wir unseren Voraussetzungen beizufügen haben.

2. Dieser Verschiedenartigkeit ist es zuzuschreiben, daß sich eine so gleichmäßige Vertheilung der Atome unserer 500 fachen Erdmasse in dem Nebelellipsoide, wie wir sie vorausgesetzt haben, gar nicht ergiebt, und es mag bei ihrer Vertheilung der in der Natur so reichlich vertretene und als der leichteste aller Körper bekannte Wasserstoff, gegenüber den Dämpfen der, wie die Spectralanalyse

lehrt, gleichfalls in den Himmelskörpern sehr häufig vorkommenden *schweren* Metallen eine vorzügliche Rolle gespielt haben.

3. Wir müssen also jetzt in dem Nebularellipsoide Räume unterscheiden, welche von der im 4. Aggregatzustande befindlichen Materie von größerer und welche von geringerer Dichte erfüllt sind. Und bei einer eingehenden Untersuchung über das Verhalten der sich ablösenden Ringschalmasse und ihrem Niederschlage in die Aequatorebene müssen dann die Resultate der erneuten Prüfung von den bisher gefundenen um so mehr abweichen, je genauer *diametral* oder in senkrechter Richtung gleichweit oberhalb und unterhalb von der Aequatorebene entfernt, sich diese von verschiedenen Dichten erfüllten Räume befinden.

4. Die Verschiedenartigkeit der Materie muß auch bewirkt haben, daß in manchen Räumen des Ellipsoides die ausgedehnte elastische Flüssigkeit die Eigenschaft ihrer Elasticität *früher* verlor wie in anderen. Daß sie also schon an manchen Stellen in *staubartigen* Nebel übergegangen war, während sie in anderen Räumen noch die Eigenschaft *elastischer* Flüssigkeit mehr oder weniger behalten hatte.

Die Anziehungskraft der Sonne mußte dann auf die staubartigen Nebeltheile eine wirksamere sein, wie auf diejenigen elastisch-flüssigen Theile, welchen noch das Bestreben innewohnte, sich weiter auszudehnen.

5. Hauptsächlich aber muß auch die Verschiedenartigkeit der Materie unsere Voraussetzung beeinträchtigen, daß oberhalb und unterhalb der Aequatorebene die aufgelöste Masse sich durchaus gleichmäßig und symmetrisch vertheilt habe. Und wir dürfen jetzt unterstellen, daß eine Vertheilung in dieser Weise nicht stattgefunden habe.

6. Wenn wir mit dieser Erkenntniß auch den sicheren Boden der Rechnung verlassen, so wird uns doch der Umstand, ihn betreten zu haben, nicht gereuen dürfen, denn wir werden nicht nöthig haben, nunmehr das Gebiet der reinen Hypothese zu betreten, da sich die durch die Rechnung gefundenen verdichteten und Ringströme bildenden Körperchen doch irgendwo, und zwar in der Nähe der berechneten Stellen, vorfinden müssen.

119.

Fortsetzung.

1. Bei der Verschiedenartigkeit der Stoffe oder Elemente, wie wir sie jetzt für die kleinsten Bestandtheile des Nebularellipsoides voraussetzen müssen, haben wir vor Allem darauf Rücksicht zu nehmen, daß durch ihr Zusammentreffen nach dem Losewerden von der Rotationsaxe nicht allein mechanische sondern auch chemische Verbindungen stattgefunden haben, insofern nicht gleichartige einfache Stoffe zusammentreffen. Hierdurch muß häufig eine vermehrte Wärmeerhöhung erzeugt werden und die Natur des Dampfes, sich nach allen Richtungen hin zu verbreiten, kann auf's Neue in den vereinigten Theilchen stellenweise wieder hergestellt worden sein.

2. Betrachten wir Fig. 14. nicht als den Durchschnitt sondern als die Seitenansicht eines Ellipsoides, so wird uns nunmehr der Punkt S nicht den Mittelpunkt, sondern die Projection eines Punktes A des Aequators vorstellen. Das verdichtete Element ρ haben wir uns dann als sich im Kreisbogen $\rho\, S\, \rho_{III}$ und das verdichtete Element ρ_I als sich im Kreisbogen $\rho_I\, S\, \rho_{II}$, beide mit gleichen Bahnhalbmessern sich bewegend, zu denken.

Bestehen aber beide Elemente ρ und ρ_I nicht durchaus aus gleichen Massetheilchen, so wird auch ein Zusammenstoß in dem Punkte S des Aequators nicht in der Weise erfolgen können, wie wir ihn uns in (111. 4.) gedacht haben. Der Zusammenstoß wird dann meistens schief erfolgen, und dadurch eine Weiterbewegung beider vereinigten Körper nicht genau in der Aequatorebene, sondern etwas oberhalb oder unterhalb derselben stattfinden. Bei dem Zusammenstoße dürfen wir die Möglichkeit nicht übersehen, daß Körperchen, deren Zustand aus dem weichen bereits in den starren oder elastischen übergegangen war, aus dem Bereiche und der Nähe der Aequatorebene ganz abgeschleudert wurden.

3. Ja manche oberhalb und unterhalb der Aequatorebene sich symmetrisch bewegende Körperchen mögen bei ihrem ersten Durchgange durch die Aequatorebene an einander vorüber streifen und sich erst bei einem folgenden Umlaufe mit einander vereinigen.

4. Ueberhaupt muß die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens symmetrisch sich bewegender Körperchen, mit der Zunahme des Neigungswinkels α ihrer Bahnebene gegen die Aequatorebene, abnehmen und für die schmäleren Theile der „Ausläufer" sich sogar bis zur Unwahrscheinlichkeit steigern.

Ja wir dürfen das Zusammentreffen verdichteter symmetrisch sich bewegender Körperchen aus den schmäleren Theilen der Ausläufer gleichsam als Seltenheiten und s. g. Naturereignisse betrachten.

5. Nach diesen Erörterungen finden wir unser Ringsystem nach dem Niederschlage der Ringschalmasse nicht mehr so mathematisch ideell, wie es uns die Rechnung, unter der Voraussetzung ursprünglich gleichmäßig dichter und sich in concentrischen Bahnen bewegender Elemente, vorführte.

Wir erkennen nun in demselben vielfältige Verbiegungen, Anhäufung von Massen an einzelnen Stellen, während andere Stellen leer sind, daher Unterbrechungen der Ringströme und Bewegung derselben in (wenn auch wenig von einander) verschiedenen Ebenen und in zum Theil verschlungenen Bahnen.

6. Nun haben wir, bereits in (78. 5.), die Aequatorebene des Ellipsoides, die wir als eine Normalebene betrachten dürfen, nicht als eine kreisförmige sondern eine elliptische erkannt. Die Bewegung ihrer Elemente, und somit auch derjenigen oberhalb und unterhalb dieser Ebene, erfolgte also nicht in Kreisen sondern in Ellipsen, während wir bei unseren Rechnungen kreisförmige Bewegungen zu Grunde legten.

7. Außerdem konnte die Bewegung der Elemente von der Sonne an nach außen nicht in Ellipsen von durchaus gleichen Excentricitäten erfolgen. Die Elemente mußten vielmehr, nachdem sie in ihren Perihelien eine Zusammenpressung erlitten hatten, bei dem Verlassen derselben das Bestreben erlangen, sich weiter von einander zu entfernen. Die Bahnen von Elementen, welche sich in einer und derselben Ebene (sagen wir in der Aequatorebene) bewegten, konnten daher nicht gleiche Excentricitäten haben, diese mußten vielmehr von innen nach außen abnehmen, d. h. die äußeren mußten sich mehr dem Kreise nähern wie die innern.

8. Diese Eigenschaft der Schalelemente, sich in Ellipsen zu bewegen, nach welcher die Bewegung bei der Annährung an die Sonne größer, bei ihrer Entfernung von derselben kleiner wurde, mußte namentlich den Zusammenstoß kleinerer Körperchen zu größeren Körpern bewirken. Die einzelnen Elemente eines und desselben Ringes hatten also weder gleiche Geschwindigkeiten, noch gleiche Entfernungen von dem Anziehungspunkte. Daher mußten sie theilweise mit Elementen eines inneren und theilweise mit denen eines äußeren Ringes zusammenstoßen und sich mit denselben vereinigen.

120.

Die Bildung der Planeten.

1. Auf diese Weise mußten sich nach und nach größere Körper bilden, und auch diese sich endlich zu einem einzigen Körper vereinigen und zu einem Planeten aufbauen. Und hier ist es, wo die Laplace'sche Entstehungs-Hypothese der Planeten und diejenige von Zach, Bieberstein, Gruithuisen*) und Anderen, welche die Entstehung der Planeten als ein Conglomeriren fester Körper erklären, mit einander parallel gehen.

2. Es ist nach diesen Erörterungen einleuchtend, daß die nunmehrige Bahnebene des Planeten nicht genau mit der Aequatorebene des Nebularellipsoides, der Normalebene, zusammenfallen könne, sondern einen Winkel mit derselben bilden werde. Und da für alle Planeten-Ringschalen nicht gleichmäßige Vertheilung der Urstoffe vorgelegen haben mögen, so ist anzunehmen, daß die Abweichung der Bahnebenen der Planeten von der Aequatorebene des Ellipsoides nicht stets dieselbe sein konnte, daß sie vielmehr gegen eine und dieselbe Ebene, folglich auch gegen die Ebene der Ekliptik, wenn auch nur kleine, doch immerhin verschiedene Winkel bilden mußten. Den kleinsten Winkel gegen die Ekliptik bildet bekanntlich die Uranus-

*) Siehe: Analekten für Erd- und Himmelskunde. Herausgegeben von Fr. v. P. Gruithuisen. München 1828. 2. Heft. S. 48.

bahn im Betrage von 0° 46′ 20″,9, den größten die Merkurbahn von 7° 0′ 34″,8.

3. Wenn bei der Bildung eines Planeten zwei Körper in ihren elliptischen und zum Theil verschlungenen Bahnen an Stellen zusammenstießen, an welchen ein kleinerer Radiusvector des einen gleich war einem größeren Radiusvector des andern, so mußte die Bahnexcentricität des neuen Körpers nach dem Zusammenstoße kleiner werden wie die größere Bahnexcentricität des einen Körpers war, weil dann der neue Körper gezwungen wurde, eine mittlere Bahn einzuhalten. Es geht hieraus noch hervor, daß die größeren Halbmesser der äußeren Ringtheile, indem diese sich mit Ringtheilen von kleineren Bewegungshalbmessern vereinigten, nach und nach kleiner wurden. Und je öfter ein solcher Proceß vor sich ging, desto mehr mußte sich auch die Bahn des neuen Körpers dem Kreise nähern, und mit Vollendung des Planeten dem Kreise selbst nahe kommen (190.). Und da ein solcher Proceß bei Bildung der Planeten sich in den größeren Ringschalen öfter ereignen mußte wie in den kleineren, die Breiten der Ringschalen aber von außen nach innen abnehmen, so sehen wir darin den Grund, warum die Bahnexcentricitäten der Planeten von außen nach innen hin im Allgemeinen zunehmen. Wenigstens ist dies mit den Planeten: Neptun, Uranus, Saturn, Mars und Merkur der Fall, bei welchen die Bahnexcentricitäten beständig zunehmen, während Jupiter, Erde und Venus von dieser Regel allerdings abweichen. Dagegen finden wir bei den Planeten von den kleinsten Massen, nämlich bei Merkur und Mars, auch die größten Bahnexcentricitäten, weil sich der genannte Proceß, eben der geringen Masse wegen, nur weniger oft vollziehen konnte.

4. Wir kommen nun zu der Frage, an welcher Stelle der früheren Ringschale sich deren Masse zu einem einzigen Körper vereinigt habe.

Bei unserer Untersuchung über diesen Gegenstand, in (91. und 92.), hatten wir durchaus Regelmäßigkeit in der Ablagerung vorausgesetzt und namentlich, in (92. 1.), angenommen, daß die Bildung des Planeten an der Grenze des restirenden Gleichgewichtsellipsoides stattgefunden habe. In dieser Beziehung

waren wir also der Laplace'schen Hypothese gefolgt, welche die Entstehung an der jedesmaligen Sonnenatmosphäre annahm. Wir sind jedoch sowohl bei der arithmetischen, wie geometrischen Vergleichung unserer gefundenen theoretischen, mit den wirklichen Entfernungen der Planeten von der Sonne, in (92. 6.), auf Ungleichheiten gestoßen.

5. Bei der Unterstellung eines regelmäßigen Zusammenflusses aller kleinen Körperchen zu einem Planeten wäre es übrigens ganz einerlei, ob wir einen solchen Zusammenfluß gerade an der Grenze des restirenden Gleichgewichtsellipsoides oder an irgend einer anderen Stelle (etwa in dem Schwerpunkte des Durchschnitts der halben Ringschale) annehmen, wenn derselbe nur stets für alle Ringschalen eine proportionale Lage hätte, denn die Quotienten werden immer auf dieselben Unregelmäßigkeiten hinweisen.

121.

Fortsetzung.

1. Obgleich wir also (117. 2.) in dem Ringe, der zunächst das restirende Ellipsoid einschließt, die größte Masse vorgefunden haben, so können wir doch nicht sagen, daß in der Entfernung des Halbmessers dieses Ringes von der Sonne die abgelagerten Körperchen der Ringschale zusammenlaufen.

Wir werden vielmehr, was weit wahrscheinlicher ist, annehmen müssen, daß ein solcher Zusammenfluß den Haupttheil des Ringschaldurchschnitts (112. 4.) an einer Stelle stattfinde, welche für alle Ringschalen proportional nicht dieselbe ist, die also von dem restirenden Gleichgewichtsellipsoide mehr oder weniger absteht oder auch in dasselbe hineinfällt und von der Aequatorebene nicht allzusehr entfernt ist. Gleichzeitig konnte eine Vereinigung der Ausläufer zu einem größeren Körper auch wohl in dem restirenden Gleichgewichtsellipsoide, also in der folgenden Ringschale stattfinden.

2. Dieser zweite größere Körper mußte dann bei Bildung des folgenden Planeten diesem zu gut kommen. Diese Annahme würde uns zum Theil die Ursache erklären, warum Mars in Bezug auf die Erde so wenig Masse hat. Der größte Theil der Masse seiner Ringschalausläufer hat sich mit der Erdmasse vereinigt.

3. Eine solche Vereinigung des aus den Ausläufern der Ringschale gebildeten größeren Körpers mit demjenigen aus dem Haupttheile der folgenden Ringschale gebildeten Planeten hätte indessen dann nicht stattfinden können, wenn die kleineren Bahnhalbmesser des ersteren größer gewesen wären, wie die größeren Halbmesser der elliptischen Bahnen des letzteren. Bei einer weniger excentrischen Bahnbewegung der abgelagerten Körperchen würden wir also für unser Sonnensystem sogar die Möglichkeit von Doppelplaneten unterstellen dürfen, wie wir in dem Saturnsystem Doppelmonde antreffen.

4. Beim Rückblicke auf die arithmetischen und geometrischen Vergleichungen zwischen den theoretischen und wirklichen Entfernungen der Planeten von der Sonne (92. 6.), mag es als bemerkenswerth erscheinen, daß, selbst wenn wir nicht vom äußersten Planeten, Neptun, ausgehen, sondern etwa dem folgenden, Uranus, sich das Zahlenverhältniß nicht viel anders gestaltet. Wir erhalten dann für die aufeinander folgenden vier Planeten Saturn, Jupiter, Mars und Erde immer wieder positive Differenzen, und Quotiente, welche die Einheit übersteigen, während wir für Venus und Merkur abermals negative Differenzen, und Quotiente erhalten, die kleiner als 1 sind. Aus dem letzteren Resultate geht hervor, daß die wirklichen Entfernungen der beiden inneren bekannten Planeten, Venus und Merkur, größer sind, wie die theoretischen, daß also vielleicht eine zu frühe Ablagerung der betreffenden Ringschalmassen erfolgt sein möge. Auch können größere Bahnexcentricitäten der Elemente in der größeren Sonnennähe diese Ungleichheiten veranlaßt haben.

122.

Dichte der Planeten.

1. Unter der Dichte eines Körpers verstehen wir bekanntlich das Verhältniß seiner Masse zu seinem Volumen. Ein Körper wird bis zu einer bestimmten Grenze in ein kleineres Volumen gebracht, einen desto größeren Druck er erleidet. Seine Dichte wird also (ebenfalls bis zu einer bestimmten Grenze) mit dem Drucke zunehmen. Je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher zwei Körper zusammenstoßen, einen desto größeren Druck erleiden sie. Wir sind daher im Allgemeinen zu dem Schlusse berechtigt, daß bei dem Zusammenstoße kleinerer Körper zu einem größeren, letzterer um so dichter werde, je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher die Körper in Bewegung sind. — In dem von uns in Betracht gezogenen Nebularellipsoide mußten sich die von der Sonne entfernteren Nebelelemente langsamer bewegen wie die ihr näheren. Das Zusammentreffen der näheren mußte daher im Allgemeinen mit größeren Geschwindigkeiten geschehen und es mußten sich dadurch größere Dichten ergeben.

Diese Annahme erhält auch durch die Angaben der Astronomen ihre Bestätigung, welche den Merkur als den dichtesten Planeten bezeichnen, und von ihm aus bis zum Saturn die Planeten an Dichte abnehmend, dagegen von diesem bis zum Neptun allerdings wieder zunehmend finden.

2. Bemerken wir indessen noch, daß die astronomischen Angaben über keinen Gegenstand mehr auseinander gehen, wie über die Dichte dieses Himmelskörpers. So bestimmte beispielsweise (die Dichte der Erde = 1 gesetzt), Bode (1793) die Dichte des Merkur zu 2,72; von Littrow (1854) zu 3,61, und in einem Nachtrage zu 2,94; Mädler (1861) zu 1,225; von Littrow (1876) wieder zu 1,408; während die 6. Ausgabe der „die Wunder des Himmels" diese Dichte auf S. 375 zu 1,4 angiebt, sie aber auf S. 1111 zu 0,796 herabsetzt. Dieser letzteren Dichte stimmt auch Siegmund in seiner „Durch die Sternenwelt", (Wien 1880.) S. 921, zu, während er sie, S. 99, zu 1,56 angegeben hatte.

Da die Dichte der Planeten von der Größe ihrer Axen und ihren Massen abhängt, so muß das Resultat für die Dichte natürlich eine Aenderung erleiden, sobald die Abmessungen über die Gestalt dieser Himmelskörper durch genauere Beobachtungen rectificirt werden. Wie schwierig übrigens die Massebestimmung derjenigen Planeten sei, bei welchen wir keine Monde beobachten — darauf haben wir in (74. 12.) hingewiesen.

123.

Fortsetzung.

Wir wollen noch die Dichte derjenigen Himmelskörper, deren Masse wir in (74.) bestimmt haben, nachstehend berechnen. Da sich die Dichten D und d zweier Massen M und m zu einander verhalten, wie die Massen, dividirt durch ihre körperlichen Inhalte, so erhalten wir für zwei kugelgestaltige Massen zu den Halbmessern R und r:

1. $$D : d = \frac{M}{R^3} : \frac{m}{r^3} \quad \text{oder} \quad D = \frac{M}{m} \cdot \frac{r^3}{R^3} \cdot d.$$

Bei der Anwendung dieser Formel auf die Bestimmung der Dichte von Planeten, welche merklich von der Kugelgestalt abweichen, ist es nothwendig, sie durch die Rechnung vorher in Kugeln von gleichem Inhalte und gleicher Dichte zu verwandeln, was, bezeichnen a die große und b die kleine Halbaxe dieser elliptischen Körper und r den Halbmesser der gleich großen Kugel, durch die Formel $r = \sqrt[3]{a^2 b}$ zu geschehen hat. Nun berechnen sich, nach den neueren Lehrbüchern der Astronomie

bei

2. Saturn. $a = 8334$ g. M. $\log a = 3{,}9208535$
$b = 7408$ „ $\log b = 3{,}8694077$
$r = 8080{,}47$ „ $\log r = 3{,}9037049$

3. Jupiter. $a = 10009$ „ $\log a = 4{,}0003907$
$b = 9430{,}5$ „ $\log b = 3{,}9745347$
$r = 9812{,}327$ „ $\log r = 3{,}9917720$

Beziehen wir nunmehr oben in 1) die kleinen Buchstaben auf unsere Erde die großen auf einen anderen Himmelskörper und nehmen zugleich die Masse m und die Dichte d der Erde als Einheiten an, so geht dieselbe über in:

4. $$D = M \cdot \frac{r^3}{R^3} .$$

Die Rechnung ergiebt dann zur Bestimmung der Dichte der Planeten Saturn, Jupiter und Mars, sowie der Sonnendichte:

Für Saturn:

$\log M = 1{,}9666515$ (74. 9.), daselbst M für m_s geschrieben.
$\log r^3 = 8{,}8011873$ (68. 18.)
$10{,}7678388$
$\log R^3 = 11{,}7111147$ In 2) R für r geschrieben.
5. $\log D = 0{,}0567241 - 1$; $D = 0{,}1139$

Für Jupiter:

$\log M = 2{,}4896411$ (74. 10), daselbst M für m_4 geschrieben.
$\log r^3 = 8{,}8011873$ (68. 18.)
$11{,}2908284$
$\log R^3 = 11{,}9753161$ In 3) R für r geschrieben.
6. $\log D = 0{,}3155123 - 1$; $D = 0{,}20678$.

Für Mars:

$\log M = 0{,}0193061 - 1$ (74. 11.), daselbst M für m_6 geschrieben.
$\log r^3 = 8{,}8011873$
$7{,}8204934$
$\log R^3 = 7{,}9726017$ den Durchmesser des Mars = 909 g. M. angenommen. $\log 454{,}5 = 2{,}6575339$.
7. $\log D = 0{,}8478917 - 1$; $D = 0{,}70451$.

Für die Sonne:

	log M	= 5,5096836	(74. 7.)
	log r^3	= 8,8011873	(68. 18.)
		14,3108709	
	log R^3	= 14,9115705	(75. 3.)
8.	log D	= 0,3993004;	D = 0,25078.

124.

Die Rotation der Planeten.

1. Da in der Aequatorebene der Ringschale und zunächst derselben eine Verdichtung der Nebelmasse nicht stattfand und dann nach oben und unten nur allmählig erfolgte (109. 10.), so mußte sich diese Masse nach dem Niederschlage der Schale in die Aequatorebene, mit der ihr innewohnenden Geschwindigkeit von West nach Osten anfangs weiter bewegen. Bald aber mußte die Anziehung der verdichteten Körperchen gegenüber diesen Nebeltheilchen zur Geltung kommen. Die Anziehung mußte eine Anlagerung derselben an die in Rotation befindlichen Körperchen (111. 2.) bewirken und dadurch die angelagerten Nebeltheile selbst in Rotation, d. h. in Umläufe um die Körperchen von West nach Osten versetzt werden. Dieser Proceß mußte sich auch bei der Vereinigung der Körperchen bis zur Bildung des vollständigen Planeten fortsetzen, den wir dann, von allen un- und wenigverdichteten Elementen aus der Aequatorebene der Ringschale und deren Nähe umgeben, vorfinden.

2. Von diesem Anschlusse der Nebelmasse an den Planeten mußten jedoch die in dem Aequator und seinen benachbarten Stellen oberhalb und unterhalb desselben befindlichen Theilchen, welche von den umlaufenden Körperchen nicht durchlaufen wurden, ausgeschlossen bleiben, diese vielmehr ihre Umläufe um die Sonne selbstständig fortsetzen.

3. Die Bahnbewegung der Nebelelemente mußte auch anfangs derjenigen der Körperchen, an welche sie sich anlagerten, nahezu

gleich gewesen sein, und die Anlagerung selbst mußte sich nach dem Gravitationsgesetze, nämlich nach der Masse der anziehenden Körperchen vollziehen, indem sie nach der Dichte der Nebelelemente erfolgte. Denken wir uns die Körperchen im Allgemeinen als noch weich, so mußten sie sich durch den Zusammenstoß zu einem Körper vereinigen. Dasselbe mußte mit dem sie umhüllenden Nebel der Fall sein, und wenn der Zusammenstoß schief erfolgt war, die Umlaufsrichtung des Nebels geändert werden, d. h. die Rotationsrichtung des vergrößerten Körpers und seines ihn umhüllenden Nebels verlor mehr oder weniger die Uebereinstimmung mit ihrer Bahnrichtung, und beide Richtungen bildeten also einen größeren oder kleineren Winkel gegeneinander. Bei der endlichen Bildung des Planeten mußte die Größe dieses Winkels abhängig sein von der Summe der schief erfolgten Zusammenstöße der Körperchen, aus welchen er sich selbst zusammensetzte.

Der Winkel, welchen die Aequatorebene des angelagerten Nebels schließlich mit der Bahnebene des Planeten bildete, wurde also durch die Summe unzähliger Zufälligkeiten veranlaßt und kann deshalb für die einzelnen Planeten nicht einmal annähernd theoretisch bestimmt werden. Er ergiebt sich indessen durch die Beobachtung als das Complement desjenigen Winkels, welchen die Rotationsaxe eines Planeten mit seiner Bahnebene bildet.

4. Somit sehen wir den Planeten ebenfalls von einer Nebelhülle umgeben, wie früher die Sonne, mit dem Unterschiede, daß die Hülle des Ersteren, (weil oberhalb und unterhalb der Aequatorebene seiner früheren Ringschale bereits einige Verdichtung stattgefunden hat), auch dichter sein mußte wie diejenige der Sonne war. Sodann: war die Einwirkung der Nebelmasse früher auf die Sonne selbst gleich Null (103. 13.), so mußte nunmehr diejenige des Planeten mit seiner Axendrehung im Zusammenhange stehen. Und zwar in der Weise wie zwischen Wirkung und Gegenwirkung, so daß wir auch die Rotation des Nebels als die Ursache und die Umdrehung des Planeten als die Wirkung in Betracht ziehen dürfen. D. h. mit der Vergrößerung der Masse des Planeten,

also mit der Vermehrung seiner Anziehungskraft, mußte auch die Dichte des Nebels an der Oberfläche des Planeten wachsen und schließlich diese Dichte selbst die Geschwindigkeit der Rotation bestimmen.

5. Da die Nebelmasse, welche den neuen Planeten umgab, sich aus der ganzen Breite der Ringschale bis zu einer bestimmten Höhe aufwärts und zu einer entsprechenden Tiefe abwärts ansammelte, so können wir annehmen, daß diese Nebelmassen selbst für verschiedene Planeten im cubischen Verhältniß analoger Halbmesser der Ringschalen standen. Wenigstens folgt hieraus mit Sicherheit, daß die Quantitäten dieser Massen von außen nach der Sonne hin mit Abnahme der Breite der Ringschalen kleiner geworden seien, oder, daß diese Quantitäten mit der Entfernung der Planeten von der Sonne zugenommen habe.

6. Mit der Dichte der um die Planeten rotirenden Nebelmasse mußten aber offenbar — unter sonst gleichen Umständen — auch die Geschwindigkeiten der Umdrehung der Planeten wachsen, d. h. ihre Rotationszeiten mußten abnehmen.

Wir suchen hierin den Grund, warum im Allgemeinen die Rotationsgeschwindigkeit der äußeren Planeten größer ist wie diejenige der innern.

Nachstehend wollen wir die Rotationszeiten der Sonne und einiger Planeten wie sie uns die astronomischen Lehrbücher mittheilen, zusammenstellen. Nämlich:

Rotationszeit T

7.	der Sonne	$= 605^{St},6 = 2180160^{S}$;	$\log T = 6{,}3384883$
8.	„ Erde	$= 23^{St}\,56^{M}\,4^{S},091 = 86164^{S},091$;	$\log T = 4{,}9353263$
9.	des Mars	$= 24\ 37\ 23 = 88643^{S}$;	$\log T = 4{,}9476444$
10.	„ Jupiter	$= 9\ 55\ 27 = 35727^{S}$;	$\log T = 4{,}5529965$
11.	„ Saturn	$= 10\ 14\ 24 = 36864^{S}$;	$\log T = 4{,}5666025$

125.

Fortsetzung.

1. Bei einer sich um eine Axe drehenden Kugel sind an dem Aequator — nicht wie bei der freien Kreisbewegung eines Körpers um einen andern Körper — Centrifugal- und Centripetalkraft einander gleich (54. 8.). Aber das Verhältniß der Centrifugal- zur Centripetalkraft am Aequator einer rotirenden Kugel ist bei der Erkenntniß des Rotationsgesetzes der Planeten von Wesenheit. Vergleichen wir die Centrifugalkraft C (c) am Aequator einer rotirenden Kugel mit ihrer Centripetalkraft daselbst, also die Formel (56. 3.) mit (44. 1.), so erhalten wir:

2. $$\frac{C}{P} = \frac{\frac{4\pi^2}{T^2}}{M} \cdot R^3; \qquad \frac{c}{p} = \frac{\frac{4\pi^2}{t^2}}{m} \cdot r^3.$$

oder

3. $$\frac{C}{P} : \frac{c}{p} = R^3\, t^2\, m : r^3\, T^2\, M\,;$$

folglich ist auch

4. $$\frac{T^2}{t^2} = \frac{c \,.\, P \,.\, R^3 \,.\, m}{C \,.\, p \,.\, r^3 \,.\, M}$$

oder, wenn wir die Massen M und m durch das Product aus ihren Volumen in ihre Dichte D und d ausdrücken

5. $$\frac{T^2}{t^2} = \frac{c \,.\, P \,.\, d}{C \,.\, p \,.\, D}.$$

6. Denken wir uns nun einen sich nicht drehenden kugelförmigen Himmelskörper plötzlich von einer Nebelmasse allenthalben umgeben, welche durch irgend eine Ursache veranlaßt ist, concentrische Umlaufsbewegungen um denselben zu vollziehen. Die Nebelmasse wird dann nach dem Vorgange des Plateau'schen Versuches eine

ellipsoidische Gestalt, also eine Drehungsaxe und eine Aequatorebene haben, und sie wird von allen Punkten der Oberfläche der Kugel mit einer gleich großen Kraft angezogen werden. Dieser Kraft wird die Nebelmasse durch ihre Centrifugalkraft entgegen wirken. Da nun die Centrifugalkraft am Aequator am größten ist, von da an aber nach den Polen hin abnimmt, woselbst sie gleich Null ist, so wird sie zwar eine Drehung der Kugel bewirken müssen, diese wird aber nie der Drehungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit selbst gleich kommen, also nie so groß werden, wie die Anziehung des Himmelskörpers an seiner Oberfläche selbst ist. Hat auf diese Weise der Himmelskörper seine größte Drehungsgeschwindigkeit erreicht, so wird er dieselbe nach dem Gesetze der Trägheit fortsetzen, wenn auch die drehende Kraft der Flüßigkeit sich vermindert oder ganz aufhören sollte zu wirken.

Nun ist die in der Ebene des Aequators wirkende Centrifugalkraft C (c) offenbar desto größer, je größer die Anziehung P (p) des Himmelskörpers an seiner Oberfläche, und je größer die Dichte $\mathfrak{D}$ ($\mathfrak{d}$) der Nebelmasse ist. Wir haben also:

7. $$C = P\,\mathfrak{D} \qquad \text{und} \qquad c = p\,\mathfrak{d}.$$

Führen wir diese Werthe für C und c in 5) ein, so erhalten wir:

8. $$\frac{T^2}{t^2} = \frac{\mathfrak{d}\,.\,d}{\mathfrak{D}\,.\,D}.$$

Es folgt hieraus:

9. $$T : t = \sqrt{\mathfrak{d}\,.\,d} : \sqrt{\mathfrak{D}\,.\,D}.$$

Die Rotationszeiten zweier Planeten verhalten sich also wie die Quadratwurzeln aus den Producten ihrer Dichten in die Dichten der Nebelhüllen, welche ihre Rotation verursachten, verkehrt genommen.

10. Wir können zwar nicht nach dieser Proportion die Rotationszeit eines Planeten aus derjenigen eines anderen, z. B. der bekannten Rotationszeit der Erde ableiten, weil uns die Dichten der die Planeten in Rotation versetzt habenden Nebelmasse unbekannt

sind. Wohl aber können wir umgekehrt diese Dichten aus den bekannten Rotationszeiten der Planeten bestimmen.

Aus 7) folgt:

11. $$\mathfrak{D} = \frac{t^2\, d}{T^2\, D} \cdot \mathfrak{d}.$$

Beziehen wir nun die kleinen Buchstaben auf unsere Erde, die großen auf einen Planeten, so ergiebt die Rechnung zur Bestimmung der Nebeldichten, welche die Rotation bewirkten, indem wir die Dichte d der Erde und auch die Dichte $\mathfrak{d}$ des Nebels, welche ihre Rotation verursachte, gleich 1 setzen, Folgendes:

Für Mars:

$\log t^2 = 9{,}8706526$ (124. 8.) t für T geschrieben,
$\log T^2 = 9{,}8952888$ (124. 9.)

$0{,}9753638 - 1$
D. E. $\log D = 0{,}1521083$ (123. 7.)

12. $\log \mathfrak{D} = 0{,}1274721$; $\mathfrak{D} = 1{,}3411$ mal dem Erdennebel.

Für Jupiter:

$\log t^2 = 9{,}8706526$ (124. 8.) t für T geschrieben,
$\log T^2 = 9{,}1059930$ (124. 10.)

$0{,}7646596$
D. E. $\log D = 0{,}6844877$ (123. 6.)

13. $\log \mathfrak{D} = 1{,}4491473$; $\mathfrak{D} = 28{,}1285$ mal dem Erdennebel.

Für Saturn:

$\log t^2 = 9{,}8706526$ (124. 8.) t für T geschrieben,
$\log T^2 = 9{,}1332050$ (124. 11.)

$0{,}7374476$
D. E. $\log D = 0{,}9432759$ (123. 5.)

14. $\log \mathfrak{D} = 1{,}6807235$; $\mathfrak{D} = 47{,}9428$ mal dem Erdennebel.

15. Aus diesen Rechnungen finden wir, daß die Nebeldichten bei den äußeren Planeten größer war wie bei den inneren. So wie (124. 6.), daß durch diese größere Nebeldichte die kleinere Umlaufszeit der äußeren Planeten verursacht wurde.

16. Wollten wir annehmen, daß die Rotation der Sonne nicht durch den Stoß unserer 500 fachen Erdmasse erzeugt worden sei, sondern ebenfalls durch den rotirenden Nebel, welcher sich an sie anlagerte, so würde sich dessen Dichte ergeben:

$$\log t^2 = 9{,}8706526 \quad \text{(124. 8.) t für T geschrieben,}$$
$$\log T^2 = 12{,}6769766 \quad \text{(124. 7.)}$$
$$0{,}1936860 - 3$$
$$\text{D. E. } \log D = 0{,}6006996 \quad \text{(122. 8.)}$$

17. $\log \mathfrak{D} = 0{,}7943856 - 3$; $\mathfrak{D} = 0{,}0062$

Allein ein so dünner Nebel mußte gegen den feurigen Zustand der Sonne vollkommen wirkungslos sein.

126.

Die Bildung der Monde.

1. Fassen wir das seither Vorgetragene zusammen, so finden wir die Planeten nach ihrer Bildung von einer Nebelmasse umkreist, wie früher die Sonne nach dem Uebergange der 500 fachen Erdmasse in eine elastische Flüssigkeit. Wir erinnern uns aber, daß jene 500 fache Erdmasse bei dem Zusammenstoße mit dem Sonnenkörper durch den ungeheuren Hitzegrad, welchen sie hierdurch erreichte, zwar in diese elastische Flüssigkeit übergegangen war, daß sie aber nach ihrer Ausdehnung die Eigenschaft der Elasticität verloren haben müsse, und somit finden wir jetzt diejenige Flüssigkeit, welche die Planeten nach ihrer Bildung umgab, nur noch als staubartige vor, und zwar von verschiedener Dichte.

2. Durch die Anziehung, welche die Nebelmasse durch den Planeten erlitt, den sie umkreiste, mußte dessen Rotation selbst bestimmt werden, und die Aequatorebene des Nebels und die Aequatorebene des Planeten mußten zusammenfallen.

Die Dichte der Nebelmasse fanden wir bei den Planeten von außen nach innen mit der Breite der Ringschalen im Allgemeinen abnehmend (125. 15.), und darin den Grund, warum die äußeren

Planeten die inneren an Rotationsgeschwindigkeit übertreffen. Wir sind aber auch genöthigt, sie bei jedem einzelnen Planeten von außen nach innen zunehmend anzunehmen, weil ihre Anlagerung nach dem Gesetze der Schwere erfolgen mußte.

3. Nichts desto weniger werden wir das Verhalten dieser staubartigen Flüssigkeit zu den betreffenden Planeten ganz dem Verhalten jener Flüssigkeit der Sonne gegenüber gleich erachten müssen, in welche unsere 500 fache Erdmasse übergegangen war. Wir müssen danach annehmen, daß ihre ellipsoidische Gestalt, die anfangs im Gleichgewichtszustande gewesen sein mochte, sich durch die Anziehung des Planeten bis zum Erzeugungsellipsoide abplattete, und daß sich dadurch eine äußere Ringschale ablöste, welche sich dann, nach dem Vorgange bei der Planetenbildung, zu einem selbstständigen Körper, einem Monde, gestaltete.

4. Es fanden also Niederschläge in die Aequatorebene statt, und die Monde mußten auf diese Weise Bahnebenen erhalten, welche mit den Aequatorebenen der Planeten nahe übereinstimmten, weil beide, Aequatorebene des Nebels und des Planeten, zusammenfielen.

5. Das Gesetz der Entfernungen der Monde von ihren Planeten muß dem Gesetze der Entfernungen der Planeten von der Sonne durchaus gleich sein, weil sich beide auf die Grenzverhältnisse zweier Ellipsoide von ungemein verdünnten Flüssigkeiten gründen, welche durch eine pericentrische Verdichtung der Anziehung ausgesetzt sind, so daß beständig ein Uebergang von dem einen Grenzzustande in den andern stattfinden muß.

6. Wir werden uns demnach die Entstehung der Monde regelmäßig in der Aequatorebene ihrer Planeten zu denken haben. Nur unser Erdenmond macht hiervon eine Ausnahme, auf die wir zurückkommen werden. — Wenn übrigens die Bahnebenen der Monde nicht ganz genau mit diesen Aequatorebenen zusammenfallen, so haben wir dafür ganz dieselben Ursachen zu erkennen, die auch die Bahnebenen der Planeten nicht mit einer und derselben Ebene übereinstimmen ließen. Diese Ursachen lagen dort und hier bekanntlich in der Verschiedenartigkeit der Materie und den hiervon abhängenden Unregelmäßigkeiten bei dem Niederschlage der Ringschalelemente in die Aequatorebene.

Die Astronomie kennt jedoch, außer unserer Erde, keinen Planeten, dessen Monde sich in Ebenen bewegten, welche bedeutend gegen die Aequatorebene des Planeten geneigt wären.

7. Aus diesem nahen Zusammenfallen beider Ebenen (der Planetenäquatoren und der Mondbahnen) müssen wir nun schließen, daß die Monde aller Planeten, mit Ausnahme des Erdenmondes, ebenso in Rotation versetzt seien, wie die Planeten selbst. — Und wenn uns die Beobachtung bis jetzt diesen Schluß noch nicht bestätigte, so suchen wir die Ursache hiervon allein in der geringen Größe und der großen Entfernung dieser Himmelskörper.

127.

Geschwindigkeiten der Monde.

Um die Bahngeschwindigkeit g eines Mondes mit der Bahngeschwindigkeit G seines Planeten in Vergleichung zu bringen, nehmen wir an: es bezeichne die Kreislinie ... M′ P′ P, P P„ M″ P″ ..., die Bahn eines Planeten, und ... M′ M, P M„ M″ ... die Bahn eines ihm angehörigen Mondes. Die Entfernung des Planeten von der Sonne sei gleich R, die Entfernung des Mondes von seinem Planeten sei (M′ P′ = M″ P″ =) r; der Mond befinde sich im Anfange unserer Betrachtung in dem Punkte M′ der Planetenbahn, während sich der Planet selbst in P′ befindet, und die Bewegung beider Körper geschehe in der Figur von unten nach oben (von West nach Osten). Es stehe also der Mond in seiner Bahnrichtung im Anfange hinter dem Planeten.

Der Mond wird sich unter diesen Voraussetzungen nach dem Verlassen des Punktes M′ von der Sonne so lange entfernen, bis er in M, die größte Entfernung von ihr erlangt hat. Dann wird er sich der Sonne wieder nähern, die Planetenbahn in P durchschneiden, um in M„ die kleinste Entfernung von der Sonne zu erreichen. Hierauf wird er sich nochmals von ihr entfernen und in dem Punkte M″ die Planetenbahn zum zweitenmal schneiden, sich also wieder hinter dem Planeten befinden.

Auf dem Wege von M′ nach M″ hat somit der Mond einen Umlauf um den Planeten zu beschreiben, außerdem aber noch denselben Weg zurückzulegen wie der Planet selbst.

Bezeichnen wir den von dem Planeten vollzogenen kreisförmigen Weg P′ P P″ mit w, so ist der Weg des Mondes: $w + 2r\pi$. Und, weil sich bei der gleichförmigen Bewegung für gleiche Zeiten die Geschwindigkeiten zu einander wie die zurückgelegten Wegstrecken verhalten

1. $$g : G = w + 2r\pi : w$$

folglich:

2. $$g = \frac{w + 2r\pi}{w} \cdot G$$

Nun sei die Zeit, welche der Planet zu einem Umlaufe um die Sonne nothwendig braucht, gleich T, die Zeit eines Mondumlaufes um seinen Planeten aber t, dann drückt uns offenbar $\frac{T}{t}$ die Zahl der Umläufe aus, welche der Mond um den Planeten vollzieht, während der Planet gleichzeitig genau einen Umlauf um die Sonne zurücklegt.

Drücken wir nunmehr den Weg (P′ P P″ =) w, welchen der Planet vollendet, während sein Mond genau einen Umlauf um ihn macht, durch R, T und t aus, so ergiebt sich alsbald

2. $$w = 2R\pi : \frac{T}{t} = 2R\pi \cdot \frac{t}{T}$$

und diesen Werth in 2) substituirt giebt

4. $$g = \left(1 + \frac{r \cdot T}{R \cdot t}\right) \cdot G .$$

128.

Die Monde und der Ring des Saturn.

1. In dem Mondsysteme Saturns finden wir (94. 3.), drei Paar Doppelmonde, nämlich in der 3. 5. und 6. Ringschale.

Wir schließen hieraus auf große Gleichartigkeit der Masse in dem ganzen Saturnsystem und zugleich auf die hiermit im Zusammenhange stehenden geringeren Excentricitäten der aus den Ringschalen in die Aequatorebene des Saturn niedergeschlagenen verdichteten Elemente. Nur eine geringere Verschiedenheit in der Größe der Bahnhalbmesser dieser Elemente konnte den Zusammenfluß der Körperchen aus dem Haupttheile der Ringschalen und ihrer Ausläufer, also die Bildung eines einzigen Mondes, verhindern und dafür die Bildung sich einander so nahe stehender Monde bewirken.

2. In der 2. und 4. Schale dagegen finden wir keine Monde. Dieser Umstand bestätigt unseren Schluß von den geringen Bahnexcentricitäten der verdichteten Niederschläge aus den Nebularelementen Saturns. Hier näherten sich die niedergeschlagenen Ringströme so sehr dem Kreise, daß ein Zusammenströmen ihrer Elemente, also eine Vereinigung zu einem oder zwei Körpern ganz verhütet wurde.

Diese Ringströme mußten also als solche erhalten bleiben, entziehen sich aber wegen der geringen Größe ihrer Elemente und wohl auch durch deren größere Entfernungen von einander, durchaus unserer Beobachtung.

3. Was uns in dem Saturnsystem am meisten in Bezug auf unsere ganze Entstehungstheorie interessirt, ist jedoch sein Ring, weil er diese Theorie gleichsam verkörpert. Es ist der einzige Körper im ganzen Sonnensystem, der mit der großen Regelmäßigkeit entstanden ist, wie sie unsere Rechnungen voraussetzte, und der diesen eine durchaus practische Unterlage verleiht. Ließen sich also aus unseren Rechnungsresultaten auch vielleicht auf die Entstehung der Planeten und Monde keine Schlüsse ziehen, so hätten wir sie doch nicht vergeblich angestellt, weil sie durchaus die Entstehungsweise dieses Ringes begründen.

Bekanntlich hat Professor Maxwell in Aberdeen aus mechanischen Gründen gefunden, daß der Ring des Saturn, um dauernd im Gleichgewichte zu bleiben, aus einer Menge zusammenhängender Körperchen bestehen müsse, die sich nach Maßgabe ihrer Entfernungen selbstständig im Kreise und mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen.

Auch diesem Rechnungsresultate entsprechen die unserigen in Beziehung auf die Entstehungsweise des Saturnringes in vollkommenster Weise.

4. In (100. 5. und 6.) waren wir noch zweifehaft, ob wir den bekannten 8. Mond (den die Astronomen als den ersten bezeichnen und Mimas nennen), der Ringschale des Ringes oder einer vorhergehenden Ringschale zuzuzählen hätten. Wir sind jetzt nicht mehr zweifelhaft darüber, daß er zwar in dem Bereiche der Ringschale des Ringes steht, aber aus den Ausläufern einer vorhergehenden Ringschale entstand.

5. Die Zahl der theoretischen Ringschalen haben wir, nach (100. 1.), für Saturn zu 7 gefunden und diese Zahl mit dem Ergebniß der Ringschalen, in (94.) übereinstimmend gefunden, so daß wir den Ring in der That als das Resultat der letzten möglichen Ablagerung zu betrachten haben. Wir sind also im Stande das Verhalten Saturns oder vielmehr das seiner einstigen Nebelhülle bis zu ihrem Ende zu verfolgen, was bei keinem andern Himmelskörper mehr der Fall ist.

129.

Die Monde Jupiters und des Uranus.

1. Selbst bei den Monden des Mars sind wir, nach (99. 4.), nicht ganz sicher, ob der innere der beiden Monde, der sich für die Bewohner des Mars auch scheinbar von West nach Osten bewegt, in der That der letzte mögliche ist.

Bei Jupiter dagegen überzeugt uns das Resultat der Rechnung (99. 2.), daß demselben noch zwei Monde, nach innen hin, fehlen. In (93. 4.) haben wir gegen das Ende seiner Schalablagerungen ein ähnliches von der Theorie abweichendes Verhalten seiner Nebelmasse bemerkt, wie wir es bei der Vergleichung der theoretischen mit den wirklichen Entfernungen für die Planeten, in (92.), gefunden hatten.

2. Wenn wir nun noch die zwei inneren theoretischen Monde den vier wirklichen Monden zuzählen, also sechs Monde, oder viel-

mehr sechs Ringschalen, für Jupiter annehmen, so steht derselbe immer noch um eine Ringschale hinter Saturn zurück. Dieser Umstand führt uns, wenn wir beachten, daß Jupiter über dreimal mehr Masse hat, wie Saturn, und dabei anzunehmen ist, daß die Nebelmasse der Planeten wohl auch mit ihren eigenen Massen zugenommen habe — auf die Vermuthung, es seien der Ringschale, welche den äußersten Mond Jupiters erzeugte, noch weitere Ringschalen vorausgegangen. — Wir erkannten bei den Bahnen der Planeten von außen nach innen Abnahme ihrer Excentricitäten, also bei den äußern die meiste Annäherung an die Kreisform, die verdichteten Elemente, welche durch ihren Zusammenfluß den Planeten erzeugten, haben sich also auch schon in Bahnen von geringeren Excentricitäten bewegt. Und wenn wir diese Eigenschaft nun auf die den Jupiter umgeben habende Nebelmasse übertragen, so liegt der Gedanke nicht fern, die Bahnen der verdichteten Körperchen seiner äußersten Nebelringe seien von so geringeren Excentricitäten gewesen, daß ein Zusammenstoß der verdichteten Elemente gar nicht erfolgen konnte. Wir brauchen den uns bekannten äußersten Mond Jupiters deswegen nicht als aus der äußersten Ringschale entstanden anzunehmen.

3. Ueber die Monde des Uranus gehen die Mittheilungen der Astronomen so auseinander, daß wir es nicht für thunlich finden, dieselben unseren Untersuchungen zu unterziehen. Sogar ihre Zahl ist nicht genau festgestellt.

William Herschel giebt dieselbe zu 8 an, während sie Lassel auf 4 reducirt. Daß ihre Bahnebenen nahezu senkrecht auf der Bahnebene des Uranus stehen, widerspricht unserer Theorie, im Hinblicke auf (124. 3.), nicht. Die Rotationsaxe des Uranus kann daher sehr wohl als mit seiner Bahnebene nahe zusammenfallend betrachtet werden.

130.

Der Mond der Erde.

1. Was unseren Erdenmond von allen Monden anderer Planeten unterscheidet, ist die Lage seiner Bahnebene gegen die

Aequatorebene seines Hauptkörpers. Während die Mondbahnebenen der Planeten mit den Aequatorebenen derselben nahe zusammenfallen, kann bei der Erde die Mondbahnebene mit der Aequatorebene einen beträchtlichen Winkel bilden.

Die Mondbahnebene ist bekanntlich starken Veränderungen unterworfen, welche um einen mittleren Zustand herum schwanken und auf denselben immer wieder zurückkommen. Dieser mittlere Zustand kann als das Zusammenfallen der Mondbahnebene mit der Ekliptik bezeichnet werden, gegen welche sie im Maximum einen Winkel von 5° 8′ 39″,96 bildet. Da aber die Ekliptik gegen die Aequatorebene selbst um einen Winkel von beiläufig 23° 28′ geneigt ist, so kann die Mondbahnebene gegen die Ebene des Aequators eine Neigung von etwa 28° 36′ erhalten, sich aber auch derselben bis zu einem Winkel von ungefähr 18° 20′ nähern. Im Mittel also, dürfen wir sagen, fällt die Mondbahnebene mit der Ekliptik zusammen.

2. Wir sind aber nach unserer ganzen Entstehungstheorie genöthigt die Aequatorebene des Nebelellipsoides mit der Ebene des Erdäquators als ursprünglich zusammenfallend zu betrachten.

Mithin muß ein Vorgang stattgefunden, oder vielmehr eine Kraft gewirkt haben, welche die Ringschalmasse, aus welcher unser Mond entstand, nachdem die Drehung der Erde bereits bewirkt war, aus ihrer ursprünglichen Richtung heraushob. Diese Kraft kann keine andere gewesen sein, als wiederum die Attractionskraft der Sonne. —

Vergegenwärtigen wir uns die Gestalt des Nebels bei seinem Eintritt in den zweiten Grenzzustand, nämlich in den des „Erzeugungsellipsoides", so finden wir, daß die Aequatorebene des Nebels, welche noch mit der der Erde zusammenfiel, (weil die Rotationsaxe der Erde einen Winkel von beiläufig $66^1/_2°$ mit der Ekliptik bildet), gegen die Ekliptik eine Neigung von $23^1/_2°$ haben mußte. In dem Augenblick aber, in welchem dieser Grenzzustand durch die fortgesetzte Anziehung der Erde überschritten wurde und die Elemente der äußeren Ringschale ihren Anhalt an der Rotationsaxe verloren, mußte die Sonne ihre anziehende Kraft gegen die zusammenhängende und noch unverdichtete Flüssigkeit geltend machen, wie wir ihre

Mitwirkung ja heute noch gegen die zusammenhängende und — im Vergleich zu jener Nebelflüssigkeit — sehr verdichtete Flüssigkeit des Wassers bei den Erscheinungen der Meeresfluthen beobachten. Die Sonne mußte die Nebelringschale herausheben und in die Ebene der Ekliptik hineinziehen, während der Schwerpunkt der Ringschale mit demjenigen der Erde vereinigt blieb.

3. Hierbei mußten also die einzelnen Elemente der Ringschale ein neues Bestreben erhalten, sich in Kreisbogen zu bewegen, deren Ebenen senkrecht auf der Ekliptik standen und deren Halbmesser ihrer jeweiligen Entfernung vom Schwerpunkte des Erdkörpers gleich waren. Die unterhalb der Ekliptik befindliche Ebene des Ringschaläquators erhielt demnach eine Bewegung nach oben, die oberhalb befindliche dagegen nach unten. Allein da durch diese Bewegung sich zugleich Beharrungsvermögen einstellte, so wurde die Aequatorebene der Ringschale nicht bloß in die Ebene der Ekliptik hinein-, sondern auch über dieselbe hinausgeführt, bis sie auf's Neue von der Anziehungskraft der Sonne wieder zurückgeführt wurde. Beharrungsvermögen und Anziehungskraft der Sonne wechselten so in ihrer Wirkung mit einander ab, und es entstand ein beständiges Pendeln der Elemente der Ringschale in Bezug auf die Ebene der Erdbahn.

4. Allein die Elemente der Ringschale bewegten sich in ihrem Laufe um den Erdkörper nicht mit gleichen Geschwindigkeiten. In der Aequatorebene der Ringschale nahmen diese Geschwindigkeiten mit abnehmendem Bahnhalbmesser zu, und von dem Aequator aus, nach oben und unten, nahmen sie im Bogen ab (102. 6.). Mithin stießen bei der pendelartigen Bewegung Elemente wegen ihren ungleichen Geschwindigkeiten zusammen, bildeten sich zu kleinen Körpern, und auch die Elemente der Aequatorbene des Nebelellipsoides konnten hierbei von der Verdichtung nicht ausgeschlossen bleiben. Die Art und Weise der Verdichtung der Nebelelemente, welche die Erde umgaben, weicht also von derjenigen ab, welche die äußeren Planeten, von Mars an gerechnet, umkreist hatten. Denn während diese, zur Bildung von Monden (wie auch bei der Bildung der Planeten geschah), *von außen nach innen* auf ihrem spiralförmigen Wege auf einander stießen, wodurch außer der Verdichtung auch gleichzeitig

eine Drehung der verdichteten Körperchen stattfinden mußte, so geschah bei dem Erdkörper die Verdichtung der Nebelelemente, wegen ihrer bei dem Pendeln stattfindenden Bewegung nach einerlei Richtung hin, durch den geraden Zusammenstoß, und wir haben hierbei nicht nöthig eine Drehung der verdichteten Körperchen um eine Axe zu unterstellen.

5. Gegen unsere Annahme des Herausdrehens der Ringschalmasse (aus welcher sich der Mond bildete), aus der Aequatorebene der Erde in die Ekliptik könnte sich die Beobachtung, daß ja bei anderen Planeten ein solches Herausheben der Mondringschalen aus der Aequatorebene des Nebels nicht stattgefunden habe, geltend machen wollen. — Bei Planeten wie Jupiter, dessen Aequatorebene so nahe mit seiner Bahnebene zusammenfällt, wäre wohl ein solcher Einwurf nicht stichhaltig. Aber z. B. bei Saturn, dessen Rotationsaxe einen Winkel von beiläufig 30° gegen seine Bahnebene bildet, könnten sich deshalb Bedenken erheben.

Noch näher, um einen Einwand gegen unsere Theorie zu erheben, liegt in dieser Beziehung Mars, dessen Aequatorebene gegen seine Bahnebene einen Winkel von 28° 42′ bildet, dessen Monde aber sich in der Aequatorebene bewegen, also nicht von der Sonne in die Bahnebene hineingedreht sein können.

Allein die Kraft der Anziehung der Sonne gegen Saturn und Mars ist eine geringere wie gegen die Erde; auch hängt die Möglichkeit des Herausdrehens von der Kraft des Widerstandes der Nebelelemente ab. Was daher für die Erde gültig war, war deswegen noch nicht für diese Planeten gültig.

131.

Fortsetzung.

1. Um diesen Unterschied der gegenseitigen Einwirkung in Zahlen nachzuweisen sei die Anziehung p der Sonne gegen die Erde $= 1$, die gegen den Mars $= P$; die mittleren Entfernungen von der Sonne seien beziehungsweise r und R, so haben wir, nach (44. 3.)

$$\log ☿^2 = \log r^2 = 14{,}6004608 \qquad (71.\ 5.)$$
$$\log ♂^2 = \log R^2 = 14{,}9662558$$
$$\log P = 0{,}6342050 - 1;\quad P = 0{,}430730;$$

2. D. E. $\log P = 0{,}3657950$; $\frac{1}{P} = 2{,}321640.$

Wirkt also die Anziehung auf die Erde mit einer Kraft $= 1$, so wirkt sie auf Mars nur mit einer Kraft $= \frac{43}{100}$; oder die Anziehungskraft der Sonne ist gegen die Erde um 2,32 mal größer wie gegen die des Mars.

Weiter sei die Bahngeschwindigkeit des Mars $= G$, die der Erde $= g$, so ist, nach (75. 8.):

3. $G = 3{,}219956$; $g = 3{,}974647.$

Es verhalten sich aber die lebendigen oder Arbeitskräfte, d. h. hier die Kräfte K und k, mit welchen die umlaufenden Nebularelemente, welchen wir nur die Bahngeschwindigkeit des Planeten beilegen wollen, (obgleich dieselbe nach (127.) größer ist), wie die Quadrate dieser Geschwindigkeiten, multiplicirt mit der Masse (19. 5.), also hier mit den Dichten. Wir erhalten daher in unserer Rechnung weiter:

$\log G^2 =$	1,0157000 (75. 8.)	$\log g^2 =$	1,1985972
$\log ♁ =$	0,1274721 (125. 12.)	$\log ♄ =$	0,0000000
$\log K =$	1,1431721	$\log k =$	1,1985972
4. $K =$	13,90504.	$k =$	15,79783.

Ist also die Gegenwirkung eines Nebelelementes gegen die Anziehung bei Mars $= 13{,}9$; so ist sie bei der Erde nahe $= 15{,}8$.

5. Je *geringer* aber die Anziehungen sind, desto *geringer* müssen auch ihre Wirkungen sein, und je *größer* dagegen sich die Kräfte des Widerstandes ergeben, desto *geringer* müssen ebenfalls die Wirkungen sein. Wir erhalten hiernach, bezeichnen wir die Gegenwirkung der Nebelmasse des Mars mit W, diejenige der Erde mit w:

6. $W : w = P k : p K$ oder $W = \frac{P k}{K}$

indem wir $w = 1$ und $p = 1$ setzen.

Also haben wir:

$$\log P = 0{,}6342050 - 1$$
$$\log k = 1{,}1985972$$
$$0{,}8328022$$
$$\log K = 1{,}1431721$$

7. $\log W = 0{,}6896301 - 1$; $W = 0{,}4893620$

D. E. $\log W = 0{,}3103699$: $\frac{1}{W} = 2{,}043476$

8. D. h. die Wirkung der anziehenden Kraft der Sonne war auf die Nebelmasse der Erde stark doppelt so groß wie auf die des Mars.

Die Nebelmasse des Mars mußte also nicht nothwendigerweise aus der Aequatorebene herausgehoben werden, während dies bei der Erde der Fall war.

Bei Saturn liefert die Rechnung noch weit größere Verschiedenheiten. Sie ergiebt für die Nebelmasse der Erde eine etwa 469 mal größere Wirkung wie für die des Saturn.

132.

Fortsetzung und Monde der Venus und des Merkur.

1. Da wir nur einen Mond haben, der im Verhältniß zur Erde die übrigen Monde der Planeten zu ihren Hauptkörpern bei Weitem übertrifft, so dürfen wir wohl annehmen, daß der größte Theil der in Rede stehenden verdichteten Körperchen des ganzen Nebelellipsoides sich zu diesem einen Körper vereinigte. Hieraus folgt weiter, daß sich diese verdichteten Körperchen in ziemlich excentrischen Bahnen um den Erdkörper bewegt haben mußten, da nur hierdurch ihr Zusammenfluß zu einem einzigen Körper ermöglicht wurde.

2. Diese Vorstellungen schließen nicht aus, daß sich noch jetzt verdichtete, ja sogar noch in der Nähe des Erdkörpers selbst unverdichtete Massetheile des ehemaligen Erdennebels um denselben in mehr oder weniger excentrischen Bahnen bewegen. Wir dürfen daher vermuthen, daß die Reihen von kleinen Körperchen, welche zuweilen vor dem Fernrohre der Astronomen langsam vorüberziehen, aus den Elementen der inneren Ringschale des Nebularellipsoides der Erde gebildet seien.

Wenn wir nun auch bei dem Zusammenstoße je zweier verdichteten Körperchen nicht annehmen können, daß derselbe jedesmal in gerader Richtung stattgefunden habe, also das Ergebniß einer Axendrehung hierbei nicht ausschließen können, so sind wir doch auch genöthigt zu unterstellen, daß sich eine solche Axendrehung in der Summe aller Zusammenstöße wieder aufgehoben habe, weil dem Monde thatsächlich eine solche mangelt. Diese Vorstellung dürfte um so mehr als zulässig erscheinen, da bei dem Monde jede Mitwirkung von Nebelmasse zur Erzeugung von Rotation gänzlich ausgeschlossen bleibt, indem auch die Nebelmasse in der Aequatorebene des Ellipsoides durch ihr Herausdrehen aus der Ebene des Erdäquators sich verdichtet haben mußte.

3. Bei den Planeten Venus und Merkur, deren Nebelhüllen bei dem Uebergange in den zweiten Grenzzustand der Anziehungskraft der Sonne noch mehr ausgesetzt waren, wie der Erdennebel, mußte auch die Wirkung derselben eine weit größere sein. Es ist denkbar, daß sich diese Wirkung auf den der Sonne zugekehrten Theil dieser Nebel früher einstellte, wie auf den ihr abgekehrten, und daß hierdurch so verschiedene Richtungen der Bahnbewegungen der verdichteten Körperchen entstanden sind, daß deren Vereinigung zu einem oder mehreren größeren Körpern gänzlich ausgeschlossen blieb. Wir können also sowohl bei Venus wie bei Merkur die übergroße Anziehungskraft der Sonne als die störende Ursache betrachten, welche die Bildung eigentlicher Monde verhinderte, indem sie unregelmäßige Bahnen der verdichteten Körperchen bewirkte. Aber wir dürfen annehmen, daß die beiden der Sonne zunächst stehenden Planeten noch jetzt von unzählichen kleinen Körpern um-

kreist werden, welche sich wegen ihrer Kleinheit und großen Entfernung, sowie wegen dem Einflusse des Sonnenlichtes für immer unserer Beobachtung entziehen.

133.

Die Planetoiden.

1. Bekanntlich hat man an der Lücke, welche sich in der Reihe der Planetenentfernungen zwischen Mars und Jupiter ergab, noch vor Entdeckung der Ceres und ihrer Colleginnen, der Planetoiden, die Existenz eines zwischen beiden Planeten liegenden Planeten vermuthet. Diese Vermuthung wurde denn auch bisher durch das Auffinden von etwa 235 kleinen Körpern bestätigt, welche sich alle zwischen Mars und Jupiter, mit verschiedenen zum Theil sehr beträchtlichen Neigungen gegen die Ekliptik um die Sonne bewegen, und welche man für Theile eines früher bestandenen Planeten hält, der durch irgend eine Ursache zerstückelt worden sei. Letzterer Auffassung entspricht unsere Entstehungstheorie nicht, sie läßt diese kleineren sich um die Sonne bewegenden Körper als selbstständige und niemals unter sich vereinigte Körper erkennen.

2. Wenn wir von der Voraussetzung (118. 3.) einer großen Verschiedenheit der Dichte in der Nebularmasse des sich um die Sonne drehenden Ellipsoides für die Ringschale zwischen Saturn und Mars Gebrauch machen, und nebenbei erwägen, daß, nach (109. 7.), eine sehr scharfe Grenze zwischen Erzeugungsellipsoid und dem folgenden Gleichgewichtsellipsoide gar nicht besteht, so wird die Hypothese, es habe sich gleichzeitig mit der Jupiterringschale auch ein äußerer Theil des folgenden Gleichgewichtsellipsoides in die Aequatorebene niedergeschlagen und verdichtet, als keine allzugewagte erscheinen. Diese Hypothese erklärt uns dann auch zugleich die größere Masse Jupiters gegenüber der des Saturn. Wir werden finden, daß — abgesehen davon, auch die Ausläufer der Saturnringschale habe zu seiner Bildung beigetragen — er nicht blos aus seiner eigenen Ringschale aufgebaut ist, sondern der größte Theil seiner Ringschalausläufer und der größte Theil des Hauptheils der Planetoidenringschale zu seiner Größe beitrugen.

3. Wenn wir uns nun den größeren Theil der zwischen Jupiter und Mars befindlichen Ringschalelemente als zur Bildung des Jupiter verwendet vorstellen, so wird es unmöglich sein, die Planetoiden selbst uns alle aus der — sagen wir Planetoidenringschale gebildet, anzunehmen. In der That deuten uns die großen Neigungen mancher Planetoidenbahnen gegen die Ekliptik darauf hin, daß sie aus den Ausläufern der vorhergehenden Ringschale entstanden seien, während allerdings einige, mit geringeren Neigungen gegen die Ekliptik auch aus der Planetoidenringschale hervorgegangen sein mögen. Wir wollen deshalb den Versuch wagen, ob uns die Rechnung nicht vielleicht zu Resultaten führt, welche diese Betrachtung bestätigen.

4. Da in den Lehrbüchern der Astronomie die Bahnhalbmesser der Planetoiden in Kilometer angegeben werden, wir aber in unseren Untersuchungen für alle Entfernungen bisher die geographische Meile zu Grunde legten, so haben wir jene in diese, oder auch umgekehrt zu verwandeln. Um die g. Meile in Kilometer (und umgekehrt) auszudrücken, erscheint es nur nothwendig, die Charakteristik in (68. 9.) um 3 zu vermindern, beziehungsweise der Charakteristik in (68. 10.) 3 zuzuzählen. Wir erhalten dann:

5. $\log (1\ \mathfrak{M}.\ \text{in}\ \mathfrak{K}.) = 0{,}8704297$

6. $\log (1\ \mathfrak{K}.\ \text{in}\ \mathfrak{M}.) = 0{,}1295703 - 1.$

7. Gehen wir nunmehr auf unsere Betrachtung in (114. 2.) zurück und vergegenwärtigen wir uns, daß sich Elemente, welche sich vor ihrem Losewerden von der Rotationsaxe des Sonnenellipsoides mit einem Halbmesser, der (gleich oder) kleiner war wie wie ρ_α und (gleich oder) größer war wie r_α um diese Rotationsaxe bewegten, nach ihrem Losewerden von derselben, um den Mittelpunkt der Anziehung mit einem Halbmesser bewegen, der (gleich oder) kleiner ist wie σ_α und (gleich oder) größer ist wie f_α. Die einzelnen Elemente verließen also bei ihrem Losewerden von der Rotationsaxe den Neigungswinkel α gegen die Aequatorebene nicht, unter welchem sie sich vorher schon gegen diese Ebene bei ihrem Umlaufe um die Rotationsaxe bewegten. Sie gingen nur in eine andere Ebene über.

8. In (119. 4.) haben wir darauf aufmerksam gemacht, wie unwahrscheinlich es sei, daß verdichtete Elemente der oberen Ausläufer der Ringschalen mit verdichteten Elementen der unteren Ausläufer in der Aequatorebene zusammenstoßen, selbst wenn sie sich unter gleichen Winkeln gegen diese Ebene bewegen. Es liegt daher die Vermuthung nahe, daß manche der Planetoiden, namentlich solche, welche sich unter größeren Winkeln gegen die Ekliptik bewegen, aus den Ausläufern vorhergehender Ringschalen gebildet seien. Wären die meisten Bahnen der Planetoiden nicht sehr excentrisch, sondern schlössen sie sich mehr der Kreisform an, so würde es nicht schwer halten, die Ringschale, aus welcher sie gebildet sind, nach unseren früheren Betrachtungen zu bestimmen. Da diese sich aber auf große Regelmäßigkeiten in den Ablagerungen stützen, so können solche Bestimmungen nicht mit voller Zuverlässigkeit stattfinden.

134.

Fortsetzung.

1. Wir würden uns vielleicht von der Wahrheit nicht allzusehr entfernen, wenn wir anstatt der wirklichen excentrischen Bahnen der Planetoiden für dieselben Kreisbahnen annehmen, deren Halbmesser die mittleren Entfernungen dieser Himmelskörper von der Sonne sind. Wir wären dann im Stande mit unseren Rechnungen, welche sich auf kreisförmige Bahnen stützen, die so gedachten Bahnen der Planetoiden in folgender Weise zu vergleichen.

2. Ist die mittlere Entfernung einer in Betracht gezogenen Planetoide (gleich oder) kleiner wie σ_α (Fig. 25.), und zugleich größer (oder gleich) wie r_α, so haben wir zu ihrer Entfernung die Ringschale aufzusuchen, die derselben entspricht. Durch dieses Verfahren übertragen wir gleichsam die mittlere Entfernung der Planetoide von der Sonne in die zugehörige Ringschale. Entspräche nämlich diese mittlere Entfernung, die wir hier mit H bezeichnen wollen, genau σ_α, so gehörte der umlaufende Körper, der sich in einer unter dem Winkel α gegen die Normalebene (sagen wir gegen

die Ekliptik) geneigten Ebene bewegt, der äußeren Oberfläche des Raumes an, in welchem sich die von der Rotationsaxe frei gewordenen und nunmehr verdichteten Elemente um den Anziehungspunkt bewegen. Dieser äußeren Oberfläche entspricht aber der Punkt A als ein Punkt des Aequators dieses Raumes. Wir hätten also die Proportion:

2. $$\sigma_\alpha : \sigma_0 = H_\alpha : A. \qquad (113.\ 3.)$$

Entspräche dagegen die mittlere Entfernung H_α genau f_α, so gehörte der umlaufende Körper der inneren Oberfläche des Raumes an, in welchem sich die von der Rotationsaxe freigewordenen und nunmehr verdichteten Elemente um den Anziehungspunkt bewegen. Dieser inneren Oberfläche entspricht dagegen der Punkt $\mathfrak{A}$ als ein Punkt des Aequators dieses Raumes. Wir hätten dann die Proportion:

3. $$f_\alpha : f_0 = H_\alpha : \mathfrak{A} \qquad (113.\ 3.)$$

4. Entspräche dagegen die mittlere Entfernung H_α des umlaufenden Körpers einer Größe zwischen σ_α und f_α, so läge auch der Vergleichspunkt H_0 zwischen A und $\mathfrak{A}$, d. h. er würde kleiner sein, wie A und größer wie $\mathfrak{A}$. Oder, wenn wir die zusammenhängende Bezeichnungsweise für die Halbmesser der Ringschalen beibehalten — er würde kleiner sein wie A_n und größer wie A_{n+1}. In diesem Falle würde dann der kleine Planet mit großer Sicherheit der Ringschale zur größten Breite $A\mathfrak{A}$ ($= A_n A_{n+1}$) angehören.

5. Fiele dagegen der Vergleichungspunkt H_0 bei dieser doppelten Vergleichung nicht zwischen zwei theoretische Ringschalhalbmesser, sondern lägen im Gegentheil ein theoretischer Ringschalhalbmesser zwischen beiden gefundenen Werthen für H_0, so wäre es zweifelhaft, nicht nur ob wir die Entstehung der Planetoide in die vorhergehende oder der dieser folgenden Ringschale zu versetzen, sondern auch, ob wir sie als in dem Haupttheile der Ringschale oder ihren Ausläufern entstanden, anzunehmen hätten.

6. In diesem Falle haben wir den mittleren Bahnhalbmesser der Planetoide in Theilen der Einheit von A auszudrücken und mit den Werthen von σ_α und f_α, in (113. 3.), zu vergleichen.

Entspricht in diesem Falle der mittlere Bahnhalbmesser diesen Größen, d. h. liegt er zwischen denselben (oder ist er einer dieser Größen sehr nahe gleich), so gehört derselbe auch der Ringschale zur größten Breite $\mathfrak{A}\,\mathfrak{A}$ $(= A_n\, A_{n+1})$ an. Entspricht dagegen der mittlere Bahnhalbmesser der Planetoide den Größen σ_α und $\mathfrak{f}_\alpha$ nicht, dann wird er zu klein sein und wir haben den auf A (A_n) folgenden und kleineren theoretischen Halbmesser $\mathfrak{A}$ (A_{n+1}) als Einheit anzunehmen, indem wir A (A_n) mit $\mathfrak{L}$ (90. 2.) — oder, wenn wir damit noch nicht ausreichen, mit $\mathfrak{L}^2$ — multipliciren.

7. Wir haben es in vorliegendem Falle, indem wir die Fig. 25. zu Grunde legen, mit drei Ringschalen zu thun, mit Einer zu der größten Breite $\mathfrak{A}\,\mathfrak{A}$ $(= A_{III}\, A_{IV})$, (welche der Jupiterringschale entspricht), mit einer Zweiten $\mathfrak{A}\,\mathfrak{a}$ $(= A_{IV}\, A_V)$, (welche der Ringschale des fehlenden Planeten zukommt) und mit einer Dritten $\mathfrak{a}\,\mathfrak{a}$ $(= A_V\, A_{VI})$, (welche der Marsschale angehört). Für unsere Formeln entspricht daher der theoretische Halbmesser A_{III} der Größe $\mathfrak{A}$, welche wir als Einheit angenommen haben.

Ebenso ist $\mathfrak{A}$ übereinstimmend mit A_{IV}, $\mathfrak{a}$ mit A_V, $\mathfrak{a}$ mit A_{VI} u. s. w.

Auf diese Betrachtungen gestützt, wollen wir es versuchen einige Planetoiden der Untersuchung in Bezug auf ihre Entstehung zu unterziehen und dabei solche auszuwählen, deren Bahneigungen von den in (113. 3.) berechneten σ und $\mathfrak{f}$ nicht allzusehr abweichen.

Wir werden dabei auf die (gegenwärtigen) Längen ihrer Knotenpunkte keine Rücksicht nehmen und wollen annehmen, daß sie auf einer und derselben Seite der Ekliptik entstanden seien.

135.

Pallas.

1. Pallas, die, am 28. März 1802 von Olbers entdeckte, Zweite der Planetoiden, welcher deswegen das Zeichen ☴ beigelegt wurde, bewegt sich in einer Ebene, welche 34° 43′ gegen die Ekliptik geneigt ist. Ihre größte Entfernung von der Sonne beträgt 510,6, ihre kleinste 312,6, ihre mittlere daher ☴ = 411,6 Millionen

Kilometer. Wir erhalten, unter der Annahme die Neigung sei gleich 35°:

$$\log \odot = 8{,}6144734 \quad \text{in K.}$$
$$\log (1\ \text{K. in M.}) = 0{,}1295703 - 1 \qquad (133.\ 6.)$$

$$\log H_{35} = \log \odot = 7{,}7440437 \quad \text{in M.} \qquad \log \odot = 7{,}7440437$$
$$\log \sigma_{35} = 0{,}5442784 - 1 \quad (113.\ 3); \qquad \log f_{35} = 0{,}4638458 - 1$$

2. $\log H_0 = 8{,}1997653 \qquad \log H_0 = 8{,}2801979$

3. Vergleichen wir diese Resultate mit den Logarithmen der theoretischen Halbmesser der Ringschalen, in (92. 3.), so finden wir: der Logarithmus von H_0 fällt in beiden Fällen zwischen die theoretischen Halbmesser A_{III} und A_{IV}, d. h. er fällt in die Ringschale des Jupiter (134. 4.).

4. Um die mittlere Entfernung der Pallas in Theilen von 1 auszudrücken, haben wir, nach (134. 5.), diese Größe mit A (hier mit A_{III}) zu dividiren. Wir erhalten:

$$\log \odot = 7{,}7440437 \qquad \text{in M.}$$
$$\log A_{III} = 8{,}2905287 \qquad (92.\ 3.)$$
$$\log \odot = 0{,}4535150 - 1 \qquad \text{in Theilen von 1.}$$

5. $\odot = 0{,}284.$

Projiciren wir den mittleren Bahnhalbmesser $\odot$ auf die Ekliptik, indem wir ihn mit cos 35° multipliciren, so ergiebt sich:

$$\log \odot = 7{,}7440437 \qquad \text{in M.}$$
$$\log \cos 35° = 0{,}8267290 - 1$$
$$\log \odot_0 = 7{,}5707727.$$

Dieser Logarithmus ist größer wie log A_{VI} und kleiner wie log A_V (92. 3.). Die Projection von $\odot$ fällt daher in die dritte Ringschale, wenn man die des Jupiter als die erste betrachtet. Daher entstand Pallas aus einem Ausläufer der Ringschale des Jupiter, und zwar aus dem 2. Theile eines Ausläufers.

136.

Aethra.

1. Aethra, die, am 16. August 1873 von Watson entdeckte, 132. der Planetoiden, bewegt sich in einer Ebene, welche 24° 57' (also nahe 25°) gegen die Ekliptik geneigt ist. Ihre größte Entfernung von der Sonne beträgt 534,6, ihre kleinste 238,4, daher ihre mittlere 386,5 Millionen Kilometer.

Wir erhalten, analog (135.):

$$\log \overset{\frown}{132} = 8{,}5871495 \quad \text{in K.}$$
$$\log (1\ \text{K. in M.}) = 0{,}1295703-1 \quad (133.\ 6.)$$

$$\log H_{25} = \log \overset{\frown}{132} = 7{,}7167198 \quad \text{in M.} \qquad \log \overset{\frown}{132} = 7{,}7167198$$
$$\log \sigma_{25} = 0{,}6840450-1 \quad (113.\ 3.) \qquad \log f_{25} = 0{,}5573270-1$$

2. $\log H_0 = 8{,}0326748 \qquad \log H_0 = 8{,}1593928.$

3. Vergleichen wir wieder diese Resultate mit den Logarithmen der theoretischen Halbmesser der Ringschalen, in (92. 3.), so finden wir das erstere Resultat unserer Rechnung hinter $\log A_{IV}$ zurückstehend, während das letztere den $\log A_{IV}$ übersteigt.

Wir sind daher vorerst zweifelhaft, ob wir Aethra der 4. oder 5. Ringschale zuzuzählen haben, obgleich die Wahrscheinlichkeit für die 5. spricht, eben weil das erstere Resultat eine so große Uebereinstimmung mit A_{IV} hat.

4. Zur Hebung dieses Zweifels drücken wir die mittlere Entfernung der Planetoide $\overset{\frown}{132}$ = 386,5 Millionen Kilometer in Theilen von 1 aus, und erhalten:

$$\log \overset{\frown}{132} = 7{,}7167198 \quad \text{in M.}$$
$$\log A_{III} = 8{,}2905287 \quad (92.\ 3.)$$

4. $\log \overset{\frown}{132} = 0{,}4261911 - 1$ in Theilen von 1.

6. Wäre nun Aethra aus der Jupiterringschalmasse entstanden, so müßte dieser Werth, weil die Bahnebene der Aethra um nahe 25° gegen die Ekliptik geneigt ist, entweder zwischen die Werthe von σ_{25} und f_{25}, in (113. 3.), fallen, oder wenigstens einem dieser Werthe sehr nahe kommen. Da beides jedoch nicht der Fall ist, so

kann Aethra nicht aus der 4. Ringschale entstanden sein. — Wäre sie aus der 5. Ringschale entstanden, so hätten wir nicht den Halbmesser A_{III} der theoretischen Entfernung als Einheit zu Grunde zu legen, sondern den folgenden A_{IV} (134. 6.).

Wir haben also zu diesem Ende A_{III} noch mit $\mathfrak{L}$ (90. 2.) zu multipliciren oder zu dem obigen Werthe von log $\overset{\frown}{132}$ den Logarithmus von $\mathfrak{L}$ zu addiren.

Wir erlalten dann:

$$\log \overset{\frown}{132} = 0{,}4261911 - 1$$
$$\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178$$
$$7. \quad \log \overset{\frown}{132} = 0{,}6700089 - 1\,; \qquad \overset{\frown}{132} = 0{,}468.$$

und dieses Resultat verschafft uns die hohe Wahrscheinlichkeit, daß Aethra aus der Ringschale der Planetoiden entstanden ist, weil dasselbe zwischen σ_{25} und $\mathfrak{f}_{25}$, in (113. 3.), liegt.

8. Um zu untersuchen, ob die Entstehung der Aethra in dem Haupttheile der Planetoidenringschale entstanden sei, oder aus seinen Ausläufern, haben wir nur nöthig, ihren mittleren Bahnhalbmesser auf die Ekliptik zu projiciren, d. h. denselben mit cos 25° zu multipliciren.

Wir erhalten dann:

$$\log \overset{\frown}{132} = 7{,}7167198 \quad \text{in M.}$$
$$\log \cos 25^\circ = 0{,}9145514 - 1$$
$$9. \quad \log \overset{\frown}{132}_0 = 7{,}6312712.$$

Dieser Logarithmus fällt also zwischen die Logarithmen der theoretischen Bahnhalbmesser A_V und A_{VI} (92. 3.), und der Werth von $\overset{\frown}{132}_0$ ist größer wie A_{VI} und kleiner wie A_V. Er fällt somit, wenn man die Jupiterringschale als die erste betrachtet, in die 3. Ringschale, oder — Aethra ist aus einem Ausläufer der Planetoidenringschale entstanden.

137.

Mnemosyne.

1. Mnemosyne, die, am 22. Sept. 1859, von Luther entdeckte, 57. der Planetoiden, deren Bahn gegen die Ekliptik unter

einem Winkel von 15° 12' (also nahe 15°) geneigt ist, hat eine größte Entfernung von 523, eine kleinste von 413,9, also eine mittlere von 468,45 Millionen Kilometer von der Sonne. Wir finden nach analoger Rechnung:

$$\begin{array}{lll} \log \overset{\frown}{57} = 8{,}6706632 & \text{in K.} & \\ \log (1\ \text{K. in M.}) = 0{,}1295703-1 & (133.\ 6.) & \\ \hline \log \overset{\frown}{57} = 7{,}8002335 & \text{in M.}; & \log \overset{\frown}{57} = 7{,}8002335 \\ \log \sigma_{15} = 0{,}8488771-1 & (113.\ 3.) & \log \mathfrak{f}_{15} = 0{,}6629541- \quad \urcorner \\ \hline \log H_0 = 7{,}9513564 & & \log H_0 = 8{,}1372794. \end{array}$$

2.

3. Ersteres Resultat fällt bei der Vergleichung mit (92. 3.) zwischen die Logarithmen von A_{IV} und A_V; letzteres zwischen die Logarithmen von A_{III} und A_{IV}, und es bleibt daher zweifelhaft, ob Mnemosyne der Ringschale Jupiters oder der der Planetoiden angehört.

4. Zur Hebung dieses Zweifels drücken wir die mittlere Entfernung dieser Planetoiden $\overset{\frown}{57}$ in Theilen der Einheit aus, und vergleichen diese, analog (136. 6.) mit den Werthen von σ_{15} und $\mathfrak{f}_{15}$, in (113. 3.). Wie erhalten

$$\begin{array}{ll} \log \overset{\frown}{57} = 7{,}8002335 & \text{in M.} \\ \log A_{III} = 8{,}2905287 & (92.\ 3.) \\ \hline \log \overset{\frown}{57} = 0{,}5097048 - 1; & \text{in Theilen von 1.} \end{array}$$

5. $\overset{\frown}{57} = 0{,}323$

und finden dieses Resultat mit den Werthen von σ_{15} und $\mathfrak{f}_{15}$ nicht übereinstimmend. Addiren wir aber, analog (136. 7.), zu diesem gefundenen Logarithmus den Logarithmus von $\mathfrak{L}$, so ergiebt sich:

$$\begin{array}{l} \log \overset{\frown}{57} = 0{,}5097048 - 1 \\ \log \mathfrak{L} = 0{,}2438178 \\ \hline \log \overset{\frown}{57} = 0{,}7535226 - 1; \qquad \overset{\frown}{57} = 0{,}567. \end{array}$$

Es ist dies für $\overset{\frown}{57}$ ein Werth, welcher zwischen σ_{15} und $\mathfrak{f}_{15}$ liegt und woraus folgt, daß Mnemosyne aus der Planetoidenringschale entstanden ist. Zur weiteren Untersuchung, ob Mnemosyne

aus dem Haupttheile der Planetoidenringschale oder aus einem Ausläufer derselben entstanden sei, projiciren wir wieder ihren mittleren Bahnhalbmesser auf die Ekliptik.

Wir erhalten:

$$\log \overset{\frown}{57} = 7{,}8002335$$
$$\log \cos 15^\circ = 0{,}9698876 - 1$$
$$\log \overset{\frown}{57}_0 = 7{,}7701211.$$

Dieser Logarithmus ist größer wie der theoretische Halbmesser A_{VI} und kleiner wie der A_V (92. 3.). Die gefundene Projection fällt also in die Marsschale, d. h. Mnemosyne ist aus einem Ausläufer der Planetoidenringschale entstanden.

138.

Baucis.

1. Baucis, am 5. Febr. 1877 von Borelly entdeckt, die 172. Planetoide, bewegt sich in einer Bahnebene, welche 10° 1′ (also nahe 10°) gegen die Ekliptik geneigt ist. Ihre größte Entfernung von der Sonne beträgt 393,9, ihre kleinste 313,7, also ihre mittlere Entfernung $\overset{\frown}{172} = 353{,}8$ Millionen Kilometer.

Die analoge Rechnung ergiebt:

$$\log \overset{\frown}{172} = 8{,}5487578 \quad \text{in K.}$$
$$\log (1\ \text{K. in M.}) = 0{,}1295703 - 1$$
$$\log \overset{\frown}{172} = 7{,}6783281 \quad \text{in M.}; \qquad \log \overset{\frown}{172} = 7{,}6783281$$
$$\log \sigma_{10} = 0{,}9247696 - 1 \quad (113.3.) \qquad \log f_{10} = 0{,}7102332 - 1$$

2. $\log H_0 = 7{,}7535585 \qquad \log H_0 = 7{,}9680949.$

3. Auch hier ergiebt sich das erstere Resultat bei der Vergleichung mit (92. 3.) als zwischen den Logarithmen von A_V und A_{VI} und das letztere als zwischen den Logarithmen von A_{IV} und A_V liegend. Es bleibt also ebenfalls zweifelhaft, ob Baucis aus der Planetoiden- oder aus der Marsringschale entstanden sei.

Reduciren wir, um darüber Gewißheit zu erhalten, den mittleren Bahnhalbmesser der Baucis auf Theile der Einheit, so ist:

$$\log \overset{\frown}{173} = 7{,}6783281 \quad \text{in M.}$$
$$\log A_{III} = 8{,}2905287$$

4. $$\log \overset{\frown}{173} = 0{,}3877994 - 1 \quad \text{in Theilen der Einheit.}$$
$$\overset{\frown}{173} = 0{,}244$$

und wir erhalten einen Werth für $\overset{\frown}{173}$, der weder zwischen σ_{10} und $\mathfrak{f}_{10}$ liegt, noch einem dieser Werthe nahe kommt. Wir addiren daher, analog dem Vorhergehenden, zu obigem Logarithmus von $\overset{\frown}{173}$ den log $\mathfrak{L}$ und erhalten:

$$\log \overset{\frown}{173} = 0{,}3877994 - 1$$
$$\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178$$

5. $$\log \overset{\frown}{173} = 0{,}6316172 - 1; \qquad \overset{\frown}{173} = 0{,}428.$$

Aber auch dieses Resultat entspricht noch keineswegs den Größen σ_{10} und $\mathfrak{f}_{10}$. Wir addiren daher wiederholt lög $\mathfrak{L}$, nach (134. 6.), nämlich:

$$\log \overset{\frown}{173} = 0{,}6316172 - 1$$
$$\log \mathfrak{L} = 0{,}2438178$$

6. $$\log \overset{\frown}{173} = 0{,}8754350 - 1; \qquad \overset{\frown}{173} = 0{,}750,$$

womit wir einen Werth erhalten, der zwischen σ_{10} und $\mathfrak{f}_{10}$ liegt, also unserer Anforderung entspricht. Projicirt man den mittleren Bahnhalbmesser der Baucis in die Ekliptik, so giebt die Rechnung:

$$\log \overset{\frown}{173} = 7{,}6783281 \quad \text{in M.}$$
$$\log \cos 10^{\circ} = 0{,}9459716 - 1$$
$$\log \overset{\frown}{173}_{0} = 7{,}6242997$$

und durch den Vergleich mit (92. 3.) findet sich, daß dieser Logarithmus zwischen den theoretischen Bahnhalbmessern A_V und A_{VI} liegt. Mithin ist Baucis aus dem Haupttheile der Marsringschale entstanden.

139.

Graphische Darstellung zur Ermittelung des Entstehungsortes der Planetoiden.

Die graphische Darstellung der Grenzen, in welchen sich die verdichteten Körper, nach dem Losewerden der Nebularelemente von der Rotationsaxe, bewegen, läßt uns übrigens den Ort der Bildung der Planetoiden weit schneller finden, als der alleinige Weg der Rechnung, sobald wir nur die mittlere Entfernung der Planetoide von der Sonne in Theilen der Einheit ausgedrückt haben.

Betrachten wir Fig. 25. als die Darstellung dreier Ringschalmassen, von welchen wir die erste mit dem äußeren Halbmesser A (= A_{III}) und dem inneren Halbmesser $\mathfrak{A}$ als die Jupiterringschale betrachten, so wird uns die zweite, mit dem äußeren Halbmesser $\mathfrak{A}$ (= A_{IV}), und dem inneren Halbmesser **a** die Ringschale des fehlenden Planeten, und die dritte, mit dem äußeren Halbmesser $\mathfrak{a}$ (= A_V) und dem inneren Halbmesser **α** (= A_{VI}), die Marsringschale vorzustellen haben. Nachdem wir nun die mittlere Entfernung der Planetoide in g. M. ermittelt und diese Entfernung in Theilen von 1, (nämlich des äußeren Halbmessers A (= A_{III}) ausgedrückt haben, ist es nur nöthig dieselbe von S aus, unter dem Winkel, welchen die Bahnebene der Planetoide mit der Ekliptik bildet, aufzutragen, um den Ort der Entstehung der Planetoide zu finden. Da uns die Entfernungen der Planetoiden in Kilometer angegeben sind, die wir in g. M. zu verwandeln und dann, um sie in Theilen der Einheit auszudrücken, mit A (= A_{III}) zu dividiren haben, so können wir das Verfahren abkürzen, wenn wir den log A_{III} von dem log (1 K. in M.) abziehen und den log Q dieses Quotienten $\frac{1 \text{ K. in M.}}{A_{III}}$ dann jedesmal zu dem Logarithmen der mittleren Entfernung addiren, nämlich:

$$\begin{aligned} \log (1 \text{ K. in M.}) &= 0{,}1295708 - 2 \\ \log A_{III} &= 8{,}2905287 \\ \log Q &= 0{,}8390421 - 10. \end{aligned} \qquad \textbf{2.}$$

Beispielsweise ergiebt sich für Bianka, (218), deren Bahnebene eine Neigung von 15° 15′ hat, deren größter Bahnhalbmesser = 442,2;

deren kleinster = 351,4 ist, deren mittlerer also 396,8 Millionen Kilometer beträgt:

$$\log 396{,}8 = 8{,}5985717$$
$$\log Q = 0{,}8390421 - 10$$
$$\log \overset{\frown}{\underset{\smile}{218}} = 0{,}4376138 - 1\,; \qquad \overset{\frown}{\underset{\smile}{218}} = 0{,}274.$$

Wenn man diese Größe von einem Maßstabe Fig. 25ᵃ, dem die Größe A S (Fig. 25.) als Einheit zum Grunde liegt, abgreift und von S aus, unter dem Winkel von 15° 15' aufträgt, so findet sich, daß Bianka aus einem Ausläufer der Planetoidenringschale entstanden ist.

140.

Betrachtungen über die Bildung der Planetoiden.

1. Wir ersehen aus dem Abgehandelten, daß die Entstehung der Planetoiden sich aus den Ausläufern Jupiters, durch die Planetoidenringschale hindurch bis in den Haupttheil der Marsringschale hinein erstreckt, und daß die Gebilde aus den Ausläufern der Jupiterringschale sich unter größeren Winkeln gegen die Ekliptik bewegen. Pallas nimmt unter diesen die erste Stelle ein. Auch Istria, Euphrosine und Electra erscheinen unzweifelhalt ihre Entstehung einem Ausläufer der Jupiterringschale verdanken zu müssen; doch ist es bemerkenswerth, daß man bei diesem nicht den mittleren, sondern einen größeren Bahnhalbmesser zu Grunde zu legen hat, um ein Eingreifen derselben in diese Ausläufer zu erhalten. Außerdem, daß diese Planetoiden nicht aus dem ersten Theile dieser Ausläufer gebildet sind, daß also die verdichteten Theile dieses ersten Theils noch von Jupiter selbst aufgenommen worden sein mögen.

Nur wenige Planetoiden, wie Sibylla, Freia, Cybele, Hermione, Camilla, Sylvia, Andromache, Ismene, Hilda, erhielten ihr Gebilde aus dem Haupttheile der Planetoidenringschale. Es sind dies solche, welche sich mit den größeren mittleren Bahnhalbmessern um die Sonne bewegen und deren Bahnen zugleich unter kleineren Winkeln gegen die Ekliptik geneigt sind.

2. Auch hieraus geht, bei der geringen Gesammtmasse dieser Körper, hervor, daß der größere Theil des Haupttheils der Planetoidenringschale zur Bildung des Jupiter verwandt wurde.

Ein großer Theil der Planetoiden gehört den Ausläufern der Planetoidenringschale an, wie Juno, Aethra, Bianka, Julia, Phocäa, Egeria, Eva, Mnemosyne u. a.

Und ein großer Theil der Planetoiden wurde aus dem Haupttheile der Marsringschale gebildet, woran wir, im Hinblicke auf (121. 2.) eine zweite Ursache finden, warum Mars so wenig Masse hat.

Zu diesen Planetoiden gehören diejenigen mit den kleinsten Umlaufszeiten und den kleineren Neigungswinkeln.

3. An den nicht unbeträchtlichen Bahnexcentricitäten der Planetoiden erkennen wir auch noch die Richtigkeit unserer Annahme, in (120. 3.), daß sich nämlich die Theile der Planeten vor ihrer Vereinigung zu einem Körper ebenfalls in solchen excentrischen Bahnen bewegt haben.

141.

Die Aequatorialstreifen der Planeten.

1. Es liegt in unserer Entstehungstheorie der Monde, bezw. in unserem theoretisch aufgestellten Systeme der Nebularringschalen, aus welchen die Satelliten entstehen, begründet, daß diese Ringschalen sich von außen nach innen ablösen. Es wäre hiernach ein großer Zufall, wenn mit der Ablösung der letzten Ringschale zugleich die ganze Nebelmasse aufgebraucht worden wäre. Viel wahrscheinlicher dürfte es erscheinen, wenn noch ein Resttheil dieses Nebels übrig bliebe, der dann seine Umläufe um den Planeten nach dem zusammengesetzten Gesetze der Trägheit und der Anziehung fortsetzen müßte. — Diese Erwägung finden wir bei Bestimmung der Zahl der möglichen Ringschalen des die Planeten umkreisenden Nebels, in (99. u. 100.), durch den Umstand bestätigt, daß uns die Rechnung stets noch einen Restbetrag finden läßt. So bei Jupiter einen Restbetrag von 0,0817 (99. 2.), bei Saturn von 0,63 (100. 1.), bei der Erde von 0,52 (98. 2.).

2. Diese Nebelreste müssen also durch das ihnen innewohnende Beharrungsvermögen, nachdem sie selbst zur Rotation ihres Hauptkörpers mitgewirkt hatten, ihre Umläufe um denselben fortsetzen.

Wir glauben sie in den Aequatorialstreifen des Saturn und Jupiter, nämlich in den Streifen, welche mit den Aequatoren dieser Planeten nahezu parallel laufen, wiedererkennen zu müssen, deren Existenz die Beobachtung unzweifelhaft festgestellt hat. Da sie sich nicht mehr als geschlossener flüssiger Körper bewegen können, so müssen diese Nebeltheile in ihrer Bewegung mancherlei Veränderungen erleiden, deren Ursache wohl auf Gleichgewichtsstörungen zurückzuführen wäre. Die Hauptrichtung dieser Nebelströmungen geschieht aber stets nach einerlei Richtung, nämlich von West nach Osten, mit der Umdrehung der Planeten.

3. Wenn wir bei den inneren Planeten, Venus und Merkur, solche Aequatorialstreifen nicht bemerken, so dürfen wir noch nicht daraus schließen, daß solche gar nicht bestehen, weil wir die Dichte der die Planeten umkreisenden Nebularmasse von den äußeren Planeten nach innenhin mit der Breite der Ringschalen sehr abnehmend fanden. — Die Aequatorialstreifen der inneren Planeten mögen daher wohl von so geringer Dichte sein, daß sie sich der Beobachtung gänzlich entziehen.

4. Dagegen dürfen wir die Existenz solcher Streifen selbst bei unserer Erde mit ziemlicher Gewißheit annehmen und zwar aus folgendem Grunde. Bekanntlich hat man aus den gewöhnlichen Erscheinungen der Morgen- und Abenddämmerung die Höhe unserer atmosphärischen Luft zu etwa zehn g. Meilen berechnet. Nun schreibt man das Sichtbarwerden der Sternschnuppen gewiß mit Recht der Bewegung dieser Körper in einem widerstehenden Mittel zu, welches durch seine Reibung eine Wärmeerhöhung dieser Körperchen verursacht, die ihr Sichtbarwerden veranlaßt. Allein man hat gefunden, daß die Sternschnuppen schon in einer Höhe von dreißig und mehr Meilen sichtbar werden, also bevor sie in die Luftatmosphäre eindringen.

Es muß sich also auch schon in dieser Höhe ein widerstehendes Mittel vorfinden, und wir glauben dasselbe in um die Erde sich bewegenden, den Aequatorialstreifen des Jupiter und des Saturn ähnlichen Streifen, also in den Rückständen der Nebularmasse er-

kennen zu dürfen, durch welche die Erde ihre Rotation empfing. Vielleicht dürften auch die ſich zeitweiſe ergebenden abnormen Morgen- und Abendröthen in ſolchen Rückſtänden ihre Erklärung finden.

Wir dürfen annehmen, daß dieſer Reſtbetrag des früher geſchloſſen um die Erde und ſich dicht an ihrer Oberfläche bewegenden Nebels durch die aufſteigende ſpecifiſch ſchwerere atmoſphäriſche Luft gehoben worden ſei und ſich noch nach dem Keppler'ſchen Geſetze bewege, während die atmoſphäriſche Luft mit der Erde ſelbſt gleiche Umdrehung hat.

XII.

Die Sternschnuppen.

142.

Die (Stern-)Schnuppen und die Erdatmosphäre.

1. Wir sehen zeitweise am nächtlichen Himmel feurige Meteore aufleuchten, die wir (Stern=)Schnuppen nennen. Sie erscheinen plötzlich, markiren nur eine kleine Bahnstrecke unter sehr starker Winkelbewegung und verschwinden dann ebenso rasch als sie sichtbar wurden. Man war früher geneigt, ihnen einen atmosphärischen Ursprung beizumessen, später sie als Auswürfe von Mondvulcanen zu betrachten, ist aber jetzt längst darüber einig, daß sie kosmischen Ursprungs seien. Ihre durch Beobachtung hinlänglich nachgewiesene planetarische Geschwindigkeit läßt darüber nicht mehr den geringsten Zweifel obwalten.

2. Es weist schon ihre periodische, meistentheils jährliche Wiederkehr hierauf hin. — Und selbst bei einer vieljährigen Periode ihrer Wiederkehr sind wir nicht genöthigt, diesen Körperchen, wie fast allgemein geschieht, langgestreckte elliptische Bahnen wie den Kometen zu vindiciren, denn ein geringer Unterschied der Umlaufszeit zwischen ihnen und der Erde ist geeignet, solche vieljährige Perioden hinlänglich zu erklären.

3. Wir halten sie nämlich für das in kleinerem Maßstabe, was die Planetoiden in größerem sind. Sie erscheinen uns wegen ihrer Kleinheit nur in der Nähe, während die kleinen Planeten uns mit bewaffnetem Auge in großen Entfernungen sichtbar werden.

Aber ihre Entstehungsweise halten wir im Großen und Ganzen für dieselbe. Wir halten sie für verdichtete Elemente aus den Ausläufern vorhergehender Ringschalen nämlich der des Mars und der Planetoiden, wohl auch zum großen Theil verdichtete Rückstände aus der Ringschale der Erde selbst, welche sich in Bahnen bewegen deren Excentricitäten mit denen der Planetoiden wohl im Allgemeinen nahe übereinstimmen mögen.

4. Wir beobachten sie nur zur Nachtzeit, also nur diejenigen, welche die Erde zwischen sich und der Sonne haben, und schließen daraus, daß ihr momentaner Radiusvector größer sei wie der Bahnhalbmesser der Erde. Dabei wird allgemein angenommen, die Schnuppen würden wegen ihrer geringen Größe für uns nur sichtbar, wenn sie bei dem Eintritte in die Erdatmosphäre in Folge der hierdurch verursachten großen Reibung in derselben leuchtend werden — eine Annahme, mit welcher wir zugleich consequent die weitere verknüpfen, daß sie mit dem Austritte aus der Atmosphäre auch wieder aufhören sichtbar zu sein.

5. Jedoch ist nicht zu übersehen, daß erfahrungsgemäß dieses Sichtbarwerden größtentheils schon in einer Höhe erfolgt, welche die Grenze, welche die Theorie unserer Luftatmosphäre zuweist, bei weitem übersteigt. — Wir müssen daher jenseits jener theoretischen Grenze noch ein anderes widerstehendes Mittel als die Luftatmosphäre annehmen, und fanden bereits, daß unsere sehr elastische Luftatmosphäre auch jetzt noch von einer weniger dichten, höheren Schichte restirender Ringschalmassetheilchen umgeben wird. (141. 4.).

6. Diese wenig dichte Schichte hüllt also die elastische Luftatmosphäre ein, und wir gelangen somit zu der Erkenntniß, daß die Erdatmosphäre in zwei Hauptschichten von verschiedener Beschaffenheit zu theilen sei. — Die untere besteht aus dem elastischen Fluidum, das wir „Luft" nennen, die obere dagegen ist von einer zwar weit dünneren, aber weniger elastischen Flüssigkeit gebildet und rotirt nach dem Keppler'schen Gesetze. Doch werden die Schnuppen immer erst in einer relativ sehr kleinen Entfernung von der Erde dem Auge sichtbar. Ihr plötzliches Erscheinen und ihr rasches Verschwinden, nach Zurücklegung einer nur kleinen Bahnstrecke, machen übrigens eine exacte Beobachtung, wie sie zur

genauen Bestimmung ihrer Geschwindigkeiten nothwendig wäre, außerordentlich schwierig und unsicher.

7. Die Schnuppen erscheinen gewöhnlich dem Beobachter in leicht gekrümmten Bahnen, die concave Seite derselben nach der Erde gerichtet, und scheinbar auf dieselbe herabfallend. Mitunter werden aber auch senkrecht aufsteigende Schnuppen beobachtet, sowie solche, deren Bahnen sich einander kreuzen. Es weichen auch manche Bahnen von den gewöhnlichen Formen ab, zeigen sich geschlängelt, andere in ihrer Ebene verbogen, ja zuweilen werden Schnuppen beobachtet, welche ihre Richtung durchaus verlassen und unter unserer Beobachtung eine entgegengesetzte einschlagen.

Man will also diese anomalen Erscheinungen dem Widerstande zuschreiben, welchen diese kleinen Körper bei ihrem Durchgange durch die Erdatmosphäre von dieser erleiden.

8. Manchmal zeigen sich dem Beobachter viele Schnuppen auf einmal — sie scheinen dann gewöhnlich aus einem einzigen Punkte des Himmels, dem s. g. Radiationspunkte, auszustrahlen, oder ihre rückwärts verlängerten Bahnen schneiden sich in einem Punkte.

Wir sind nach unseren Ausführungen nicht im Zweifel, daß sich die Erde dann einer Stelle nähert, an welcher verdichtete, den früheren Polartheilen der Planetoiden- und Marsringschale auch der Erdringschale angehörige, kleine Körper gruppenweise die Ebene der Ekliptik durchschneiden. Da sich diese Erscheinungen jährlich, fast um dieselbe Zeit wiederholen, so heißen sie systematische oder periodische Schnuppen, zum Unterschiede von denen, welche vereinzelt auftreten, und welche man sporadische nennt.

143.

Graphische Darstellung einer Schnuppenbahn im Raume.

1. Ist die Bahnebene eines verdichteten Elementes aus dem oberen Ausläufer einer Ringschale unter einem größeren Winkel als 45° gegen die Ekliptik geneigt, so ist dieses auch mit dem symmetrischen Elemente aus dem unteren Ausläufer der Fall. Beide Elemente

bewegen sich also unter einem Winkel, der größer ist als 90° gegeneinander, d. h. sie sind gegenläufig, obgleich sich ihre Bestandtheile ihrer Hauptrichtung nach von West nach Osten bewegt hatten, also mit der Erde selbst gleichläufig waren. Nun kann sich ein solch verdichtetes Element bis zu einem Winkel von nahezu 90° gegen die Ekliptik bewegen; die symmetrischen Elemente können daher in Wirklichkeit auch nahezu gegeneinander laufen, also fast vollkommen gegenläufig sein.

2. Zur Versinnlichung des hier Gesagten stelle Fig. 27 die mit den Erdkugeln bezeichnete Kreislinie die Erdbahn, die Papierfläche also die Ebene der Ekliptik, vor. Hierzu sei Fig. 26 die Verticalprojection, also die Gerade E′ E die Ekliptik. Die Erde bewegt sich in derselben von West nach Osten, also — wenn wir die Punkte 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 unserer Figur als verschiedene Stationen der Erde in ihrem Laufe vor der Sonne her betrachten — von links nach rechts. Nehmen wir dagegen die verschiedenen Stationen 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 der Erde als auf ihrem Laufe hinter der Sonne hergehend an — so bewegt sich die Erde zwar von rechts nach links, aber immerhin von West nach Ost. Die Ellipse A A″ B B″ A, Fig. 26., sei nun die Bahn einer Schnuppe, d. h. die Bahn eines verdichteten Elementes aus dem oberen Ausläufer einer Ringschale, geneigt unter dem Winkel E′ A B″ gegen die Ekliptik. Die Ellipse A A′ B B′ A stelle dagegen die Bahn des symmetrischen Elementes aus dem unteren Ausläufer der Ringschale vor, geneigt unter dem gleichen Winkel E′ A A′. Es ist klar, daß, wenn jeder dieser Winkel weniger als 45° beträgt, auch die Summe beider, nämlich der Winkel B″ A A′, kleiner als 90° ist und daß mithin beide Körper als rechtläufig mit einander anzusehen sind. Uebersteigt dagegen jeder Winkel die Größe von 45°, so ist auch der Gesammtwinkel größer als 90° und die Bahnen beider Körper müssen als gegenläufig, d. h. die eine in Bezug auf die andere als rückläufig betrachtet werden.

3. Wenn es auch wenig wahrscheinlich ist, daß symmetrische Elemente gleichzeitig für unsere Wahrnehmung die Ekliptik passiren, so möchte ein solcher Fall nicht von der Möglichkeit ausgeschlossen sein.

4. Für die Beobachtung ist es von Wesenheit, ob die Schnuppe *vor* der Erde in ihrer Bahn oder *hinter* der Erde in ihrer Bahn die Ekliptik durchschneidet. Wäre z. B. die Erde in 1, wenn ein oberes Element in A (A) durch die Ekliptik geht, so würde sie dem Beobachter, dem es *oberhalb* der Ekliptik zur Wahrnehmung kommt, dieselbe in einem spitzen Winkel E' A B" schneidend, erscheinen. Dem Beobachter dagegen, der das Element *unterhalb* der Ekliptik wahrnimmt, erscheint dasselbe die Ekliptik unter dem stumpfen Winkel E' A A" zu durchschneiden. Gerade das Gegentheil findet statt bei der Beobachtung einer Schnuppe, welche die Ekliptik von unten nach oben durchschneidet. Dem Beobachter *oberhalb* erscheint dann die Schnuppe die Ekliptik unter einem *stumpfen* Winkel, demjenigen *unterhalb* dagegen unter einem *spitzen* Winkel zu durchschneiden. Das Umgekehrte findet jedoch statt, wenn die Beobachtung zu einem Zeitpunkte stattfindet, in welchem die Erde den Durchschnittsort der Ekliptik bereits verlassen hat, wenn die Erde also z. B. bereits in 2 eingetroffen wäre, während der Durchgang der Schnuppe in A (A) stattfindet.

Für die Beobachtung ist es also, trotz der Bewegung der Schnuppen von West nach Osten *ihrer Hauptrichtung nach*, nichts Besonderes, diese Bewegung als eine *rückläufige* zu finden.

144.

Die wirklichen Geschwindigkeiten der Schnuppen.

1. Zur Beurtheilung der wirklichen Geschwindigkeiten der Schnuppen wollen wir noch einmal darauf zurückkommen, daß nach der Entstehungsweise dieser kleinen Körper, wie sie unsere Theorie darlegt, ihre Bewegung, wie diejenige der Planeten selbst ihrer Hauptrichtung nach von West nach Osten stattfindet, und daß dieselbe unter einem sowohl nördlich als südlich von der Ebene der Erdbahn abweichenden Elongationswinkel, der bis zu 90° betragen kann, erfolgt.

2. Da wir die Schnuppen nur in der Nähe der Erde selbst beobachten können, so ist ihre Beobachtung auch nur dann möglich,

wenn sie sich in der Nähe der Ekliptik befinden, diese Ebene also zu durchschneiden im Begriffe stehen, oder auch bereits durchschnitten haben.

Wir messen ihnen für gewöhnlich einen etwas größeren Bahnhalbmesser wie der Erde zu, und hiernach könnte auch ihre Geschwindigkeit kleiner sein, wie diejenige der Erde in ihrer Bahn.

Auf alle Fälle sind ihre Bahnen, immerhin Ellipsen, wenn auch nicht langgestreckte; und da die Möglichkeit vorliegt, daß sie uns zum Theil in der Nähe ihrer Perihelien sichtbar werden, so dürfen wir bei ihrer Beobachtung auch die Annahme einer größeren Geschwindigkeit als die mittlere der Erde in ihrer Bahn nicht ausschließen. Eine andere Ursache, den Schnuppen bei ihrer Beobachtung momentan eine größere Geschwindigkeit wie der Erde zuzugestehen, liegt in der Einwirkung der Anziehung dieser auf jene. Diese Anziehung konnte, wenn sie auch im Einzelfall, wegen des raschen Vorübergehens beider Körper an einander, nur ganz unbedeutend wirkte, doch im Laufe der Zeiten zu einer merklichen Größe anwachsen. Wir kommen nach diesen Betrachtungen also zu dem allgemeinen Schlusse, daß die Schnuppen mit der Erde nahezu gleiche Geschwindigkeiten haben, beziehungsweise daß sie die Geschwindigkeit unseres Planeten zum Theil nur um ein Weniges übersteigen, zum Theil ebenso nur wenig hinter ihr zurückbleiben können.

145.

Die scheinbaren Geschwindigkeiten der Schnuppen.

1. Schnuppen, welche sich uns in genau von West gegen Osten oder auch von Ost gegen Westen gehender Richtung zeigen, dürfen wir, als sich sehr nahe an der Ekliptik herbewegend und gleichsam mit derselben parallel laufend erklären. — Denn wenn es auch für unsere Gegenden möglich wäre, eine solche Schnuppe noch 100 Meilen über dem Nordpole der Ekliptik, also etwa 958 g. M. (= r) über ihrer Ebene erhaben zu beobachten, so würde doch die trigometrische Tangente ihres Neigungswinkels α nur eine sehr kleine sein, und α würde betragen, nämlich:

$$\log r = 2{,}9813655 = \log 958;$$
$$\log \mathfrak{Z} = 7{,}3002304 \qquad (71.\ 5.)$$

$$\log \operatorname{tg} \alpha = 0{,}6811351 - 5; \qquad \alpha = \text{noch nicht } 10''.$$

2. Schnuppen, von welchen wir annehmen, daß sie sich wie die Erde genau von West nach Osten um die Sonne bewegen, und welchen wir bald eine etwas größere, bald eine etwas kleinere Geschwindigkeit als der Erde zuerkennen, werden Letztere bald einholen, bald von ihr eingeholt werden. Ein solcher Körper nun, welchen die Erde einholt, wird uns, weil wir selbst von der Bewegung der Erde in ihrer Bahn nicht das Geringste wahrnehmen, so erscheinen, als bewege er sich der Erde *entgegen*, nämlich von Ost nach Westen, während in der That seine Bewegung doch von West nach Osten stattfindet. Ein Körper aber, von welchem die Erde selbst eingeholt wird, wird sich uns auch stets von West nach Osten gehend zeigen.

3. Aus dieser einfachen Betrachtung, bei welcher es sich blos um die *parallele* Bewegung zweier Körper handelt, erhellet schon, welchen Täuschungen wir bei der Beobachtung der Bewegungen der Schnuppen überhaupt ausgesetzt sind, und daß wir, wenn sich die Schnuppe von *der* Richtung *her*zubewegen scheint, *nach* welcher sich die Erde *hin*bewegt, noch nicht schließen dürfen, daß die wirkliche Bewegung der Ersteren derjenigen der Erde entgegengesetzt sei.

4. Nur wenn bei der parallelen Bewegung die Erde von der Schnuppe *eingeholt* wird, ist die *scheinbare* Bewegungsrichtung der Schnuppe auch mit ihrer wirklichen, nämlich von West nach Osten, *übereinstimmend*. Dagegen wird aber in beiden Fällen die beobachtete Geschwindigkeit der Schnuppe nicht mit deren *wirklicher Geschwindigkeit* übereinstimmen.

Wir werden bezüglich der parallelen Bewegung leicht folgende Regeln aufzustellen haben.

Ist die *beobachtete* Geschwindigkeit einer mit der Erde parallel sich bewegenden Schnuppe gleich B, ihre *wirkliche* gleich S, und diejenige der Erde in ihrer Bahn gleich E, so ist für die genaue

westöstliche Richtungsbewegung

5. $B = S - E$ oder $S = E + B$

für die

ostwestliche Richtungsbewegung

aber

6. $B = E - S$ oder $S = E - B$

Oder, bewegt sich eine Schnuppe genau von West nach Osten, so haben wir der bekannten Bewegung der Erde die beobachtete Bewegung der Schnuppe hinzuzufügen, bei einer scheinbaren Bewegung von Ost nach Westen aber von der Bewegung der Erde die beobachtete Bewegung abzuziehen, um die wirkliche Bewegung der Schnuppe zu erhalten.

Erfolgt endlich die Bewegung der Schnuppe nicht genau von West nach Osten oder umgekehrt, sondern in nördlich oder südlich hiervon abweichender Richtung, so ist zur Bestimmung der wirklichen Geschwindigkeit der Schnuppe auch noch der Elongationswinkel ihrer Bahn mit in die Rechnung einzuführen.

146.

Die Elongationswinkel der Schnuppen.

Es stelle in Fig. 23. E T in Größe und Richtung die Bahngeschwindigkeit der Erde E vor, desgleichen bezeichne O T in Größe und Richtung die Bahngeschwindigkeit einer Schnuppe O.

Ist der Winkel O T E, unter welchem sich beide Richtungen schneiden, $< 90°$, so sind beide Körper in ihrer Hauptrichtung von West nach Osten mit einander übereinstimmend; wäre aber O T E $> 90°$, so müßten wir beide Richtungen als einander gegenläufige betrachten.

Nun wird bekanntlich die Geschwindigkeit und Richtung der relativen Bewegung der Schnuppe in Bezug auf die Erde in Größe und Richtung durch die Diagonale O E des aus O T und E T construirten Parallelogramms O T E U ausgedrückt. Wenn man

ſtatt einer einzigen Schnuppe einen Strom ſolcher Körperchen hat, welche parallele Bahnen mit gleicher Geſchwindigkeit beſchreiben, ſo wird ſie der Beobachter auf der Erde ſich ſo aufeinander folgen ſehen, als ob der Strom die Richtung und Geſchwindigkeit O E hätte; er wird alſo den Radiationspunkt längs der Geſichtslinie ſehen, die von O nach E gerichtet iſt. Der Winkel O T E iſt die wahre Elongation, welche die Richtung der Schnuppe mit derjenigen der Erde bildet, während O E T die ſcheinbare Elongation iſt; d. h. diejenige, welche in Wirklichkeit beobachtet wird.

Wir haben alſo hier fünf Elemente, nämlich:

1. Die Geſchwindigkeit E T = c der Erde,
2. die wirkliche Geſchwindigkeit O T = b der Schnuppe,
3. die ſcheinbare Geſchwindigkeit O E = a der Schnuppe,
4. die wirkliche Elongation O T E = α,
5. die ſcheinbare Elongation O E T = β.

Aus der Betrachtung des Dreiecks O T E laſſen ſich leicht zwiſchen dieſen fünf Elementen drei Beziehungen feſtſtellen. Wären drei von dieſen fünf Elementen gegeben, ſo ließen ſich die beiden anderen daraus herleiten.

Die erſte dieſer fünf Größen iſt ſtets eine bekannte Größe, die dritte und fünfte ergeben ſich durch die Beobachtung, und die zweite und vierte würden ſich dann leicht durch die Rechnung finden laſſen.

Wir erhalten:

6. $$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta}$$

7. $$\sin\alpha = \frac{a}{b} \cdot \sin\beta.$$

Man erſieht bei Betrachtung des Dreiecks O T E auf den erſten Blick, daß für die Bedingung

8. $\alpha > \gamma > \beta$ oder $\alpha > \beta > \gamma$

auch ſein muß:

9. $a > c > b$ oder $a > b > c$.

Es folgt hieraus:

10. Der Werth a der *scheinbaren* Geschwindigkeit der Schnuppe wächst, unter sonst gleichen Umständen mit der Größe des *wirklichen* Elongationswinkels α. Die scheinbare Geschwindigkeit a der Schnuppe kann mithin auch *größer sein wie die wirkliche* b, letztere mag hierbei kleiner, gleich oder größer sein wie die wirkliche Bahngeschwindigkeit c der Erde.

11. Wäre $a = 0$, so würde sich aus 6) finden: $b = c$; die Schnuppe würde dann genau mit der Erde gleiche Geschwindigkeit haben, und müßte sich dem Auge als ein unbeweglicher Punkt darstellen.

12. Denken wir uns, der wirkliche Elongationswinkel $OTE = \alpha$ würde größer als 90°, so würde die Hauptrichtung der Schnuppe mit der Richtung der Erde in ihrer Bahn scheinbar nicht mehr übereinstimmen, — sie würde *rückläufig* erscheinen.

In diesem Falle würde, weil α ein stumpfer Winkel des Dreiecks OTE ist, die scheinbare Geschwindigkeit $OE = a$ *stets größer* sein müssen, wie die wirkliche $OT = b$, und zugleich *stets größer* wie die Geschwindigkeit $ET = c$ der Erde in ihrer Bahn.

Für $\alpha = 180°$ würde $a = c + b$, die scheinbare Geschwindigkeit der Schnuppe also ihrer wirklichen Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn zusammengenommen gleich sein.

147.

Ihre scheinbare Elongation und Geschwindigkeit im Vergleich zu ihrer wahren.

Um aus dem *wahren* Elongationswinkel α und der *wahren* Geschwindigkeit b einer Schnuppe für den *scheinbaren* Elongationswinkel β und die *scheinbare* Geschwindigkeit a nahe Vergleichungspunkte zu erhalten, wollen wir Letztere aus Ersteren von 5 zu 5° bestimmen, dabei aber die *wahre* Geschindigkeit der Schnuppe gleich einer mittleren annehmen, und sie der Geschwindigkeit c der Erde in ihrer Bahn gleich, und zwar gleich 1 setzen.

Da wir die Möglichkeit erkannten, daß sich Schnuppen auch rückläufig zeigen, so werden wir unsere Berechnung, von 0° der wahren Elongation anfangend, über 90° ausdehnen und, da uns die Grenze der scheinbaren Rückläufigkeit unbekannt ist, selbst bis zu 180° fortsetzen.

Wir bemerken hierbei, daß in dem vorliegenden Falle, in welchem es sich um die Auflösung eines gleichschenkeligen Dreiecks handelt, in welchem also die Winkel γ und β an der Grundlinie a (Fig. 23.) stets einander gleich sind, für $\alpha = 0$, der Werth von $\beta = 90°$ ist.

Wäre dagegen $c > b$, also auch $\gamma > \beta$, so würde, für $\alpha = 0$, auch $\beta = 0$ und $\gamma = 180$ Grad sein; wäre aber $c < b$, also auch $\gamma < \beta$, so würden wir, für $\alpha = 0$, haben: $\gamma = 0$ und $\beta = 180$ Grad.

Nachstehende Tabelle enthält die Resultate für unseren angenommenen Fall $b = c$.

Wahre Elongation α	Scheinbare Elongation β	Scheinbare Geschwindigkeit a	Wahre Elongation α	Scheinbare Elongation β	Scheinbare Geschwindigkeit a
0	90°. 0′	0,000	50	65	0,845
5	87.30	0,087	55	62.30	0,923
10	85	0,174	60	60	1,000
15	82.30	0,261	65	57.30	1,074
20	80	0,347	70	55	1,147
25	77.30	0,433	75	52.30	1,218
30	75	0,518	80	50	1,286
35	72.30	0,601	85	47.30	1,351
40	70	0,684			
45	67.30	0,765	90	45	$\sqrt{2}$

Wahre Elongation α	Scheinbare Elongation β	Scheinbare Geschwindigkeit a	Wahre Elongation α	Scheinbare Elongation β	Scheinbare Geschwindigkeit a
95	42°. 30	1,475	140	20	1,879
100	40	1,532	145	17.30	1,907
105	37.30	1,586	150	15	1,931
110	35	1,638	155	12.30	1,953
115	32.30	1,687	160	10	1,970
120	30	1,732	165	7.30	1,983
125	27.30	1,774	170	5	1,992
130	25	1,813	175	2.30	1,998
135	22.30	1,848	180	0	2,000

Die hier verzeichneten Werthe von a sind mit der Bahngeschwindigkeit c der Erde zu multipliciren, um die scheinbaren Geschwindigkeiten a der Schnuppen in Meilen ausgedrückt zu erhalten.

Wir ersehen aus dieser Tabelle im Allgemeinen, daß die scheinbaren Elongationen abnehmen und die scheinbaren Geschwindigkeiten zunehmen, wenn die wahren Elongationen wachsen; daß nur der scheinbare Elongationswinkel von 60° dem wahren gleich ist, daß dies aber auch bei diesem gleichsam nur in einem entgegengesetzten Sinne — wie bei den gegenüberliegenden Winkeln an der Grundlinie eines gleichschenkeligen Dreiecks — der Fall ist, von dessen gleichen Seiten die eine die wahre, die andere die scheinbare Richtung der Schnuppe bezeichnen.

148.

Ihre paraboliſchen Geſchwindigkeiten.

Wir gingen bisher von der Annahme aus, daß sich die Erde nicht in einer Ellipse, sondern in einem Kreise um die Sonne be-

wegte, und haben unter dieser Voraussetzung in diesem Abschnitte ihre Geschwindigkeit $c = 1$ gesetzt.

Denken wir uns dagegen ihre tangentiale Bewegung in irgend einem Punkte ihrer Bahn plötzlich verstärkt, also größer als 1, so müßten wir von obiger Annahme absehen und könnten eine Kreisbewegung nicht mehr in Betracht ziehen wollen. —

Wäre nun die Geschwindigkeit c größer als 1, aber kleiner als $\sqrt{2}$, so würde die Kreisbahn in eine Ellipse übergehen und die Erde nach einer bestimmten Umlaufsperiode wieder zum Anfangspunkte zurückkehren. Wäre aber $c = \sqrt{2}$, oder c größer als $\sqrt{2}$, so würde die Erde in ihrer Bahn im ersten Falle eine Parabel, im zweiten eine Hyperbel beschreiben und es würde dann keine Rückkehr stattfinden können.

Diese Betrachtung können wir auf alle Körper, welche sich mit einem Halbmesser gleich dem der Erdbahn (oder mit einem diesem nahen Halbmesser) um die Sonne bewegen, übertragen. Es würden also auch die Schnuppen, deren wirkliche Geschwindigkeit größer als 1, aber kleiner als $\sqrt{2}$ wäre, sich in (weniger oder mehr gestreckten) Ellipsen und, wenn ihre Geschwindigkeit gleich $\sqrt{2}$ oder größer als $\sqrt{2}$ wäre, sich in einer Parabel oder in Hyperbeln um die Sonne bewegen — sich also aus deren Bereich entfernen.

Nun will man beobachtet haben, daß sich die meisten Schnuppen mit nahezu paraboliſcher, ja mit hyperboliſcher Geschwindigkeit bewegen, und schließt daraus, daß ihre Bahnen langgestreckte Ellipsen oder auch Hyperbeln beschreiben.

Wir ersehen indessen aus obiger Tabelle, daß für die wahre Elongation, $\alpha = 60°$, die scheinbare Geschwindigkeit mit der wahren Geschwindigkeit gleich ist, daß Erstere aber von hier aus mit der wahren Elongation wächst, während gleichzeitig die scheinbare

Elongation abnimmt. Ferner erhellet, daß sich die scheinbare Geschwindigkeit bis zur zunehmenden wahren Elongation von 90° (oder bis zur abnehmenden scheinbaren Elongation von 45°) beständig der paraboliſchen Geſchwindigkeit nähert, ſowie, daß wenn die wahre Elongation den Winkel von 90° überſteigt (oder die ſcheinbare Elongation unter den Winkel von 45° herabgeht), die ſcheinbare Geſchwindigkeit ſogar in die hyperboliſche übergeht. Und alles dies unter der Vorausſetzung, daß die Geſchwindigkeiten der Erde in ihrer Bahn ſowie der Schnuppen einander gleich ſeien.

Dieſe Betrachtungen bringen uns beſonders lebhaft die Schwierigkeiten zur Anſchauung, welche bei dem plötzlichen Erſcheinen, der kurzen Sichtbarkeit und dem raſchen Verſchwinden der Schnuppen, mit einer zur Bahnbeſtimmung nur einigermaßen genügenden Beobachtung verknüpft ſind.

149.

Graphiſche Darſtellung einer ſichtbaren Schnuppenbahn.

1. Es ſtelle Fig. 28. die Vertical-, und Fig. 29. die Horizontalprojection der Erde vor; die Papierfläche ſei für letztere die Ebene der Ekliptik, welche ſich in der Verticalprojection als Baſis, nämlich als Linie E E′, projicirt. Die Gerade E E′ oben und R R′ unten bezeichne die Richtung der Erdbahn, und P′ S, ſenkrecht auf R R′, ſei die Richtung, in welcher ſich die Sonne befindet. Alſo bezeichnet die durch m′ q′ ſenkrecht auf P′ S und zugleich ſenkrecht auf die Ebene des Papiers (oder die Ekliptik) errichtete Ebene die Grenze zwiſchen der Tag- und Nachtſeite der Erde. In der Verticalprojection wird die Tagſeite von der Nachtſeite durch die Ellipſe m″ g q″ f m″ getrennt, die ſichtbare Nachtſeite alſo durch g h f q″ g dargeſtellt.

2. Der mit dem Umfange der Kugel in beiden Projectionsebenen gezogene größere concentriſche Kreis bedeute die Grenze der Erdatmoſphäre. In dem Parallelogramm O T E U ſtelle die Seite O T in Größe und Richtung die Bahngeſchwindigkeit einer Schnuppe vor, dieſelbe ſchneidet alſo die Ebene der Ekliptik unter dem Winkel

O T E; ihre wirkliche Bewegung geschieht von Nord-West nach Süd-Ost. Die Seite E T des Parallelogramms bezeichne aber nicht allein die Richtung, in welcher sich die Erde in ihrer Bahn bewegt, sondern zugleich auch ihre Geschwindigkeit. —

3. Es sei überdies O T < E T; die Erde hole die Schnuppe ein, so wird sich Letztere dem Auge des Beobachters in Größe und Richtung ihrer Bewegung in der Diagonale O E darstellen; ihre scheinbare Bewegung wird also ihrer wirklichen in der Hauptrichtung entgegengesetzt sein, sie wird von Nord-Ost nach Süd-West erfolgen; ihre scheinbare Geschwindigkeit O E aber wird in vorliegendem Falle größer sein, wie ihre wirkliche O T.

4. In Fig. 29. (28.) tritt dann die Schnuppe in dem Punkte d′ (d″) in die Erdatmosphäre ein und verläßt dieselbe in dem Punkte b′ (b″).

5. Denkt man sich nun durch die sichtbare Schnuppenbahn d′ b′ (d″ b″) und durch den Mittelpunkt P′ (P″) der Erde eine Ebene gelegt, so schneidet dieselbe die Kugel in einem größten Kreise .. k′ e′ l′ .. (.. k″ e″ l″ ..). Die in dieser Ebene von dem Mittelpunkte der Erde auf die Richtung der Schnuppe gefällte Senkrechte P′ a′ (P″ a″) halbirt die sichtbare Schnuppenbahn d′ b′ (d″ b″) in dem Punkte a′ (a″) und geht durch einen Punkt e′ (e″) der Erdoberfläche, der ein Punkt jenes größten Kreises ... k′ e′ l′ ... (... k″ e″ l″ ...) ist. — Aber dem Beobachter in e′ (e″) scheint die Schnuppe genau im Zenith in der Richtung von Nord-Ost nach Süd-West sich zu bewegen, während sie dem Beobachter in k′ (k″) in Süd-Westen senkrecht zu fallen, und dem in l′ (l″) in Nord-Osten senkrecht aufzusteigen scheint. Bezeichnet der Kreis k′ o′ p′ k′ (k″ o″ p″ k″) den Horizont für den Punkt e′ (e″), so ist ersichtlich, daß für jeden Punkt dieses Kreises die Richtung der Schnuppe scheinbar eine andere ist. —

6. Wir ersehen hieraus, daß sich je nach dem Standpunkte des Beobachters die scheinbare Richtung derselben Schnuppe immer in anderer Weise projicirt, und es folgt daraus, daß zu ihrer sicheren Bestimmung ihre Beobachtung mindestens von zwei verschiedenen Standpunkten aus geschehen muß. Die Beobachtung hat aber nicht

allein die scheinbare Richtung, sondern auch die scheinbare Geschwindigkeit festzustellen. Die wirkliche Richtung und Geschwindigkeit ergeben sich hiernächst durch eine einfache Rechnung.

7. In der Fig. 29. ist die Erde in Bezug auf die Lage ihrer Rotationsaxe und ihrer Stellung gegen die Sonne so dargestellt, wie sie sich im Monat August wirklich befindet. Sechs Monate später, im Februar, hat sie aber, bei ungeänderter Lage ihrer Rotationsaxe gegen die Himmelspole, eine entgegengesetzte Stellung gegen die Sonne. Die Sonne steht dann in der Richtung nach S', die Erde bewegt sich von E' nach E (von R' nach R) und Tag- und Nachtseite wechseln in der Figur ihre Lage.

8. Bezüglich einer Schnuppe, welche im Februar mit einer solchen im August eine analoge Bewegung hätte, könnte es sonach nicht schwer fallen, auch jetzt ihre scheinbare Richtung, sowie ihre Projection auf die Erdoberfläche zu bestimmen.

Und dieselbe Bemerkung wird für jeden Punkt der Erdbahn, in welchem die Erdatmosphäre von einer Schnuppe geschnitten wird, als zutreffend zu gelten haben.

9. Die ausgeführte Construction einer Schnuppenbahn giebt uns ferner hinlängliche Auskunft über die Möglichkeit des Sichtbarwerdens der in Betracht gezogenen kleinen Körper. Es ist klar, daß wenn die wahre Bewegung der Schnuppe, anstatt in der Linie O T vor sich zu gehen, etwa in der mit ihr parallelen Richtung U E, oder in irgend einer anderen mit ihr parallelen Richtung erfolgte, und diese die Ebene E E' der Ekliptik in einem Punkte schneiden würde, den die Erde mit ihrer Atmosphäre bereits verlassen hat, ihr Durchgehen durch die Erdatmosphäre, und mithin auch ihr Sichtbarwerden unmöglich wäre.

10. Es erklärt sich auch hieraus, warum bei den systematischen Schnuppen, oder denjenigen von regelmäßiger Wiederkehr, welche Parallelströme bilden, die Intensität der jährlichen Wiederkünfte nicht constant ist. Denn es ist ersichtlich, daß, wenn auch der Strom bei einem Durchgange durch die Ebene der Ekliptik, vor dem Anlangen der Erde in dem Schneidungspunkte seiner ganzen Breite nach eintrifft, ein geringes Zurückbleiben bei dem folgenden Durchgange uns nur einen Theil des Stromes zur Beobachtung kommen läßt.

Dasselbe Ergebniß würde allerdings auch bei einem geringen Vorrücken des Stromes eintreten müssen.

11. Wir haben bei der Construction der Schnuppen, beziehungsweise bei der Construction des Parallelogramms O T E U, angenommen, daß die Seite O T, welche uns die wahre Geschwindigkeit in Größe und Richtung der Schnuppe ausdrückt, die Ekliptik E E′ in dem Moment mit ihrem Anfangspunkte T erreicht, in welchem dieser Punkt selbst von der Erde noch nicht eingeholt ist. Hätte dagegen der Anfangspunkt T der wirklichen Schnuppenbahn die Ekliptik E E′ noch nicht erreicht, wann die Erde bereits in P″ eintrifft, wäre er vielmehr beispielsweise dann erst bis zu dem Punkte O gelangt, so würde auch dieser Punkt sich noch in O′ befinden, und die Diagonale O′ U, an Größe und Richtung der Diagonale O E gleich, würde die Erdatmosphäre nicht zu schneiden vermögen. Die Schnuppe würde also nicht zur Beobachtung kommen können.

Hätte aber im Gegentheil, bei dem Stande der Erde in P″, die wahre Bewegung der Schnuppe die Ekliptik E E′ bereits überschritten, und wäre hierbei der Anfangspunkt T nach T′, also O nach dem Endpunkte T gelangt, so würde uns nunmehr die Diagonale T E″, welche ebenfalls in Größe und Richtung mit der Diagonale O E übereinstimmt, die scheinbare Größe und Richtung der Schnuppe angeben. Es würde in diesem Falle ein wirkliches Durchstreifen der Schnuppe durch die Erdatmosphäre stattfinden, welche sich der Beobachtung darstellte.

12. Es folgt aus dieser Betrachtung, daß für die Möglichkeit der Beobachtung von Schnuppen, auch wenn sie *vor* der Erde die Ekliptik durchschneiden, sich doch für das Sichtbarwerden von Schnuppen, welche von Norden kommen, oberhalb und unterhalb der Ebene der Erdbahn verschiedene Grenzen ergeben, die oberhalb enger und unterhalb weiter gestreckt sind. Für Schnuppen, welche von Süden kommen, erhalten wir dagegen das entgegengesetzte, aber analoge Ergebniß.

13. Es geht aus unserer Darstellung hervor, daß von den Schnuppen, welche die *Erdatmosphäre* durchstreichen, eine größere Zahl der Erde in ihrem Laufe von *vorn* begegnen, als auf der von der Erde bereits zurückgelegten Bahn *hinter* derselben. Und

weiter ergiebt sich daraus, daß der Beobachter auf der Erde gegen Morgen mehr Schnuppen zu sehen bekommt, als in der Vornacht, weil sich die Erde vermöge ihrer Rotation nach vornhin wendet.

Wir nehmen daher auch die größere Häufigkeit der Schnuppen, die sich für den Beobachter des Morgens ergiebt, durchaus für unsere Theorie in Anspruch; d. h. wir halten es zur Erklärung dieser größeren Häufigkeit sowie ihrer periodischen Veränderungen nicht für nöthig, den Schnuppen eine nahezu parabolische Geschwindigkeit beizumessen.

150.

Geschwindigkeitsveränderung der Schnuppen durch ihre Bewegung in einem widerstehenden Mittel.

Eine jede gerade Linie projicirt sich bekanntlich auf eine Ebene, sowohl geometrisch wie perspectivisch, stets wieder als eine gerade Linie. Kommt uns von der Bahn einer Schnuppe nur ein sehr kleiner Theil zur Beobachtung, so betrachten wir den Theil des Himmelsgewölbes, an welchem uns ein solcher Körper vorüberzugehen scheint, als eine Ebene, und der beobachtete Bahntheil der Schnuppe markirt sich als eine kurze gerade Linie. Zeigt uns dagegen die Schnuppe einen größeren Theil ihrer Bahn, so erscheint derselbe, wegen seiner Projection an dem Himmelsgewölbe, als ein Theil einer größten Kreislinie. Diese Erscheinungen bilden wohl die Regel.

Manche Schnuppen zeigen jedoch, wie bereits erwähnt, ausnahmsweise Krümmungen von verschiedenartiger Gestalt, und wir haben schon, in (147.) angeführt, daß man allgemein solche unregelmäßige Erscheinungen dem Widerstande des Mittels (nämlich der Erdatmosphäre, in welcher sie sich während ihrer Beobachtung bewegen), zuschreibt. Es wird daher geboten erscheinen, dieses Hinderniß der Bewegung etwas näher in's Auge zu fassen, weil auch die Schnuppen von regelmäßiger Gestalt sich in diesem widerstehenden Mittel bewegen.

Bei dem Durchgange eines festen Körpers durch einen flüssigen werden Theile des Letzteren nicht auszuweichen vermögen und sich *vor* dem festen Körper ansammeln. Hierdurch erhält derselbe einen Widerstand, der seine Geschwindigkeit vermindert und es ist begreiflich, daß dieser Widerstand mit der Menge der sich vor dem Körper anhäufenden Flüssigkeit wachsen muß. Je größer nun die Geschwindigkeit des sich bewegenden Körpers ist, desto weniger Zeit bleibt der angesammelten Flüssigkeit, sich wieder von ihm zu entfernen, und desto mehr flüssige Masse wird dem durchgehenden Körper widerstehen. — Das Hinderniß oder der Widerstand wächst also mit der Geschwindigkeit.

Bei *sehr großen* Geschwindigkeiten wird sich außerdem *hinter* dem bewegten Körper zugleich ein leerer Raum bilden, weil die Flüssigkeit nicht Zeit hat, sich alsbald wieder zu schließen. Hierdurch wird der Widerstand relativ vergrößert, also die Geschwindigkeit weiter vermindert.

Das Gesetz, nach welchem sich die Geschwindigkeit eines Körpers in Folge des Widerstandes des Mittels abändert, ist zwar noch nicht befriedigend gelöst, man nimmt jedoch bei einem geringeren Maße der Bewegung im Allgemeinen an, daß der Widerstand eines nämlichen Mittels dem Quadrate der Geschwindigkeit des darin bewegten Körpers proportional sei, bei einem größeren aber bedeutend schneller zunehme.

Es ist indessen bei der Betrachtung des Widerstandes auch noch Rücksicht zu nehmen auf die *Gestalt*, *Masse* und *Dichte* des bewegten Körpers.

Setzen wir für zwei bewegte Körper gleiche Dichte und die Kugelgestalt zu den Halbmessern R und r voraus, so werden sich die bezüglichen Widerstände W und w bei gleicher Anfangsgeschwindigkeit zu einander verhalten wie die Flächeninhalte ihrer größten Kreise. Wir werden also haben:

1. $$W : w = R^2 : r^2.$$

Dagegen werden die bezüglichen Kräfte K und k, mit welchen die bewegten Körper dem Mittel widerstehen, im cubischen Verhältnisse der Halbmesser stehen. Es wird also sein:

2. $$K : k = R^3 : r^3.$$

Aus beiden Verhältnissen ergiebt sich:

3. $$\frac{K}{W} : \frac{k}{w} = R : r$$

d. h. die Verhältnisse von Kraft des bewegten Körpers zum Widerstand des Mittels verhalten sich zu einander wie die Halbmesser der bewegten Kugeln.

Es folgt hieraus, daß unter sonst gleichen Umständen der größere Körper den Widerstand des Mittels leichter wältigt, also weniger an seiner Geschwindigkeit durch den Luftwiderstand einbüßt, wie der kleinere.

Die Artillerie hatte schon längst vor Einführung gezogener Geschütze die Wahrheit dieses Satzes praktisch verwerthet, indem sie zur Erhaltung größerer Tragweiten Geschütze größeren Calibers anwendete. Geschosse von größerem Caliber erhalten bei gleichen Anfangsgeschwindigkeiten gestrecktere Bahnen und erzielen dadurch größere Tragweiten wie solche von kleinerem — eben weil sie weniger an Geschwindigkeit verlieren.

Da wir nun nicht alle Schnuppen als von gleicher Größe und gleicher Dichte annehmen können, so folgt, daß auch nicht alle diese Körper bei ihrem Durchgange durch die Erdatmosphäre gleiche Geschwindigkeitsverluste erleiden — selbst unter der Voraussetzung, die Dichte des widerstehenden Mittels wäre an allen Stellen dieselbe.

Der Widerstand der Schnuppen, welchen sie durch das widerstehende Mittel der oben geschilderten Atmosphäre erleiden, ist jedoch nicht nach allen Richtungen hin mit demjenigen genau übereinstimmend, welchem Kanonenkugeln bei dem Luftwiderstande ausgesetzt sind. —

Wenn wir die Anfangsgeschwindigkeit einer Kanonenkugel zu etwa 325 Meter annehmen, und die mittlere Bewegung der Schnuppen etwa der Erde in ihrer Bahn gleichsetzen, so zeigt eine einfache Rechnung, daß Letztere Erstere nahe 100mal an Geschwindigkeit übertrifft.

Dagegen ist das Mittel, welches diese kleinen Himmelskörper durchschneidet, sehr viel dünner und nicht elastisch wie unsere

Luftschichte, in welcher wir mit Geschossen Experimente anstellen — und wir können es dahingestellt sein lassen, ob nicht die größere Geschwindigkeit durch das dünnere Mittel compensirt werde?

151.

Unterschied des Widerstandes zwischen einem bewegten und ruhenden Mittel.

Einen dritten, wesentlichen Punkt bei Vergleichung beider Arten von Widerständen finden wir darin, daß das Mittel, in welchem die Kanonenkugel an Geschwindigkeit verliert, als ein ruhendes anzusehen ist, während die Flüssigkeit, in welcher sich die Schnuppe an der Oberfläche der Erde vorüber bewegt, selbst wenn wir von der Umdrehung um ihre Axe absehen, als beweglich gelten muß, weil sie mit der Erde in ihrer Bahn gleiche Geschwindigkeit hat. Es kommt daher bei Beurtheilung des Widerstandes, den eine Schnuppe durch ihre Bewegung in der sehr dünnen atmosphärischen Schichte findet, ganz vorzüglich auf den Winkel an, unter welchem diese Schichte geschnitten wird.

Zur Ermittelung des Widerstandes nun, welchen eine Schnuppe durch das bewegte Mittel erleidet, sei, in Fig. 30., $UTE = \alpha$ der wahre Elongationswinkel der Schnuppenbahn und es bezeichne $ET = c$ die Richtung und wahre Geschwindigkeit der Erde (also auch diejenige der Erdatmosphäre), $UT = b$ dagegen diejenige der Schnuppe.

Denken wir uns die Geschwindigkeit ET, mit welcher sich die Erde bewegt, in zwei Theile zerlegt, von welchen nur der eine mit der Richtung UT der Schnuppe übereinstimmt, so wird uns, wenn wir EJ auf TH senkrecht fällen, TJ diesen Theil bezeichnen, und es wird also $(UT - TJ =) UJ$ sein, das den Widerstand w des bewegten Mittels für die Schnuppe vorstellt. Andererseits bringt $EJ = c \cdot \sin \alpha$ $(= S)$ die Seitencomponente zur Anschauung, welche die Schnuppe zwar von ihrer geraden Richtung ablenkt, dabei aber auf Veränderung der Geschwindigkeit nicht einwirkt. —

Es ist aber $UJ = HJ - HU = HJ - (ET - UT)$, also

1. $$w = c \cdot \mathrm{sinv}\, \alpha - (c - b).$$

Hieraus folgt

2. $$w = c\left(\frac{b}{c} \mp \cos\alpha\right).$$

Wir wollen zunächst wieder den einfachsten Fall in Betracht ziehen, wenn nämlich die wirklichen Geschwindigkeiten der Erde und Schnuppe einander gleich und gleich 1 sind. Für diesen Fall ist dann:

3. $$w = 1 \mp \cos\alpha$$

Nachstehende Tabelle enthält diese Widerstände von 5 zu 5° für alle Winkel von 0° bis 180° der wahren Elongation unter der Voraussetzung berechnet, daß die Geschwindigkeiten der Erde in ihrer Bahn und der Schnuppe einander gleich und gleich 1 seien.

Wahre Elongation α	Scheinbare Elongation β	Widerstand des Mittels w	Seitencomponente S	Wahre Elongation α	Scheinbare Elongation β	Widerstand des Mittels w	Seitencomponente S
0	90°	0,000	0,000				
5	87.30	0,004	0,087	95°	42°30′	1,087	0,996
10	85	0,015	0,174	100	40	1,174	0,985
15	82.30	0,034	0,259	105	37.30	1,259	0,966
20	80	0,060	0,342	110	35	1,342	0,940
25	77.30	0,094	0,423	115	32.30	1,423	0,906
30	75	0,134	0,500	120	30	1,500	0,866
35	72.30	0,181	0,574	125	27.30	1,574	0,819
40	70	0,234	0,643	130	25	1,643	0,766
45	67.30	0,293	0,707	135	22.30	1,707	0,707
50	65	0,357	0,766	140	20	1,766	0,643
55	62.30	0,426	0,819	145	17.30	1,819	0,574
60	60	0,500	0,866	150	15	1,866	0,500
65	57.30	0,577	0,906	155	12.30	1,906	0,423
70	55	0,658	0,940	160	10	1,940	0,342
75	52.30	0,741	0,966	165	7.30	1,966	0,259
80	50	0,826	0,985	170	5	1,985	0,174
85	47.30	0,913	0,996	175	2.30	1,996	0,087
90	45	1,000	1,000	180	0	2,000	0,000

Es geht aus dieser Tabelle bezüglich des Widerstandes eines bewegten Mittels bei gleicher Bahngeschwindigkeit zwischen Erde und Schnuppe Folgendes hervor:

1. Für die wahre Elongation von 0° (oder die scheinbare von 90°) ist der Widerstand, welchen die bewegte Flüssigkeit leistet, selbst gleich Null.

2. Von hier aus wächst dieser Widerstand mit der Zunahme der wahren (und der Abnahme der scheinbaren) Elongation beständig. Er ist aber bei einer Elongation von 60° erst halb so groß wie der Widerstand in einer ruhenden Flüssigkeit.

3. Bei der wahren Elongation von 90° (oder der scheinbaren von 45°) ist der Widerstand der bewegten Flüssigkeit demjenigen der ruhenden gleich, und es übersteigt von hier aus mit der Zunahme der wahren (und der Abnahme der scheinbaren) Elongation, bis diese gleich 180° (oder gleich 0°) ist, stets der Widerstand der bewegten Flüssigkeit denjenigen der ruhenden.

4. Dagegen ersehen wir aus der Verticalspalte, welche die Seitencomponente betrifft, daß das Bestreben der Flüssigkeit, die Schnuppe nach einer Seite hin abzulenken, mit der Zunahme der wahren Elongation bis zu 90° (oder der Abnahme der scheinbaren bis zu 45°) beständig wächst und von da an bis zu 180° (beziehungsweise 0°) abnimmt. —

5. Auch wächst bei den kleineren wahren Elongationswinkeln das Bestreben des sich bewegenden Mittels, die Schnuppe von ihrer geraden Richtung abzulenken, weit stärker, wie der directe Widerstand selbst, und erreicht mit dem wahren Elongationswinkel von 30° bereits eine Höhe, die dem halben Widerstande eines ruhenden Mittels gleichkommt. Wir dürfen daher die Abweichungen von der geraden Linie unter Umständen mehr der seitlichen Ablenkung, wie der durch directen Widerstand verminderten Geschwindigkeit zuschreiben.

6. Wir haben übrigens in dieser Betrachtung die Bewegung der Erdatmosphäre in Folge der Rotation der Erde nicht mit berücksichtigt. Da diese wie die Bahnbewegung gleichfalls von West nach Osten erfolgt, so kann die Rotation der Erdatmosphäre nur dazu beitragen, die Intensität des betrachteten, negativen oder positiven Widerstandes des bewegten Mittels zu verstärken; und obgleich wir

ihren unteren Theilen eine größere Dichte beilegen wie ihren oberen, so messen wir doch auch den Letzteren eine Bewegung nach dem Keppler'schen Gesetze bei, während Erstere ihre Umdrehungsgeschwindigkeit mit der Erde gemein haben. Aus dieser größeren Umdrehungsgeschwindigkeit der oberen Schichten gegenüber den unteren, erklären wir uns außerdem die größere Lichtintensität der Schnuppen in den oberen Schichten, welche durch die Beobachtung festgestellt wurde.

152.

Anomale Bahnbewegungen der sichtbaren Schnuppen.

Wenn sich aus dem Gesagten die regelmäßigen Krümmungen der Schnuppen im Allgemeinen leicht erklären lassen, so fehlen uns doch noch zu viele Einzelheiten, um diesen Gegenstand im Detail auch auf ihre anomalen Krümmungsgestaltungen ausdehnen zu können. Wir rechnen dahin: 1) Das noch nicht befriedigt gelöste Problem über die Geschwindigkeitsabnahme eines sich in einem widerstehenden Mittel bewegenden Körpers; 2) die Unbekanntheit der Dichtigkeit der Erdatmosphäre in ihren verschiedenen Schichten; 3) die mangelnde Kenntniß der Gestalt, Größe und des specifischen Gewichtes der einzelnen Schnuppen.

Wir können daher auch nur ganz specielle Fälle einer näheren Betrachtung unterziehen und müssen hierbei nochmals bemerken, daß wir den Schnuppen zwar eine der Erde nahezu gleiche Geschwindigkeit beimessen, daß aber die eine die andere immerhin um ein Geringes übersteigen könne.

Nehmen wir dann bei zwei Schnuppen die relativen Geschwindigkeiten der einen S, zu 0,9 (nämlich die der Erde E zu 1) und die der anderen S" zu 1,1 an, und setzen eine parallele Bewegung dieser drei Körper voraus, so wird die Schnuppe S,, nämlich weil sie eine kleinere Geschwindigkeit wie die Erde hat, von dieser in ihrer Bahn eingeholt werden, sich also scheinbar von Ost nach Westen, unter einem Elongationswinkel von $\alpha = 0°$, bewegen.

Aus Formel (151. 2.) ergiebt sich daher der Widerstand des bewegten Mittels $w = -0{,}1$, d. h. die Schnuppe erfährt in dem betrachteten Falle, anstatt eines Widerstandes einen Antrieb zur Beschleunigung in Bezug auf ihre wirkliche Bewegung von West nach Osten.

Kann nun die Schnuppe während ihres kurzen Aufenthaltes in der Erdatmosphäre, begünstigt durch ihre Gestalt, Größe und ihr specifisches Gewicht, der Dichte des Mittels gegenüber — diesem Antrieb zur Beschleunigung Folge geben, so wird sich dem Auge des Beobachters scheinbar eine Geschwindigkeitsabnahme, (statt der wirklichen Geschwindigkeitszunahme) darstellen, und die Schnuppe sich hierauf scheinbar als ein stillstehender Punkt markiren und dann rückwärts gehend zeigen.

Wir wollen noch nachholen, daß in unserem Falle, weil hier der Widerstand des Mittels ein negativer ist, auch die durch die Reibung in der Atmosphäre glühend gewordenen, und durch den Antrieb zur Beschleunigung abgestreiften Partikeln, nur nach der positiven Seite der Richtung hin (nämlich nach der Seite, wohin sich die Schnuppe wirklich bewegt, oder — was dasselbe ist — woher sie sich zu bewegen scheint, als Schweif gerichtet und sichtbar sein können.

Die Schnuppe S″ dagegen wird sich auch scheinbar von West nach Osten bewegen, und wird bei ihrem Eintritte in die Erdatmosphäre, nach Formel (151. 2.), auf einen Widerstand stoßen, der gleich $+0{,}1$ ist. Sind auch für sie Gestalt, Größe und specifische Schwere, im Verhältniß zur Dichte des Mittels, von der Art, daß dieser Widerstand während ihrem kurzen Aufenthalte in der Erdatmosphäre zum Austrage kommt, so wird sich ihre Geschwindigkeit vermindern, und sie kann sich dem Auge des Beobachters unter Umständen in einer Weise zeigen, als habe sie ihre Bewegung von West nach Osten verlassen und plötzlich eine entgegengesetzte von Ost nach Westen angenommen.

Wir sind nach diesen Betrachtungen geneigt zu unterstellen, daß sich die Ursache der anomalen Erscheinungen meistens auf den Ausgleich oder den Umschlag einer geringen Geschwindigkeitsdifferenz

zwischen ihnen und der Erde, im Augenblicke der Beobachtung zurückführen lasse.

Es wären also hiernach die anomalen Gestaltungen der Schnuppenbahnen größtentheils nur *scheinbare*, und eine Rückwärtsbewegung müßte sich dem Beobachter, unter Betrachtnahme der Tabelle in (147.), als eine desto raschere darstellen, je größer die scheinbare Bewegung der Schnuppe selbst ist, d. h. je *größer* ihre *wahre* und je *kleiner* ihre *scheinbare* Elongation ist. Und vielleicht lassen sich auch, unter Zuziehung der Seitencomponente der Tabelle in (151.), die *geschlängelten* Bewegungserscheinungen mit dem Wechsel in der Geschwindigkeit zwischen der Erde in ihrer Bahn und der Schnuppe erklären.

Die nicht seltenen Rückwärts- oder Zickzackbewegungen der Schnuppen legen übrigens noch Zeugniß davon ab, daß bei jeder entgegengesetzten Bewegung ein Umschlag in der relativen Geschwindigkeit zwischen der Erde und den Schnuppen stattfindet, daß also die Geschwindigkeit der Erde und diejenige dieser Schnuppen nicht sehr von einander verschieden sein können.

153.

Die Ausläufer der Planetoiden- und Marsringschalen.

1. Wir wollen uns die Bahnen der für uns sichtbaren Schnuppen, indem wir für dieselben vorläufig die Kreisform unterstellen, durch die graphische Darstellung versinnlichen. Zu dem Ende legen wir wieder die Fig. 25. zu Grunde und denken uns aus dem Sonnenmittelpunkt S einen Kreis beschrieben, dessen Halbmesser dem mittleren Erdbahnhalbmesser gleich ist, und den wir von Fig. 19. abgreifen können, weil dieselbe mit Fig. 25. nach gleichem Maßstabe construirt ist. Diesen gezogenen *Kreis der Erdbahn* haben wir uns um den Durchmesser $\alpha S \odot$ *so gedreht* zu denken, daß er *senkrecht auf der Papierfläche* steht, also mit Fig. 25., welche uns den Durchschnitt durch die Rotationsaxe des früheren, um die Sonne rotirenden Nebelellipsoides vorstellt, einen Winkel von 90° einschließt. Zugleich haben wir uns Fig. 25. nicht mehr

als einen Durchschnitt, sondern als eine Seitenansicht, also die unter verschiedenen Winkeln durch den Mittelpunkt S des Sonnenkörpers gezogenen geraden Linien nicht mehr als die Bahnhalbmesser von kleinen sich um die Sonne bewegenden Körpern, sondern vielmehr als die Projectionen ihrer Bahnen vorzustellen.

Es ist einleuchtend, daß von den vielen sich um die Sonne bewegenden kleinen Körpern nur diejenigen zu unserer Beobachtung gelangen, welche zur Nachtzeit die Ekliptik passiren, also zur Zeit, in welcher sich die Erde zwischen ihnen und der Sonne befindet, und zwar in der Nähe der Erde selbst, sei dies von unten nach oben oder von oben nach unten.

2. Es interessiren uns deshalb hier nur diejenigen Schnuppen, deren Radienvectoren nahezu dem momentanen Radiusvector der Erde gleich (aber um ein Geringes größer) sind. Nach unserer ideellen Anschauung bewegen sich die kleinen Körper, die Schnuppen, meistentheils innerhalb der Grenzen der Ausläufer um die Sonne, jedoch mögen auch noch manche dem Haupttheile der Ringschale selbst angehören.

So wird z. B. eine Schnuppe L, Fig. 25., in dem Orte L oberhalb der Ekliptik $\alpha S \curlyvee$ aufsteigen, sich über den Punkt S erheben und in dem Punkte $\mathfrak{L}$ niedersteigen, während eine Schnuppe $\mathfrak{P}$, in dem Orte $\mathfrak{P}$, unterhalb der Ekliptik $\alpha S \curlyvee$, aufsteigt, sich über S erhebt und in dem Punkte P niedersteigt. Erfolgt dieses Auf- und Niedersteigen durch die Ekliptik zu einer Zeit, in welcher sich die Erde in demselben Orte des Auf- und Niedersteigens der Schnuppe befindet, und durchstreift dabei die Schnuppe die Nachtseite der Erdatmosphäre, so muß sie daselbst sichtbar werden.

3. Wir haben bereits, in (149. 5.), ersehen, daß sich, je nach dem Standpunkte des Beobachters die Richtung der Schnuppe stets anders projicirt und daß sie an einer Stelle der Erdoberfläche dem Beobachter aufzusteigen, an einer andern Stelle dagegen zu fallen scheint. Die Fig. 28. und 29. mögen dies vielleicht nicht vollkommen genau darstellen. Betrachten wir indessen Fig. 31., und stellt uns der Kreis zum Mittelpunkte M die Erde, SS' die Richtung einer Schnuppe vor, und bedeutet $H\,h\,H'$ die Projection einer durch die Erde gelegten mit der Schnuppe parallelen Ebene,

welche zugleich senkrecht steht auf der von dem Mittelpunkte der Erde nach der Richtung der Schnuppe gefällten Senkrechten, so wird die Schnuppe den in der Peripherie dieses Kreises aufgestellten Beobachtern nach verschiedenen und zum Theil entgegengesetzten Richtungen zu gehen erscheinen. Sie wird dem Beobachter in H senkrecht zu fallen, dem in H' dagegen senkrecht zu steigen scheinen, während sie sich dem Beobachter in h von links nach rechts, und dem auf der von h entgegengesetzten Seite von rechts nach links zu bewegen scheint.

154.

Fortsetzung.

1. Bei der senkrechten Drehung der Erdbahnebene um die Sonne α S ♁, Fig. 25., überzeugen wir uns, daß die Erdbahnebene α S ♁ selbst oberhalb und unterhalb zunächst von den Ausläufern der Erdringschale begrenzt, sodann von denjenigen der Marsringschale überragt wird, und daß die Erdbahn die Ausläufer der Planetoidenringschale nahezu tangirt. Diese Ausläufer bilden oberhalb und unterhalb der Ekliptik gleichsam kreisförmige Verdachungen über dieselbe, in welchen sich verdichtete Körperchen bewegen. Von denselben können naturgemäß die innerhalb der Erdbahn sich um die Sonne bewegenden nicht zu unserer Beobachtung gelangen. Nur mit denjenigen, welche die Erde in ihrer Bahn zur Nachtzeit streifen, und deren Atmosphäre durchschneiden, deren momentaner Radiusvector also etwas größer ist, wie derjenige der Erde, ist dieses der Fall.

2. Da sich diese Ausläufer auch am äußersten Rande der Erdbahn einander überragen, so müssen die zur Beobachtung kommenden Schnuppen oberhalb und unterhalb der Erdbahnebene verschiedene Neigungen gegen dieselbe zeigen. Die den Ausläufern der Erdringschale angehörigen Schnuppen werden sich, unter einem Winkel von 0° bis beiläufig 20°, sowohl von oben nach unten wie auch von unten nach oben durch die Ekliptik bewegen. Zwischen dem 20. und beiläufig dem 30° besteht eine leere Zone, welche uns

also nicht von Schnuppen erfüllt zu sein scheint, und dann bewegen sich vom 30° bis etwa 40° Grad, sowohl oberhalb wie unterhalb der Ekliptik, Schnuppen, welche den Ausläufern der Marsringschale angehören, um den Sonnenkörper.

3. Auf diese Ausläufer folgt wieder scheinbar eine große leere Zone und, da dieselbe (oberhalb und unterhalb der Ekliptik) von den Ausläufern der Planetoidenringschale nur gestreift wird, so könnten wir zu der Vorstellung gelangen, daß die der Marsringschale angehörigen Schnuppen die steilsten seien, welche überhaupt der Erde in ihrer Bahn zu begegnen im Stande wären. Wir wollen daher dieser Frage durch die Rechnung etwas näher treten und den kleinsten Halbmesser bestimmen, mit welchem sich die der Planetoidenringschale angehörigen Schnuppen um die Sonne bewegen.

4. Nach (92. 3.) ist der äußere Halbmesser der Planetoidenringschale $A_{IV} = 11\dot{1}355300$ g. M. Um nun die kleinste Entfernung der verdichteten Elemente der Ausläufer dieser Ringschale von der Sonne zu erhalten, haben wir vorerst die zu A_{IV} gehörige Rotationsaxe B_V des zugehörigen Erzeugungsellipsoides zu bestimmen. Dies geschieht nach Formel (90. 10.), indem wir daselbst A_{IV} für A und B_V für B schreiben, nämlich:

$$\begin{aligned} \log A_{IV} &= 8{,}0467109 && (92.\ 3.)\\ \log l^{-1} &= 0{,}5654603 - 1 && (90.\ 10.)\\ \hline \log B_V &= 7{,}6121712\,; && B_V = 40942200 \text{ g. M.} \end{aligned}$$

Weiter ist, nach (110. 3.), die kleinste Entfernung der verdichteten Körper der Ausläufer gleich der Hälfte dieser halben Rotationsaxe B_V. Wir erhalten also diese kleinste Entfernung

$$\frac{B_V}{2} = 20471100 \text{ g. M.}$$

Es ist aber der mittlere Erdbahnhalbmesser $\delta = 19963209$ „ (71. 5.)

5. oder um $\overline{507891}$ „

kleiner wie der kleinste Halbmesser der, der Planetoidenringschale angehörigen, sich um die Sonne bewegenden Schnuppen, so daß

nach dieser Betrachtung ein Zusammentreffen derselben mit der Erdbahn, unter der Voraussetzung, daß die Bewegung dieser Körperchen im Kreise geschähe, gar nicht stattfinden könnte.

6. Allein eine solche ideale Bewegung findet in der That gar nicht statt, und wir haben alle Ursache, den Schnuppen, welche sich in den Ausläufern der Planetoidenringschale bewegen, wenigstens keine kleinere Bahnexcentricität beizumessen, wie den Planetoiden selbst. Nehmen wir aber eine solche Excentricität e nur zu 0,2 an, so ergiebt die Rechnung:

$$\log \frac{B_v}{2} = 7{,}3111412\,; \qquad \frac{B_v}{2} = 20471100 \text{ g. M.}$$

$$\log 0{,}2 = 0{,}3010300 - 1$$

$$\log e = 6{,}6121712\,; \qquad e = 4094220 \text{ „}$$

und wir erhalten, wenn wir e von $\frac{B_v}{2}$ abziehen und uns das Perihel P in der Erdbahn liegend vorstellen:

7. $$P = 16376780 \text{ g. M.}$$

eine Größe, welche sich bereits innerhalb der Erdbahn erstreckt, selbst wenn wir dieselbe nicht als einen Kreis, sondern als eine Ellipse ansehen.

Diese Betrachtung überzeugt uns von der Möglichkeit, daß Schnuppen aus den Ausläufern der Planetoidenringschale den Beobachtern auf der Erde sichtbar werden, auch *ohne uns das Perihel der Schnuppenbahn in der Erdbahn liegend* vorzustellen.

155.

Die Perseiden und Leoniden.

1. Denken wir uns die Erde in ihrer Bahn beiläufig am 1. Januar in dem Punkte α, Fig. 25., und von hier aus von West nach Osten sich bewegend, so wird sie um die Zeit des 21. März in dem Punkte ♈, dem *Frühlingspunkte*, anlangen, von

welchem Punkte aus bekanntlich die Längen der Gestirne gezählt werden, und zu Ende des Monats Juni den halben Umkreis, zu Ende des December aber den ganzen Umkreis zurückgelegt haben. Auf diesem ganzen Wege wird sie sich gleichsam zwischen dem Haupttheile ihrer früheren Ringschale und deren Ausläufern bewegen und somit die Möglichkeit vorliegen, daß ihre Atmosphäre zu jeder Zeit von Schnuppen unter Winkeln bis beiläufig zu 20° durchschnitten wird, die zur Nachtzeit zu unserer Beobachtung gelangen. Allein ihre Bahnebene wird auch auf ihrem ganzen Laufe von den Ausläufern der Mars- und Planetoidenringschale überdacht, für welche die Möglichkeit vorliegt, daß die sich in ihnen bewegenden Schnuppen, deren momentane Radienvectoren den Radiusvector der Erdbahn an Größe etwas übersteigen, ebenfalls die Erdatmosphäre durchschneiden und somit zur Beobachtung kommen. Diese Schnuppen bewegen sich indessen in Ebenen von größerer Neigung gegen die Ekliptik wie diejenigen, welche Rückstände aus der früheren Erdschale selbst sind. Die Schnuppen aus den Ausläufern der Marsringschale sind also steiler, und diejenigen aus den Ausläufern der Planetoidenringschale am steilsten.

2. Unter den periodischen Schnuppen haben zwei längst die besondere Aufmerksamkeit der Beobachter in Anspruch genommen. Es sind dies bekanntlich die am 10. August jeden Jahres erscheinenden s. g. Perseiden und die um den 13. November sichtbar werdenden Leoniden, erstere im Sternbild des Perseus, letztere in dem des Löwen erscheinend.

3. Bei dem Erscheinen der Perseiden hat die Erde in ihrer Bahn, von dem Frühlingspunkt ♈ an gerechnet, einen Weg von beiläufig 139° zurückgelegt, während sie bei dem Erscheinen der Leoniden einen Weg von 232° durchlaufen hat.

Die Neigung der Perseiden gegen die Ekliptik beträgt nach der Beobachtung etwa 64°, diejenige der Leoniden dagegen nur ungefähr 17 bis 18°.

Bei diesen ist es daher nicht zweifelhaft, daß sie den Rückständen der Erdringschale angehören, welche die Erdbahn noch bis zu einer Höhe von 20°, auf- und abwärts von der Ekliptik, begrenzt.

Die Perseiden aber könnten nicht einmal mehr als Rückstände der Marsringschale zu betrachten sein, weil diese sich nur bis zu einer Höhe von 40° über die Erdbahnebene erheben oder senken. Sie könnten also nur noch als Rückstände der Planetoidenringschale betrachtet werden.

Wenn wir aber eine gerade Linie PS (= P), Fig. 25., aus S auf die Projection α S ♂ der Ekliptik unter dem Winkel von 64° construiren, so findet sich, daß dieselbe in die Ausläufer der Planetoidenringschale gar nicht hineinreicht, und daß es daher unser Bedenken erregen möchte, die Perseiden als Rückstände der Ausläufer der Planetoidenringschale zu betrachten. Allein wir erinnern uns, daß wir ja den Schnuppen keine Kreisbewegung, sondern eine elliptische Bewegung um die Sonne, wie den Planetoiden, und mit beiläufig denselben Excentricitäten wie diesen, beimessen, und da würde sich doch noch fragen, ob unsere Zweifel berechtigt wären.

Zur Hebung derselben wollen wir einmal annehmen, es gehörten die Perseiden wirklich den Ausläufern der Planetoidenringschale und zwar dem Punkte p an, der in der Verlängerung von PS (= P) liegt, und sie bewegten sich elliptisch um die Sonne, so zwar, daß uns der Punkt p das Aphelium, der Punkt P dagegen das Perihelium der Schnuppen zu bedeuten hätten.

Das Verhältniß $\frac{P}{p}$ ergiebt sich durch Messung auf Figur (25.) annähernd $= \frac{105}{115}$, daher ist zur Bestimmung der Excentricität:

$$1 : 115 = e : (115 - 105),$$

nämlich

$$e = 0{,}08696.$$

Wir erhalten somit eine Excentricität, die derjenigen der Planetoiden noch weit nachsteht.

Es folgt hieraus, daß allerdings die Möglichkeit vorliegt, es bewegten sich Schnuppen aus den Ausläufern der Planetoidenringschale unter einem Winkel von 64° gegen die Erdbahnebene, ja daß wir nicht einmal nöthig haben, bei einer solchen Bewegung die Peri-

heldiſtanz in dieſer Ebene ſelbſt anzunehmen, ſondern daß wir ſie auch oberhalb und unterhalb unter der Annahme einer *größeren* Excentricität zu ſuchen haben.

Ferner folgt daraus, daß auch ein großer Theil der zwiſchen den Ausläufern der Mars- und Planetoidenringſchale ſcheinbar leeren Zone von Schnuppen durchlaufen wird, und daß die Möglichkeit vorliegt, es könnten ſolche zu jeder Nachtzeit aus allen Theilen des Himmelsgewölbes zu unſerer Beobachtung gelangen.

Was noch insbeſondere die Längen der Schuppen anlangt, ſo müſſen wir annehmen, weil die Himmelskörper von weniger Maſſen größeren Störungen unterworfen ſind, wie die von größeren Maſſen, daß dieſe Längen auch größere Veränderungen zu erleiden haben wie die Planeten, daß ihre Bahnen daher noch unvollkommenere Ellipſen ſind, und ſtärkere elliptiſche Schlingen bilden wie die Planeten, und daß ſich mithin auch ihre Knotenpunkte raſcher verſchieben wie bei dieſen.

(Vergleiche hiermit: 192.)

156.

Die Meteoriten.

1. Die Betrachtung, welche wir bisher über das Weſen der Schnuppen angeſtellt haben, führt uns zu der Erkenntniß von unzähligen Rückſtänden aus den Ausläufern ſowohl, wie aus den Haupttheilen der verſchiedenen Ringſchalen (aus welchen die Planeten hervorgingen), und welche ſich alle mit verſchiedenen Halbmeſſern und unter ſehr verſchiedenen gegen die Ekliptik geneigten Bahnen um die Sonne bewegen. Da aber offenbar die Monde aus der Planetennebularmaſſe in gleicher Weiſe wie die Planeten aus der Sonnennebularmaſſe entſtanden ſind, ſo müſſen wir auch für die Planeten ſolche Rückſtände unterſtellen, die ſich um ſie bewegen wie die Schnuppen um die Sonne. Wir könnten daher Letztere, um beide Arten von Schnuppen von einander zu unterſcheiden, *Sonnenſchnuppen* nennen, und den, ſich um die Planeten bewegenden kleinen Körpern die Benennung *Planetenſchnuppen* beilegen.

Von den Planetenschnuppen im Allgemeinen haben wir keine Hoffnung, daß sie jemals unserem physischen Auge zur Beobachtung kommen und nur unser geistiges kann uns ihre Existenz zur Vorstellung bringen.

2. Dagegen scheint uns die Erde ihre Schnuppen, nämlich kleine Körper, welche sich selbstständig um sie bewegen, von Zeit zu Zeit nicht vorzuenthalten.

In (132. 2.) haben wir bereits darauf aufmerksam gemacht, und in den kleinen Körpern, welche manchmal vor dem Fernrohre der Astronomen mit nicht allzugroßen Geschwindigkeiten vorüberziehen, solche Erdschnuppen, welche sich durch die Anziehungskraft der Sonne den Mondbildungen entzogen haben, vermuthet.

3. Da wir diesen Erdschnuppen in Bezug auf die Erde das gleiche Verhalten wie den Sonnenschnuppen in Bezug auf die Sonne beizumessen haben, so müssen sie auch ein ähnliches Verhalten unter sich beobachten und zum Theil gegenläufig unter einander sein. Da diese Gegenläufigkeit unter einem kleineren Bahnhalbmesser vergleichsweise zu den Sonnenschnuppen vor sich geht, so nimmt damit die Wahrscheinlichkeit zu, daß sie zeitweilig gegenseitig zusammenstoßen. Ein solcher Zusammenstoß muß aber jedenfalls die Folge haben, daß sich wenigstens eine derselben der Erde nähert und mit ihr zusammen, d. h. auf sie herabfällt.

4. In der That erzählen uns die astronomischen Lehrbücher von einer Menge Beobachtungen, nach welchem Körper aus dem Himmelsraume zur Erde gefallen sind und aus welchen Mittheilungen hervorgeht, daß diese Erscheinungen sich seit dem grauen Alterthume ereignet haben und noch jetzt zeitweise stattfinden.

Diese auf die Erde herabgefallenen Körper werden gewöhnlich, nach ihrem Gehalte in Meteorsteine und Meteoreisen eingetheilt, und man hat bekanntlich in denselben noch keinen Grundstoff entdeckt, der nicht auch auf der Erde vorkäme. Manche halten diese Meteore, welche wir bisher ganz allgemein als „Schnuppen" betrachtet haben, für identisch unter sich. Die Astronomen, welche überhaupt zwischen Sonnen- und Erdschnuppen gar nicht unterscheiden, versetzen die Entstehung aller dieser Körper außerhalb unseres Planetensystems in den Weltraum und betrachten die Meteor-

ſyſteme im Allgemeinen als mit den Kometen zuſammengehörig. Nichts könnte unſerer Entſtehungstheorie mehr entgegen ſein!

157.

Die Erdſchnuppen.

1. Was die Erdſchnuppen von den Sonnenſchnuppen am Beſten zu unterſcheiden vermag, ſind unzweifelhaft die verſchiedenen Geſchwindigkeiten, mit welchen ſich beide Arten von Schnuppen in ihren Bahnen bewegen.

Die Geſchwindigkeiten, mit welchen die Letzteren durch die Ekliptik gehen, haben wir bereits erörtert, indem wir ſie als eine der Erde in ihrer Bahn zwar nahe gleiche, jedoch zum Theil als eine etwas größere, zum Theil als eine etwas kleinere, annahmen. Die Bahnen der Erdſchnuppen dagegen müſſen wir ihrem Weſen nach als Mondbahnen betrachten, weil ſie ſich zunächſt um die Erde und zugleich mit dieſer um die Sonne bewegen.

2. Die abſolute Bahngeſchwindigkeit einer Erdſchnuppe iſt daher ſtets größer wie diejenige der Erde ſelbſt, jedoch braucht man, indem man die Erde als ruhende und ſich nur um ihre Axe drehende Kugel betrachtet, lediglich den Unterſchied beider Geſchwindigkeiten in Betracht zu ziehen. Um dieſen Mehrbetrag von Geſchwindigkeit für dieſe ſich um die Erde bewegenden und bereits in (132. 2.) erwähnten kleinen Körper annähernd zu berechnen, wollen wir annehmen, daß ihre Entfernung von dem Mittelpunkte der Erde jener Größe gleichkomme, welche wir in (98. 5.) für den innerſten theoretiſchen Mond, nämlich $A_{VII} = 1784{,}28$ g. M. gefunden haben. Unter dieſer Annahme beträgt die Umlaufszeit t_{VII} derſelben 4,1914 Stunden (98. 6.), ſo daß ſie die Erde nicht ganz 6 mal umlaufen, während dieſe ſich einmal um ihre Axe dreht. Zur Beſtimmung dieſer Geſchwindigkeit, die wir $\mathfrak{g}$ nennen wollen, haben wir dann Formel (127. 4.) zu Rathe zu ziehen und finden:

3. $$\mathfrak{g} = \frac{r \,.\, T}{R \,.\, t} \,.\, G$$

indem wir r für A_{VII} in (98. 5.), T für T_{VII} in (70. 2.), R für ♁ in (71. 5.), und t für t_{VII} in (98. 6.) schreiben, während uns G die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn (131. 3.) vorstellt.

Die kurze Rechnung ergiebt dann:

$\log r = 3{,}2514646$ (98. 5.); $\log t = 0{,}6223580$ in St. (98. 6.)

$\log T = 7{,}4991114$ (70. 2.); $\log (1\,\text{St. in S.}) = 3{,}5563025$

$\log (r\,T) = 10{,}7505760$ $\log t = 4{,}1786605$ in Sec.

$\log R = 7{,}3002304$ (71. 5.)

$\log (R\,t) = 11{,}4788909$ $\log (R\,t) = 11{,}4788909$

$$\log \frac{r\,T}{R\,t} = 0{,}2716851 - 1$$

$\log G = 0{,}5992988$ (131. 3.) daselbst G für g geschrieben.

$\log \mathfrak{g} = 0{,}8709839 - 1$ in M.; $\mathfrak{g} = 0{,}7429913$ g. M.

$g\,(1\,\text{M. in M.}) = 3{,}8704297$ (68. 9.)

$\log \mathfrak{g} = 3{,}7414136$ in M. $\mathfrak{g} = 5513$ Meter.

Ueberſehen wir jedoch bei dieſem Reſultate nicht, daß es auf einer willkürlichen Annahme beruht, und daß es größer ſein würde, hätten wir den Bahnhalbmeſſer der Schnuppen kleiner geſetzt — und umgekehrt.

158.

Fortſetzung.

1. Mit dieſer Geſchwindigkeit würden ſich alſo dieſe kleinen Körper, in einer Entfernung von beiläufig (1784 — 858 =) 926 g. M. von der Oberfläche der Erde, um dieſe bewegen.

Durch den centriſchen Zuſammenſtoß zweier entgegenläufigen, alſo auch mit gleichen Geſchwindigkeiten ſich bewegenden Erdſchnuppen von gleichen Maſſen müßte, weil dann auch ihre Bewegungskräfte einander gleich wären, nach (35. 12.), ein Stillſtand beider Körper

erfolgen. Dabei würde sich die Hälfte der gehabten Geschwindigkeit in Wärme verwandeln (35. 13.). Beide Körper müßten alsdann, der Anziehungskraft der Erde folgend, senkrecht auf sie herabfallen. Wären dagegen die zusammenstoßenden Körper nicht von gleichen Massen oder fände ein schiefer Zusammenstoß statt, Fälle, die am wahrscheinlichsten erscheinen, so verlören beide gleichfalls an ihrer Bewegungskraft, und es müßten sich die Körper auch dann der Erde, jedoch in einer Curve nähern.

2. Daß durch den Zusammenstoß die Körper zerspringen und als Stücke zur Erde gelangen, ist hierbei mehr wie wahrscheinlich. Von der oben berechneten Geschwindigkeit von über 5500 Meter in der Secunde wird also, wenn auch in den seltensten Fällen die ganze, doch in den meisten ein großer Theil derselben schon durch den Zusammenstoß aufgebraucht und hierdurch Wärme in den Körpern erzeugt. Der Widerstand der Luft kann weiter als ein Hemmniß für die Geschwindigkeit des fallenden Körpers gelten, und somit können die Trümmer der Körper zur Erde gelangen, ohne daß ihr tiefes Eindringen in dieselbe zur Nothwendigkeit wird.

Wir sind daher geneigt, die Meteoriten, welche mit nicht allzugroßen Geschwindigkeiten und unter mehr oder weniger steilen Winkeln zur Erde fallen, als (sich ausrangirende) Erdschnuppen zu betrachten. Als ein Hauptkennzeichen dieser dürften wir auch wohl die durch den Zusammenstoß in ihrem Innern erzeugte große Wärme finden müssen.

Diesen Meteoriten, welche mit nur relativ geringer Geschwindigkeit die Erdatmosphäre durchstreichen und welchen wir beim Herabfallen nur etwa eine Geschwindigkeit beimessen dürfen, die sie nach dem Gesetze der Schwere erlangen müssen, steht eine andere Klasse von Meteoren gegenüber, welchen eine kosmische Geschwindigkeit während ihrer Bewegung durch die Erdatmosphäre nicht abgesprochen werden kann.

Hierher zählen wir z. B. die Feuerkugel, welche am 4. März 1863 gleichzeitig in Holland, Deutschland, Belgien und England gesehen wurde. Sowie diejenige, welche am 17. Juni 1873, Abends um $8^3/_4$ Uhr in Ungarn, südlich von Raab, 22 Meilen über der Erdoberfläche aufleuchtete, sich in nordnordwestlicher Richtung bewegte,

Niederösterreich, Mähren und Böhmen durchzog, in der Gegend von Zittau und Herrnhut in einer Höhe von 4½ Meilen erlosch, und diesen Weg von etwa 61¾ Meilen innerhalb 4—5 Secunden zurückgelegt haben soll.

Obgleich wir nun diese kurze Zeit des Fluges sehr in Zweifel ziehen, weil die scheinbare Geschwindigkeit dieses Meteors bei seiner unerwarteten Erscheinung unmöglich genau controlirt werden konnte, so scheint doch die kosmische Geschwindigkeit desselben außer allem Zweifel zu stehen. — An weiteren Beispielen in dieser Beziehung fehlt es übrigens nicht und wir müssen alle dergleichen Meteore, deren kosmische Geschwindigkeit unverkennbar ist, den Sonnenschnuppen zuzählen, weil bei den Erdschnuppen nur ihr Mehrbetrag über die Geschwindigkeit der Erde in Rechnung zu setzen ist.

Mit dieser Erkenntniß scheint allerdings die Behauptung der astronomischen Lehrbücher, daß ein Meteor bereits in den höchsten, noch ungemein dünnen Schichten unserer Atmosphäre den größten Geschwindigkeitsverlust erleide, und daß schon in verhältnißmäßig sehr bedeutenden Höhen seine kosmische Geschwindigkeit so gut wie völlig vernichtet werde, sich nicht vereinigen zu lassen.

Aber wegen der nachweisbaren kosmischen Geschwindigkeit der meisten Meteore und der weit geringeren, und scheinbar blos dem Fallgesetze gehorchenden, Geschwindigkeit vieler Meteoriten, möchte es der Unterscheidung zwischen Sonnen- und Erdschnuppen an innerer Berechtigung nicht fehlen.

XIII.

Das Zodiakal-Licht.

159.

Vorbemerkungen.

1. Nach unſerer Betrachtung, in (117. 3.), verblieb bei dem Niederſchlage der Ringſchalmaſſe zur Bildung der Planeten die unverdichtete Nebularmaſſe an den Aequatoren der Ringſchalen von der Verdichtung unberührt und ſetzte ihre Umlaufsbewegung um die Sonne ungeſtört fort. Es fanden zwar in allen Theilen der Ringſchalen überhaupt keine Verdichtungen ſtatt, allein nur die äußeren, den Aequatoren zunächſt gelegenen Theile blieben auch von der Anlagerung an die in die Ebene niedergeſchlagenen und verdichteten Körperchen unberührt, weil dieſe um die Sonne ſich bewegenden Körperchen nur innerhalb des Aequators ihre Umläufe vollzogen. Die in dem Aequator, ſowie die demſelben oberhalb und unterhalb zunächſt liegenden Theilchen konnten daher von den umlaufenden verdichteten Körperchen nicht berührt werden, und mußten ihre Bewegung um die Sonne ſelbſtſtändig fortſetzen.

2. Wir dürfen alſo bei jeder zur regelmäßigen Ablagerung gelangten Ringſchale die Erhaltung eines ſolchen Nebelringes an ihrem Aequator annehmen. Wir werden uns demnach in der Aequatorebene des Nebelellipſoides, das aus unſerer 500 fachen Erdmaſſe entſtanden iſt, und aus welchem wir die Planeten ſich bilden ließen, ſolche Nebelringe als concentriſche Ringe, ſich von Weſt gegen Oſten um die Sonne bewegend zu denken haben. Der Halbmeſſer

eines jeden solchen Ringes muß dem äußeren Halbmesser der Ringschale gleich sein, aus welcher der betreffende Planet hervorging, während wir den Standort dieses Planeten selbst in einem Punkte nahe dem Aequator des inneren Halbmessers der Ringschale zu suchen haben.

3. Der uns zunächst gelegene dieser Ringe dürfte unzweifelhaft dem Aequator der früheren Ringschale beigelegt werden müssen, aus welcher die Venus hervorging. Dieser rückständige Ring muß von der Erde aus nach der Sonne zu, also nach innenhin liegen.

Nach außenhin bildet dagegen der Aequator der früheren Erdringschale selbst den zunächst gelegenen ringförmigen Rückstand, dessen Halbmesser dem Bahnhalbmesser des Mars nahezu gleichkommen mag.

4. Es befindet sich also die Erde selbst zwischen diesen beiden einander zunächst gelegenen Ringschalrückständen, also zwischen zwei concentrischen Ringen, und zwar außerhalb, aber in der Nähe der äußeren Peripherie des kleineren dieser beiden Ringe.

5. Wenn alle diese unsere Ausführungen richtig stehen, so müssen uns diese beiden, der Erde zunächst gelegenen Ringe auch theilweise zur Beobachtung kommen; denn haben wir auch hier eine Masse von ungemein geringer Dichte in Betrachtung, so finden wir doch in den Kometenschweifen etwas Aehnliches, und jene Ringe müssen eben so gut wie diese, wenn sie von der Sonne beleuchtet werden, sich dem Auge zur Nachtzeit durch ihren Glanz bemerkbar machen.

Und in der That gelangen sie unter den hierzu nöthigen Verhältnissen und bei besonders günstigen Beleuchtungsbedingungen stückweise zu unserer Beobachtung und wir benennen sie:

160.

Das Zodiakal-Licht.

1. Nach unserer Theorie besteht also das Zodiakal-Licht aus noch unverdichteten Rückständen der Aequatoren der früheren Venus- und Erdringschalmassen, welche von der Sonne beleuchtet werden.

Dem Beobachter können, je nach seinem Standorte und der Durchsichtigkeit der Atmosphäre Theile des einen oder anderen Lichtringes, oder auch Theile *von beiden gleichzeitig* zur Anschauung gelangen. Da beide Lichtringe in *einer* Ebene liegen, der Beschauer aber sich nahezu in derselben Ebene *zwischen* beiden Ringen befindet, so müssen sie sich im Falle gleichzeitiger Sichtbarkeit doch für ihn in eine *einzige* Erscheinung vereinigen, die sich als ein an dem Himmelsgewölbe projicirter Lichtstreifen darstellt, dessen Mittellinie einen größten Kreis bildet.

Lichtintensität und Breite dieses Streifens müssen dann für den Beschauer, je nach seiner Entfernung von den beleuchteten Ringtheilen, nach den Regeln der Perspective variiren. Die ihm zunächst gelegenen Theile des *inneren* Lichtringes (also die der Sonne von der Erde aus direct zugekehrten Theile desselben) werden alle übrigen in obigen Beziehungen scheinbar übertreffen. Die Lichtintensität und Breite dieses Streifens werden aber von hier aus beständig abnehmen, bis sich der innere Lichtring, wegen seiner Krümmung nach der Sonne hin, der Beschauung am Himmelsgewölbe ganz entzieht, und an der Stelle seines Verschwindens nunmehr das Sichtbarwerden des *äußeren* Lichtringes beginnt. — Da auch dessen Theile nicht überall gleichweit von der Erde entfernt sind, sondern sein direct der Sonne gegenüberliegender Theil der Erde am nächsten ist, während *die* Theile, welche sich scheinbar an den inneren Lichtring anschließen, von der Erde am entferntesten liegen, — so wird auch jener zuerst erwähnte Theil des sichtbaren Streifens jenes *äußeren* Lichtringes die größte Lichtintensität und Breite zeigen. Auch er wird von da an nach beiden Seiten in beiden Beziehungen abnehmen und sich in dem scheinbaren Anschlusse an den inneren Lichtring am schwächsten zeigen.

In den seltensten Fällen wird man übrigens mit den Theilen des *inneren* Lichtringes, welche sich dem Beobachter als ein Lichtkegel darstellen (dessen Basis in der Sonne liegt und dessen Axe, je nach dem Orte und der Zeit der Beobachtung gegen den Horizont verschiedenartig geneigt ist), gleichzeitig auch Theile des *äußeren* Lichtringes wahrnehmen. Die Sichtbarwerdung dieser Letzteren wird

vielmehr von einer hierzu besonders günstigen Luftbeschaffenheit abhängen.

Bekanntlich werden diese Theile des Zodiakal-Lichtes, welche wir als Aequatortheile der früheren Erdschale betrachten, als „Gegenschein" bezeichnet.

161.

Geometrische Darstellung des Zodiakal-Lichtes.

Zur Versinnlichung des über das Zodiakal-Licht Gesagten sei, in Fig. 24., S der Mittelpunkt der Sonne, der Kreis zum Durchmesser C S D bezeichne den Aequator der früheren Venusschalmasse oder den inneren Lichtring, und der mit ihm in derselben Ebene liegende, zum Durchmesser A S F den Aequator der früheren Erd-Schalmasse oder den äußeren Lichtring. Die Papierfläche selbst stelle also die gemeinschaftliche Ebene beider Kreise vor.

Die bei dem Zusammensturze der Schalmassen nicht verdichteten Aequatorialtheile (deren Mittellinie in der Figur durch die beiden beschriebenen Kreise bezeichnet ist), erscheinen uns, von der Sonne beleuchtet, nur unter, für den Standpunkt des Beobachters besonders günstigen Umständen, als Zodiakal-Licht.

Der Erde können wir in diesem Falle nur eine, dem Aequator der Venus-Schalmasse sehr nahe und außerhalb dieses Aequators liegende, Stelle E anweisen und wir wollen annehmen, es sei für den Beobachter der Ueberblick nicht durch die Erde selbst begrenzt, sondern er könne ringsum das ganze Himmelsgewölbe übersehen.

Ihm wird dann von dem Aequator der Venus-Schalmasse nur der kleinere, von den Tangenten E B begrenzte Theil B C B sichtbar, der größere Theil B D B aber, als von dem kleineren Theil B C B bedeckt, unsichtbar sein.

In gleicher Weise würde dieser kleinere Theil B C B des Aequators der früheren Venus-Schalmasse den größeren und von denselben Tangenten E B begrenzten Theil B F B des Aequators der früheren Erd-Schalmasse verdecken, es würde also nur der

kleinere Theil B A B dieſes Aequators dem Beobachter zum Anblicke gelangen.

Es kommt nun darauf an, zu unterſuchen, in welcher Weiſe ſich dieſe beiden ſichtbaren Kreisbögen B C B und B A B dem Beſchauer in E am Himmel projiciren.

Zu dem Ende ſtelle der Kreis zum Durchmeſſer a E c den Durchſchnitt des Himmelsgewölbes mit der Ebene der beiden Schaläquatoren vor. Für den Beobachter in E, welcher ſich gleichſam zwiſchen zwei concentriſchen Kreisbögen befindet, werden dann ſowohl die Punkte B, B wie die Punkte B, B in b, b zu liegen ſcheinen. Der Bogen B C B, der in Wirklichkeit nach dem Standpunkte des Beſchauers convex iſt, muß demſelben aber wegen ſeiner Projection an dem Himmelsgewölbe als ein concaver Bogen b c b erſcheinen, während der concave Bogen B A B ſich ihm auch in der Projection als concaver Bogen in b a b darſtellt. Es würden ſich dabei die erleuchteten und ſichtbaren Theile B E B und B A B für den Beſchauer in E als ein einziger continuirlicher Kreis am Himmelsgewölbe ergeben müſſen — wenn, wie wir oben vorausgeſetzt, demſelben durch die Erde ſelbſt kein Hinderniß für ſeine Beobachtung entgegenſtünde. — Da aber ein ſolches Hinderniß in Wirklichkeit ſtets ſeiner Beobachtung entgegenſteht, ſo kann ihm, ſelbſt in dem günſtigen Falle, leider nur die Hälfte des Phänomens zur Anſchauung gelangen.

Nicht immer werden übrigens ſich beide Ringtheile gleichzeitig der Beobachtung darſtellen; iſt dieſes aber wegen glücklicher Conſtellation einmal wirklich der Fall, ſo muß ſich ihr Zuſammentreffen am Himmelsgewölbe in b unzweifelhaft durch einen Wechſel in der Lichtſtärke markiren. —

Es muß nämlich nach den obigen Darlegungen dem Beſchauer in E der Theil des Bogens C B, in der Nähe des Endpunktes B, wegen ſeiner geringeren Entfernung von E, als lichtvoller erſcheinen, wie der Theil des Bogens A B in der Nähe des Endpunktes B, der weiter von E entfernt iſt.

Wäre dagegen nur der Bogen B A B des Erdſchaläquators allein ſichtbar, den wir uns bis nahe zur Marsbahn ausgedehnt denken, ſo müßte ſich derſelbe als ein ſtetiger Lichtſtreifen am

Himmelsgewölbe darstellen, dessen Richtung von der Lage des Horizontes des Beschauers abhängig ist. Zugleich müßte sich der dem Beschauer in E am nächsten liegende Punkt A aus obigen Gründen als von größter Lichtintensität ergeben.

Zeigte sich andererseits nur der Bogen B C des Venusschaläquators, der sich dem Beobachter unter dem Winkel b S E darstellt, so würde dieser als eine oben nach B hin verjüngte Pyramide dem Auge erscheinen, deren Axe, je nach dem Horizonte des Beobachters, einen Winkel mit demselben bildet. Eine solche Lichtpyramide müßte sich aber auch gleichzeitig auf der entgegengesetzten Seite zeigen, wenn die Erde selbst nicht ein Hinderniß für deren Beobachtung abgäbe.

162.

Beobachtung des Zodiakal-Lichtes.

1. Bekanntlich wird in unseren Gegenden das Zodiakal-Licht nur im Frühlinge und im Herbste, und zwar im Februar und März, Abends nach Sonnenuntergang am westlichen Himmel, und im September und Oktober, Morgens vor Sonnenaufgang, am östlichen Himmel in der Gestalt einer Lichtpyramide von geringerer oder größerer Höhe und schwacher Lichtintensität in der Gegend des Thierkreises beobachtet. In jenem Falle ist nur ein Theil der östlichen, in diesem ein Theil der westlichen Pyramide sichtbar. Die große Axe dieser Pyramide ist unter einem Winkel gegen den Horizont geneigt. In den Tropengegenden aber erscheint dieses Phänomen in größerer Lichtintensität und fast bis zum Zenith hinaufsteigend.

2. Von allen Mittheilungen, welche uns über die Beobachtung des Zodiakal-Lichtes vorliegen, ist keine ausführlicher und aus diesem Grunde geeigneter unsere theoretische Anschauung über seine Entstehung und sein Wesen mehr zu bekräftigen wie diejenige, welche uns von Schiaparelli, dem Director der Königlichen Sternwarte zu Mailand, in seinem Werke: „Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen" gemacht werden. Dieselben erhalten für uns

noch einen besonderen Werth, weil sie größtentheils auf den eigenen Beobachtungen des Herrn Verfassers beruhen.

Wir wollen dieselben in ihren ganzen Ausführungen hier folgen lassen:

„Die schöne Lichtpyramide, welche sich im Frühling nach „Sonnenuntergang im Westen und im Herbst vor Sonnenaufgang „im Osten zeigt, ist sehr bekannt. Der Umstand aber, daß diese „Pyramide nicht das ganze Phänomen bildet, sondern nur den „sichtbarsten und den am leichtesten zu beobachtenden Theil des„selben ausmacht, ist vielleicht viel weniger bekannt. Wenn man „nämlich das Zodiakal-Licht in einer günstigen Gegend, wie es „einige der tropischen Gegenden und auch zuweilen unserer ge„mäßigten Zonen sind, beobachtet, so findet man außer dem „Hauptscheine, welcher um die Sonne eine linsenförmige leuchtende „Wolke bildet, noch einen anderen Lichtstreifen von ähnlicher „Gestalt, aber ohne Vergleich von viel geringeren scheinbaren „Dimensionen und viel blasserem Lichte; der Mittelpunkt desselben „befindet sich constant in dem der Sonne diametral gegenüber„stehenden Punkte der Ekliptik. Die Deutschen nennen diesen „Streifen den Gegenschein, was sich in anderen Sprachen „schwer übersetzen läßt. Dies ist aber noch nicht Alles. Dieser „geringere Schein ist je nach den atmosphärischen Zuständen bald „mehr, bald weniger intensiv, bald mehr, bald weniger lang; „ein geübtes Auge aber wird bei günstigem Zustande der Luft „zuweilen wahrnehmen können, wie das eine oder das andere „seiner äußersten Enden oder auch beide sich verlängern, bis sie „die Enden des Hauptscheines erreichen. Unter dieser Gestalt „bildet das Zodiakal-Licht eine einzige große Lichtzone, die sich „über den ganzen Thierkreis ausdehnt und dessen eines Maximum „der Intensität mit dem Orte der Sonne zusammenfällt (wenig„stens muß man es so annehmen, denn man kann das Zodiakal„Licht nicht in der nächsten Nähe der Sonne beobachten), während „ein anderes Maximum, das viel weniger deutlich ist, im ent„gegengesetzten Punkte sich befindet; zwei Minima finden an „zwei Punkten statt, welche nach meinen Beobachtungen ungefähr

„130° von der Sonne und 50° von dem Centrum des geringeren „Scheines entfernt sein dürften."

Unverkennbar entspricht diese Beschreibung des Zodiakal-Lichtes durchaus der Vorstellung, welche wir uns von demselben gemacht haben, nämlich daß der Hauptschein mit dem Aequatorringe der früheren Venusringschalmasse, der s. g. Gegenschein aber mit dem der früheren Erdringschalmasse identisch sind, und daß sich also seine vollkommene Erscheinung gleichsam aus zwei (von der Sonne beleuchteten und von ihr sehr verschieden entfernten, sich aber an dem Himmelsgewölbe als einen größten Kreis projicirenden) Ringbögen zusammensetzt.

Die Mittellinien beider Ringbögen stoßen in den Punkten b des Himmelsgewölbes (Fig. 24.), nämlich in den Minimalpunkten ihrer scheinbaren Intensität zusammen, und die Maximalpunkte dieser Intensität liegen in den Punkten a und c. —

Schiaparelli sagt dann weiter:

„Schon im Jahre 1730 hatte P. Pezenas das Zodiakal-„Licht gleichzeitig im Osten und im Westen gesehen, indem es „den ganzen sichtbaren Theil des Thierkreises einnahm; seine „Beobachtung zeigt aber einige Umstände, welche es in Zweifel „lassen, ob an diesem Tage es sich um ein Zodiakal-Licht oder „um ein Nordlicht handelte. Entschiedener ist der Bericht von „Humboldt, welcher bei seiner Beschiffung der äquinoctialen „Meere zwischen 12° und 15° n. Br. im März 1803 folgende „Worte schrieb, nachdem er die Pracht der westlichen Pyramide „geschildert hatte: „Während daß das Licht im Westen sehr leb-„haft war, beobachteten wir beständig im Osten einen weißlichen „ebenfalls pyramidalen Schein. Dieser Letztere war so stark, „daß er bei dem bestehenden Windstrich die Klarheit des Himmels „auffallend vermehrte. Selbst die Matrosen waren über diesen „doppelten Schein im Westen und Osten erstaunt: ich bin ge-„neigt anzunehmen, daß dieser weiße Schein im Osten der Wider-„schein des eigentlichen Zodiakal-Lichtes im Westen war. Auch „verschwanden beide zu gleicher Zeit."

„Erst im Jahre 1854 entdeckte der Astronom Brorsen auf „der Sternwarte zu Senftenberg den von ihm so genannten

„Gegenſchein, indem er durch Beobachtung genau deſſen Lage „und Beſchaffenheit beſtimmte; auch blieb ihm die Verbindung „deſſelben mit der weſtlichen Pyramide nicht verborgen. Er „ſagt: „Man ſieht einen Gegenſchein nicht allein um die Zeit „des Frühlings-, ſondern auch des Herbſtäquinoctiums, zur „erſteren Zeit freilich viel augenfälliger .... Es iſt eine That-„ſache, wovon ich mich durch vielfältig wiederholte Beobachtungen „überzeugt habe, daß die hellſte Gegend deſſelben dem Sonnen-„orte gerade gegenüber liegt .... Ferner ergaben die Beob-„achtungen, daß der Frühlings-Gegenſchein gegen Mitte April „ſich durch einen Lichtſtreifen mit dem weſtlichen Zodiakal-Lichte „verbindet u. ſ. w.“ Die Entdeckung von Brorſen wurde von „Rev. G. Jones, einem amerikaniſchen Geiſtlichen, vervollſtändigt, „welcher mehr als irgend ein anderer Beobachter die Erſcheinungen „des Zodiakal-Lichtes mit Sorgfalt verfolgt hat. Er ſchrieb „am 18. November aus Quito, einer Stadt, welche, wie kaum „eine andere, zu dieſer Art von Beobachtungen beſonders ge-„eignet iſt: „Ich ſehe hier jede Nacht und während der ganzen „Nacht einen leuchtenden Bogen von Oſt nach Weſten, welcher „ſich über den ganzen Himmel erſtreckt. Dieſer 20° breite Bogen „iſt zu allen Stunden, wenn der Himmel klar iſt, ſichtbar, aber „wenn die Ekliptik ſenkrecht iſt, erſcheint er am hellſten und be-„ſonders auffallend. Zu dieſer Zeit ſieht er faſt wie eine zweite „Milchſtraße aus. Es iſt augenſcheinlich das Zodiakal-Licht.“

Schiaparelli fährt dann weiter fort:

„Mehrere Jahre hindurch habe ich jede günſtige Gelegen-„heit benutzt, um nach eigenen Beobachtungen über den wahren „Anblick des Zodiakal-Lichtes urtheilen zu können; ich habe da-„bei eine vollkommene Beſtätigung aller oben entwickelten Um-„ſtände gefunden. Obgleich das Klima von Mailand nicht zu „den günſtigen hierfür gehört, ſo konnte dennoch der Gegenſchein „genügend oft beobachtet werden: man kann ihn ſicherlich als „eine nicht ungewöhnliche Erſcheinung betrachten. Die Beobachtung „iſt alsdann beſonders leicht, wenn das Centrum dieſes Scheines „im Sternbild des Löwen oder in dem der Jungfrau iſt; man „beobachtet es ſeltener, wenn das Centrum im Waſſermann, oder

„in den Fischen ist. Fast unmöglich aber gelingt es, wenn das „Centrum in den südlichen Zeichen der Ekliptik ist, oder mit den „Verästelungen der Milchstraße sich vermengt, welche ein großes „Hinderniß für die Beobachtung bildet. Ich will schließlich hin„zufügen, daß ich in der Nacht des 3. Mai 1862 gegen $11^{h}\cdot 50^{m}\cdot$ „das Zodiakal-Licht in Gestalt einer continuirlichen Brücke die „ganze sichtbare Halbkugel des Himmels überziehen sah, indem es „in einer Breite von ungefähr 15° die Sternbilder der Zwillinge, „des Löwen, der Jungfrau, der Wage und des Scorpions durch„strich. Die Luft war in diesem Augenblicke von einer wahrhaft „ungewöhnlichen Reinheit; bald darauf erschien ein Nordlicht."

3. Daß das eigentliche Zodiakal-Licht sich innerhalb der Erdbahn befindet, darüber besteht kein Zweifel. Wäre es ebenso zweifellos, daß sich auch der „Gegenschein" innerhalb der Marsbahn befände, so hätten wir einen practischen Beleg dafür, daß die Planeten außerhalb der Aequatorebenen der restirenden Grenzellipsoide entstanden wären, weil durch diese beiden Lichterscheinungen die Grenzen solcher Ebenen markirt werden.

163.

Die Polarlichter.

Die Untersuchungen über das Spectrum des Zodiakal-Lichtes ergeben bekanntlich, daß es aus einer hellen Linie besteht, welche mit der Hauptlinie des Spectrums des Nordlichtes identisch ist.

Hiernach dürfte die Vermuthung gerechtfertigt sein, daß das Wesen der Polarlichter auch in seinen Grundstoffen mit dem Zodiakal-Lichte übereinstimme.

Wir können demnach diese Grundstoffe als noch rückständige unverdichtete Polartheile der früheren Mondringschalen betrachten, welche als selbstständige Calotten ihre rotirende Bewegung fortsetzen, obgleich wir für die Ursache des Zurückbleibens dieser Polartheile bis jetzt keine Erklärung aufgefunden haben. Aber vielleicht dürfen wir annehmen, daß sich nach erhaltener Rotation der Erde ihre Luftatmosphäre durch das Aufsteigen von wasserstoffhaltigen Bestand-

theilen eher bildete, als das Sinken der Pole der sie umgebenden Nebelmasse vollständig erfolgt war.

Zu der Luftatmosphäre der Erde, deren specifische Schwere wir in ihrer geringsten Abstufung als größer erachten wie diejenige der unverdichteten Rückstände, müssen sich diese aber verhalten wie jede specifisch leichtere Flüssigkeit zu der schweren — sie müssen auf ihr schwimmen und in Folge der Anziehung einen Druck auf sie ausüben. Ferner muß die Drehungsgeschwindigkeit der rückständigen Nebelmasse eine weit größere sein, wie diejenige der Luftatmosphäre an den beiden Polen, welche ihre Drehung mit der Erde gemeinschaftlich hat. Und legen wir ihr nur die, in (98. 6.), für die letzte Schalablagerung der Erde gefundene Umdrehungszeit von etwa 4 Stunden bei, so ist ihre Umdrehungsgeschwindigkeit etwa 6 mal so groß, wie diejenige der Erdatmosphäre an den beiden Polen. Die Calotte würde also in 24 Stunden etwa 5 Umläufe mehr machen, wie die Erdatmosphäre an diesen Stellen.

Durch diesen Mehrbetrag an Geschwindigkeit der Drehung, der uns die Luftatmosphäre als ruhend annehmen läßt, muß aber eine beständige Reibung der letzteren an ihrer Oberfläche stattfinden, und hierdurch das Verhalten beider Körper zu einander zu einem natürlichen Elektrophor gestaltet werden.

Diese Reibung muß sich vergrößern, sobald die sonst an den Polen *wenig* bewegte Atmosphäre, durch irgend welche Einflüsse an ihrer Oberfläche wellenförmig bewegt wird.

Wir messen also nach diesen Ausführungen die Erscheinungen der Polarlichter der Reibung bei, welche die Luftatmosphäre der Erde von restirenden Theilen noch unverdichteter und rotirender Nebelmassen des früheren Erdenellipsoides erleidet.

XIV.

Die Kometen.

164.

Vorbemerkungen.

Bekanntlich sind die Kometen Himmelskörper, welche wegen der Geringfügigkeit ihrer Masse keinen merklichen Einfluß auf die Bewegung der übrigen im Sonnensystem befindlichen Himmelskörper ausüben. Sie bestehen aus Nebularmasse, deren geringe Dichte es zuläßt, daß uns die entfernteren Fixsterne, welche von ihnen bedeckt werden, stets sichtbar bleiben. Dabei bewegen sie sich, nicht wie die Planeten in nahe kreisförmigen Bahnen, sondern in langgestreckten Ellipsen um die Sonne, von welchen sich der Theil, der uns sichtbar wird, meistens als eine Parabel darstellt, in derem Brennpunkte sich die Sonne selbst befindet. Man unterscheidet an ihnen für gewöhnlich Kopf und Schweif. Ersterer besteht aus dem Kern, einem mehr oder weniger glänzenden Punkte, der sich vorn an dieser Himmelserscheinung zeigt und dabei von einer Nebelhülle umgeben wird. Letztere, die ein nothwendiges Attribut des Kometen ist, besteht aus einem, dem Kopfe häufig angehängten, nebeligen Streifen, dessen Länge sowohl für die verschiedenen, wie auch für einen und denselben Kometen veränderlich erscheint.

Die Kometen werden für uns nur sichtbar in der Nähe ihrer Perihelien, also an Stellen, in welchen sich langgestreckte Ellipsen, von einer Parabel mit demselben Brennpunkte schwer von einander unterscheiden. Nur wenige Kometen von kürzerer Umlaufszeit

machen hiervon eine Ausnahme, und weichen in der Nähe ihrer Perihelien von dieser Regel ab, indem sie eine Verwechselung beider Curven nicht zulassen.

Die Größe dieser Himmelskörper übertrifft diejenige der Planeten oft viele Tausendmal und ihre Schweife erstrecken sich häufig auf eine Länge von vielen Millionen Meilen. Da sie trotz dieser bedeutenden Ausdehnung ihrer Masse auf die Bewegung der Planeten keinen merklichen Einfluß ausüben — wohl aber die Planeten auf die Bewegung der Kometen — so schließt man gewiß mit Recht auf die Geringfügigkeit dieser Masse und auf ihre Nebularnatur.

Was übrigens die Kometen am meisten von den Himmelskörpern des Sonnensystems unterscheidet, ist ihre Bewegungsrichtung und die Neigungsebene ihrer Bahnen gegen die Ekliptik. Denn während sich die Planeten in ihren Bahnen stets von West nach Osten bewegen, und auch die Monde ihre Bewegungen um ihre Planeten in dieser Richtung einhalten, bewegen sich die Kometen nach allen möglichen Richtungen um die Sonne, und sind daher sowohl rechtläufig als rückläufig. Ihre Bahnen sind daher auch nach allen möglichen Richtungen gegen die Ekliptik geneigt, während die Bahnebenen der Planeten nahe mit derselben zusammenfallen.

Aus diesem Grunde werden auch von vielen Astrophysikern die Kometen als früher nicht zu dem Sonnensysteme gehörige, sondern aus dem Weltall in dasselbe eingedrungene und von der Anziehungskraft der Sonne in ihrem Bereiche festgehaltene Körper betrachtet.

Es ist nur bemerkenswerth, daß auch Laplace, der Erfinder der nach ihm genannten Schöpfungshypothese dieser Ansicht huldigte, da doch die Kometenhüllen und Schweife unzweifelhaft noch aus derselben Materie bestehen, aus welcher er selbst die Planeten und Monde hervorgehen ließ.

Wir glauben das Richtigere zu treffen, wenn wir die Kometen als Rückstände eben dieser Nebularmasse ansehen, aus welcher sich durch einen mechanischen Proceß, bereits die Planeten und Monde bildeten.

Den Nachweis, daß die Kometen ihrer Natur nach solche Rückstände seien, glauben wir in dem Folgenden zu liefern.

165.

Die Entstehung der Kometen.

1. Die Beobachtung zeigt uns die Kometenhüllen als durchsichtige Nebel und ihre Schweife als Fortsetzungen dieser Hüllen. Sie verlängern sich in der Sonnennähe und werden mit ihrer Entfernung von dem Centralkörper wieder kleiner. In der Regel sind die Schweife von der Sonne abgewendet und man hält die große Hitze, welche sie in der Nähe der Sonne erleiden, für die eigentliche Ursache der Schweifbildungen.

Bei der Sichtbarkeit dieser Nebel können wir sie nicht als unveränderte Theile jenes Nebelellipsoides betrachten, das wir uns durch den Zusammenstoß einer 500 fachen Erdmasse mit dem Sonnenkörper als entstanden gedacht haben, sagen wir als *unveränderte* Theile der früheren Sonnenatmosphäre. Wir müssen sie vielmehr als Theile jenes bereits *verdichteten* Nebels' ansehen, aus welchem die Monde hervorgingen.

2. Wir haben, in (124.), gesehen, daß der eigentlichen Bildung der Planeten ein Niederschlag vieler kleinen Körperchen aus den oberen und unteren Theilen der Ringschale in die Aequatorebene vorausging und daß die in dieser Ebene sich befindlichen Nebeltheile an diese Körperchen Anlagerung fanden. Dasselbe Verhalten der Masse mußte auch bei Bildung der Monde stattfinden.

Nun ist es denkbar, (119. 2.), daß, wenn die zusammenstoßenden Körperchen bereits aus dem weichen in den festen und elastischen Zustand übergegangen waren, sie sich nicht zu *einem* Körper vereinigten, sondern im Gegentheil bei dem Zusammenstoße (nach dem Gesetze über den Zusammenstoß elastischer Körper) an einander abprallten; daß sie sich also aus dem Bereiche der Aequatorebene entfernten und in eigenen Bahnen um die Sonne bewegten. Die Bewegungsrichtung, welche sie hierbei einschlugen, konnte also nur von der Art und Weise des Zusammentreffens der Körperchen abhängen, mußte also eine ganz zufällige sein, d. h. ihre Bewegung mußte nach allen nur denkbaren Richtungen, gleichsam „auf's Blinde" in den Weltraum erfogen.

3. Da die in Contact gerathenen Körperchen in ihrer Bewegung um die Sonne gleichläufig sind, so können sie an ihrer Bahngeschwindigkeit im Allgemeinen keine große Veränderung erleiden, und wir dürfen wohl annehmen, daß sie sich von der Bahngeschwindigkeit ihres Planeten, nach dem Zusammenstoße meistens nicht bedeutend unterscheiden, nämlich dieselbe nur um ein Geringes übersteigen oder auch um Weniges hinter derselben zurückbleiben.

4. Bei der Abschleuderung dieser kleinen Körperchen wird ihnen die Nebelhülle adhäriren, und es ist denkbar, daß sie hierbei eine Längenausdehnung erhält, die sich uns als Schweif darstellt, der dann in der Sonnennähe durch die Sonnenhitze sich weiter vergrößert.

Auf diese Weise denken wir uns die Kometen entstanden und erkennen in dem Kern der Kometen diese abgeschleuderten Körperchen selbst.

5. Die große Anzahl der Kometen, die nach einer (wohl etwas zu großen) Schätzung Kepplers der Zahl der Fische im Weltmeere zu vergleichen sei, scheint unsere Ansicht von der Entstehung der Kometen zu unterstützen. Wir halten sie also nicht für Körper, welche, außerhalb des Sonnensystems entstanden, in dasselbe eingedrungen und von der Kraft der Sonne festgehalten wurden, sondern wir finden ihre Bildungsgeschichte durchaus mit derjenigen der Planeten und Monde zusammenfallend.

6. Bei der näheren Betrachtung des Verhaltens eines solchen von einer Nebelhülle umgebenen Körperchens bei seiner Abschleuderung haben wir zunächst zu berücksichtigen:

a) Den Abschleuderungspunkt R, Fig. 32., beziehungsweise seine Entfernung R S (= R) vom Mittelpunkt S der Sonne, den wir als dem mittleren Bahnhalbmesser des zugehörigen Planeten nahezu gleich erachten dürfen (165. 3.).

b) Die Richtung R F, nach welcher hin die Abschleuderung erfolgte, beziehungsweise den Winkel S R F (= α), unter welchem die Abschleuderung stattfand.

c) Die Geschwindigkeit g, mit welcher das Körperchen abgeschleudert wurde.

7. Aus den Größen R, α und g construirt sich dann für uns folgende Aufgabe: In der Entfernung R S (= R) von dem

Mittelpunkte S der Sonne, Fig. 32., werde ein Körper, der mit einem Halbmeſſer R S (= R) frei die Sonne umkreiſt, unter einem Winkel S R F (= α) mit einer Anfangsgeſchwindigkeit = g abgeſchleudert. Man beſtimme nun die Bahncurve, welche der abgeſchleuderte Körper beſchreibt.

Zur Auflöſung dieſer Aufgabe haben wir die Keppler'ſchen Geſetze zu entwickeln. Wir werden hierbei von der Anziehungskraft, welche der Planet ſelbſt noch eine Zeitlang — und wegen ſeiner beſtändig wachſenden Entfernung vom Abſchleuderungspunkte in ſteter Verminderung — auf den abgeſchleuderten Körper ausübt, abſehen und dieſen Einfluß des Planeten als eine anfängliche Störung nur nebenbei in Betracht ziehen. Es möchte aber geeignet erſcheinen, den Winkel α der Abſchleuderung einer vorgängigen Betrachtung zu unterwerfen.

166.

Betrachtung über den Abſchleuderungswinkel α.

1. Es iſt nothwendig, weil in den wenigſten Fällen uns die Linie R F der Fig. 32. die Abſchleuderungsrichtung ſelbſt bezeichnen wird, meiſtens vielmehr nur die Projection dieſer Richtung, da die Abſchleuderung, wie wir bereits näher erörtert haben, keineswegs in der Bahnebene des Planeten liegen muß, ſondern vielmehr nach außen hin jeden beliebigen Winkel gegen dieſe Ebene bilden kann. — Wir dürfen uns alſo den Schenkel R F des Winkels S R F (= α) von dem Abſchleuderungspunkte R aus, über die Papierfläche, welche uns die Bahnebene des Planeten vorſtellt, ebenſowohl ſich erhebend, wie als ſich unter dieſelbe ſenkend vorſtellen. — Der Winkel S R F der Fig. 32. wird uns daher meiſtentheils nur die Projection des Abſchleuderungswinkels α vorzuſtellen haben.

2. Die zu beſtimmende Bahncurve wird dagegen — abgeſehen von der Störung, die der abgeſchleuderte Körper von den Planeten ſelbſt hierbei erleidet — ſtets ihre Ebene mit der Ebene des Winkels α gemein haben. Stellt alſo die Gerade R F die Projection des Schenkels R F vor, ſo wird auch die auf der Papierfläche zu con-

ſtruirende Curve ſtets die Projection der eigentlichen Bahncurve bezeichnen.

3. Obgleich wir, in (165. 2.) bemerkt haben, daß die Abſchleuderung eines Körperchens nach allen möglichen Richtungen erfolgen könne, ſo wollen wir doch vorläufig hier annehmen, ſie finde unter einem Winkel α gegen die gerade Verbindungslinie R S des Abſchleuderungspunktes R mit dem Sonnenmittelpunkte S ſtatt, der größer ſei als ein Rechter, daß alſo die Abſchleuderung ſelbſt von der Sonne ab erfolge. Unter letzterer Annahme dürfen wir den Abſchleuderungswinkel α bis zu einer Größe von 180° zunehmen und dann noch weiter darüber hinaus bis zu einer Größe von 270° wachſen laſſen. Bei einer weiteren Zunahme bis zu 360° und 0° bis zu 90° würde eine Annäherung des Körpers nach der Sonne hin ſtattfinden.

167.

Das erſte Keppler'ſche Geſetz.

Es ſei der nach der Richtung R F abgeſchleuderte, von der Attractionskraft der Sonne aber angezogene, mithin von der Richtung R F abgelenkte, Körper nach einer Zeit z in den Punkt $\mathfrak{R}$ gelangt, habe alſo die krumme Linie R $\mathfrak{R}$ (= s) beſchrieben, ſo wird uns die Gerade $\mathfrak{R}$ S (= $\mathfrak{R}$) den Radiusvector der Bahn für dieſen Punkt $\mathfrak{R}$ bezeichnen.

Denkt man ſich durch den Mittelpunkt S der Centralkraft eine Abciſſenlinie unter einem noch näher zu beſtimmenden Winkel R S B (= β) gelegt, und betrachtet den Punkt S als den Anfangspunkt eines rechtwinkeligen Coordinatenſyſtems, ſo wird uns die auf die Abſciſſenlinie S B gefällte Senkrechte $\mathfrak{R}\,\mathfrak{N}$ die Ordinate y des Punktes $\mathfrak{R}$, und ihre Entfernung $\mathfrak{N}$ S vom Anfangspunkte S die Abſciſſenlinie x des Punktes $\mathfrak{R}$ bezeichnen.

Iſt die urſprüngliche Geſchwindigkeit g des abgeſchleuderten Körpers durch die Anziehungskraft der Sonne vermindert und in dem Punkte $\mathfrak{R}$ gleich u geworden und bezeichnet $\mathfrak{R}\,\mathfrak{M}$ = $\mathfrak{P}$ die Beſchleunigung in dem Punkte $\mathfrak{R}$, ſo läßt ſich dieſe nach dem

Parallelogramm der Kräfte in zwei andere, nämlich in die Beschleunigung $\mathfrak{R}\,\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{R}\,\mathfrak{E}$ zerlegen, von welchen Erstere mit der Abscissenlinie parallel läuft, die Andere senkrecht darauf steht, und wir haben wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke:

$$(\mathfrak{R}\,\mathfrak{K}) : (\mathfrak{R}\,\mathfrak{M}) = (\mathfrak{N}\,\mathfrak{S}) : (\mathfrak{R}\,\mathfrak{S}), \text{ nämlich } (\mathfrak{R}\,\mathfrak{K}) : \mathfrak{P} = x : \mathfrak{R},$$

also ist:

1. $$(\mathfrak{R}\,\mathfrak{K}) = \frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{R}} \cdot x.$$

Ebenso ist:

$$(\mathfrak{R}\,\mathfrak{E}) : (\mathfrak{R}\,\mathfrak{M}) = (\mathfrak{N}\,\mathfrak{R}) : (\mathfrak{R}\,\mathfrak{S}), \text{ nämlich } (\mathfrak{R}\,\mathfrak{E}) : \mathfrak{P} = y : \mathfrak{R},$$

also ist:

2. $$(\mathfrak{R}\,\mathfrak{E}) = \frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{R}} \cdot y.$$

Nun folgt aus den Gleichungen (46. 3. und 4.), wenn wir daselbst g für die Geschwindigkeit v und $2\,\mathfrak{P}$ für P schreiben*), nämlich aus:

$$ds = g \cdot dz \qquad \text{und} \qquad dg = 2\,\mathfrak{P} \cdot dz$$

3. $$d^2s = dg \cdot dz \qquad \text{oder} \qquad d^2s = 2\,\mathfrak{P} \cdot dz^2$$

also:

4. $$d\left(\frac{ds}{dz}\right) = 2\,\mathfrak{P} \cdot dz.$$

Wenden wir diese Formel auf die Beschleunigungen $\mathfrak{R}\,\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{R}\,\mathfrak{E}$, in 1) und 2) an, so ergiebt sich:

5. $$d\left(\frac{dx}{dz}\right) = -\frac{2\,\mathfrak{P}}{\mathfrak{R}} \cdot x \cdot dz;$$

6. $$d\left(\frac{dy}{dz}\right) = -\frac{2\,\mathfrak{P}}{\mathfrak{R}} \cdot y \cdot dz.$$

---

*) Wir schreiben zwei $\mathfrak{P}$ für P, weil in jenen Formeln P nicht den Fallraum am Ende der ersten Secunde, sondern die Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde bedeutet.

Wir erhalten dieſe Ausdrücke negativ, weil die Seitenkraft R K die Abſciſſe und die Seitenkraft R E die Ordinate zu vermindern ſtreben.

Aus 6) folgt:

$$7. \qquad -\frac{2\mathfrak{P}}{\mathfrak{R}} \cdot dz = \frac{1}{y} \cdot d\left(\frac{dy}{dz}\right)$$

und wenn wir dieſen Werth in 5) einführen, ſo ergiebt ſich:

$$8. \qquad y \cdot d\left(\frac{dx}{dz}\right) - x \cdot d\left(\frac{dy}{dz}\right) = 0.$$

Durch Integration erhalten wir dann, weil das Differential der Zeit, d z, eine unveränderliche Größe vorſtellt:

$$9. \qquad y \cdot \frac{dx}{dz} - x \cdot \frac{dy}{dz} = \text{Const.}$$

in welcher Darſtellung die Größen $\frac{dx}{dz}$ und $\frac{dy}{dz}$ die Geſchwindigkeiten nach den Richtungen R K und R E bedeuten.

Nun iſt im Anfange der Bewegung

$$10. \qquad x = R \cdot \cos\beta \qquad \text{und} \qquad y = R \cdot \sin\beta;$$

daher iſt auch:

$$11. \qquad R \cdot \sin\beta \cdot \frac{dx}{dz} - R \cdot \cos\beta \cdot \frac{dy}{dz} = \text{Const.}$$

mithin ergiebt ſich, nach 9) und 11)

$$12. \qquad y \cdot \frac{dx}{dz} - x \cdot \frac{dy}{dz} = R \cdot \sin\beta \cdot \frac{dx}{dz} - R \cdot \cos\beta \cdot \frac{dy}{dz}.$$

168.

Fortſetzung.

Bezeichnet uns ferner die Linie M R die Geſchwindigkeit g der Abſchleuderung in R, ſo läßt ſich dieſe in zwei Seitengeſchwindigkeiten R E und R K zerlegen, von welchen Erſtere ſenkrecht auf

der Abſciſſenlinie S B ſteht, Letztere dagegen mit derſelben parallel läuft. Es iſt dann

1. Winkel K R M = A R K (= A S B) − A R M = β − α und

2. $$(E R) = \frac{d y}{d z} = g \cdot \sin(\beta - \alpha);$$

$$(R K) = \frac{d x}{d z} = g \cdot \cos(\beta - \alpha).$$

Wenn man dieſe Werthe auf der rechten Seite der Gleichung (167. 12.) einführt, ſo ergiebt ſich:

3. $$y \cdot \frac{d x}{d z} - x \cdot \frac{d y}{d z} = R g \left(\sin \beta \cdot \cos(\beta - \alpha) - \cos \beta \cdot \sin(\beta - \alpha)\right) = R g \cdot \sin \alpha$$

oder

4. $$y \cdot d x - x \cdot d y = R g \cdot \sin \alpha \cdot d z.$$

Hieraus folgt durch Integration:

5. $$- x y + 2 \int y \cdot d x + \text{Const.} = R g \cdot \sin \alpha \cdot z.$$

Es finden aber für z = 0 die Gleichungen in (167. 10.) ſtatt, daher iſt:

6. $$\text{Const.} = - R^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta + 2 R x \cdot \sin \beta$$

und das vollſtändige Integral ergiebt ſich:

7. $$- x y - R^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta + 2 R x \cdot \sin \beta + 2 \int y \cdot d x = R g \cdot \sin \alpha \cdot z.$$

Hieraus findet ſich:

8. $$z = \frac{R x \cdot \sin \beta - \frac{1}{2} R^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta + \int y \cdot dx - \frac{1}{2} xy}{\frac{1}{2} \cdot R g \cdot \sin \alpha}.$$

Zieht man nun durch den Anfangspunkt R der Bewegung eine Parallele J R E mit der Abscissenlinie und errichtet auf diese in dem Anfangspunkte S der Coordinaten eine Senkrechte J S, so ergiebt sich das Rechteck S N E J, dessen Grundlinie S N = x und dessen Höhe (R Q) = R . sin β ist. Der Inhalt dieses Rechteckes ist daher,

9. $$(S\,N\,E\,J) = R\,x\,.\,\sin\beta.$$

Weiter ergiebt sich als Inhalt des Dreieckes R S J, dessen Höhe J S (= R Q) ebenfalls = R . sin β und dessen Grundlinie (R J = S Q) = R . cos β ist, der Ausdruck

10. $$(R\,S\,J) = \frac{1}{2}\,.\,R^2.\,\sin\beta\,.\,\cos\beta.$$

Aus 9) und 10) folgt:

11. $$R\,x\,.\,\sin\beta - \frac{1}{2}\,R^2.\,\sin\beta\,.\,\cos\beta = (S\,N\,E\,R\,S).$$

Da ferner der Ausdruck $\int y\,.\,dx$ den Inhalt der von der Curve R N begrenzten Fläche R E N R bezeichnet, so repräsentiren uns die 3 ersten Glieder des Zählers in 8) die von der Curve R N begrenzte Fläche R S N N R R.

Das vierte Glied $\frac{1}{2}\,x\,y$ $\left(= \frac{1}{2}\,S\,N\,.\,N\,N\right)$ bezeichnet uns dagegen den Flächeninhalt des Dreieckes S N N. Da dieses Glied negativ ist, so drückt uns der ganze Zähler des Bruches in 8) den Inhalt der von der Curve R N begrenzten Fläche R S N R aus, welche von der bewegten Masse um den Attractionspunkt S beschrieben wurde und wir haben:

12. $$z = \frac{(R\,S\,N\,R)}{\frac{1}{2}\,R\,g\,.\,\sin\alpha}.$$

Aus denselben Gründen ist die Dauerzeit Z der Bewegung welche die abgeschleuderte Nebelmasse zu ihrer Bewegung von J nach irgend einem anderen Punkte D nothwendig hat, nämlich:

13. $$Z = \frac{R\,S\,D\,\mathfrak{R}\,R}{\frac{1}{2} \cdot Rg \cdot \sin\alpha}.$$

Aus 12) und 13) folgt aber:

14. $$z : Z = (R\,S\,\mathfrak{R}\,R) : (R\,S\,D\,\mathfrak{R}\,R);$$

d. h. bei jeder Centralbewegung verhalten sich die Dauerzeiten der Bewegung wie die von dem bewegten Körper beschriebenen Ausschnitte. Bekanntlich versteht man unter diesem Satze das erste Keppler'sche Gesetz.

169.

Das zweite Keppler'sche Gesetz.

Bezeichnet man den Winkel R S $\mathfrak{R}$, welchen die Entfernung R S des Abschleuderungspunktes von dem Mittelpunkte S der Anziehung mit dem Radiusvector $\mathfrak{R}$ S = $\mathfrak{R}$ bildet, mit φ, so ist der Inhalt des beschriebenen Flächenausschnitts R S $\mathfrak{R}$ R für Ordinaten aus dem Punkte S, nämlich:

1. $$(R\,S\,\mathfrak{R}\,R) = \frac{1}{2}\int \mathfrak{R}^2 \cdot d\varphi.$$

Daher ist auch nach (168. 12.)

2. $$z = \frac{\int \mathfrak{R}^2 \cdot d\varphi}{Rg \cdot \sin\alpha}$$

und es folgt hieraus:

3. $$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{Rg \cdot \sin\alpha}{\mathfrak{R}^2}.$$

Nun bezeichnet uns $\frac{d\varphi}{dz}$ die Winkelgeschwindigkeit des Radiusvector $\mathfrak{R}$ in dem Punkte $\mathfrak{R}$. Hieraus folgt, weil Rg . sin α eine constante Größe ist:

Die Winkelgeschwindigkeiten des abgeschleuderten Körpers verhalten sich zu einander, wie umgekehrt die Quadrate seiner Entfernungen vom Mittelpunkte der Anziehung.

Denkt man sich die bewegte Masse von $\mathfrak{R}$ aus um einen unendlich kleinen Theil $\mathfrak{R}\,\mathfrak{r}$ ihrer Bahn $R\,\mathfrak{R} = s$ fortgerückt, und beschreibt mit $S\,\mathfrak{r}$ aus S den unendlich kleinen Bogen $\mathfrak{k}\,\mathfrak{r}$, so ist in dem Differentialdreieck $\mathfrak{R}\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{r}$

4. $$(\mathfrak{R}\,\mathfrak{r}) = ds; \qquad (\mathfrak{R}\,\mathfrak{k}) = d\mathfrak{R}; \qquad (\mathfrak{k}\,\mathfrak{r}) = \mathfrak{R} \cdot d\varphi.$$

Denkt man sich weiter an den zurückgelegten Weg $R\,\mathfrak{R}$ in $\mathfrak{R}$ eine Tangente $\mathfrak{R}\,\mathfrak{H}$ gelegt und auf diese von S aus eine Senkrechte $\mathfrak{H}\,S = \mathfrak{H}$ gefällt, so ist das Dreieck $\mathfrak{R}\,S\,\mathfrak{H}$ dem Differentialdreieck $\mathfrak{R}\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{r}$ ähnlich und wir haben:

5. $(\mathfrak{R}\,\mathfrak{r}) : (\mathfrak{k}\,\mathfrak{r}) = (\mathfrak{R}\,S) : (\mathfrak{H}\,S)$ oder $ds : \mathfrak{R} \cdot d\varphi = \mathfrak{R} : \mathfrak{H}$;

also ist:

6. $$\mathfrak{H} \cdot ds = \mathfrak{R}^2 \cdot d\varphi.$$

Es folgt aber aus 3):

7. $$\mathfrak{R}^2 \cdot d\varphi = Rg \cdot \sin\alpha \cdot dz;$$

folglich ist auch:

8. $$\mathfrak{H} \cdot ds = Rg \cdot \sin\alpha \cdot dz$$

und

9. $$\frac{ds}{dz} = \frac{Rg \cdot \sin\alpha}{\mathfrak{H}}.$$

Nun ist $\frac{ds}{dz}$ die Tangentialgeschwindigkeit u des bewegten Körpers an der Stelle $\mathfrak{R}$, daher ist auch

10. $$u = \frac{Rg \cdot \sin\alpha}{\mathfrak{H}}.$$

Da der Zähler dieses Bruches eine constante Größe ausdrückt, so folgert sich hieraus: Die Tangentialgeschwindigkeiten der abgeschleuderten Massetheile verhalten sich

in den verschiedenen Punkten ihrer Bahn wie umgekehrt die senkrechten Linien, welche aus dem Mittelpunkte der Anziehung auf die Tangenten dieser Punkte gezogen werden.

Bekanntlich versteht man unter diesem Satze das zweite Keppler'sche Gesetz.

170.

Vorbereitendes Verfahren zur Bestimmung des Radiusvector.

Fällt man von $\mathfrak{r}$ eine Senkrechte $\mathfrak{m}\,\mathfrak{r}$ nach der Abscissenlinie und zieht man von $\mathfrak{R}$ aus eine Parallele $\mathfrak{R}\,\mathfrak{m}$ mit derselben, so entsteht das rechtwinkelige Differentialdreieck $\mathfrak{R}\,\mathfrak{m}\,\mathfrak{r}$, in welchem $\mathfrak{R}\,\mathfrak{r} = \mathrm{d}\,s$, $\mathfrak{R}\,\mathfrak{m} = \mathrm{d}\,x$ und $\mathfrak{m}\,\mathfrak{r} = \mathrm{d}\,y$ ist, und wir haben:

1. $(\mathfrak{R}\,\mathfrak{r})^2 = (\mathfrak{R}\,\mathfrak{m})^2 + (\mathfrak{m}\,\mathfrak{r})^2$ oder $\mathrm{d}\,s^2 = \mathrm{d}\,x^2 + \mathrm{d}\,y^2$.

Hieraus folgt:

2. $$\mathrm{d}\,s \,.\, \mathrm{d}^2 s = \mathrm{d}\,x \,.\, \mathrm{d}^2 x + \mathrm{d}\,y \,.\, \mathrm{d}^2 y$$

oder, wenn man für $\mathrm{d}^2 x$ und $\mathrm{d}^2 y$ ihre Werthe aus (167. 5. u. 6.) substituirt:

3. $$\frac{\mathrm{d}\,s \,.\, \mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}\,z^2} = -\frac{2\,\mathfrak{P}}{\mathfrak{R}}\,(x \,.\, \mathrm{d}\,x + y \,.\, \mathrm{d}\,y)$$

oder

4. $$\mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{d}\,s^2}{\mathrm{d}\,z^2}\right) = -\frac{4\,\mathfrak{P}}{\mathfrak{R}}\,(x \,.\, \mathrm{d}\,x + y \,.\, \mathrm{d}\,y)\,^*)$$

Nun ist in dem rechtwinkeligen Dreieck $\mathfrak{S}\,\mathfrak{N}\,\mathfrak{R}$

5. $$\mathfrak{R}^2 = x^2 + y^2$$

und es ergiebt sich durch Differenzirung:

6. $$\mathfrak{R} \,.\, \mathrm{d}\,\mathfrak{R} = x \,.\, \mathrm{d}\,x + y \,.\, \mathrm{d}\,y.$$

---

*) Denn es ist $\mathrm{d}\,(\mathrm{d}\,s^2) = 2\,\mathrm{d}\,s \,.\, \mathrm{d}^2 s$,

Es folgert sich mithin aus 4)

7. $$d\left(\frac{d s^2}{d z^2}\right) = -4 \mathfrak{P} . d \mathfrak{R}.$$

Diese Gleichung integrirt giebt:

8. $$\frac{d s^2}{d z^2} = \text{Const.} - 4 \int \mathfrak{P} . d \mathfrak{R}.$$

Da nun $\frac{d s}{d z} = u =$ der Tangentialgeschwindigkeit ist, so ist auch:

9. $$u^2 = \text{Const.} - 4 \int \mathfrak{P} . d R.$$

Setzt man in diese Gleichung für u seinen Werth aus (169. 10.) so ist:

10. $$\frac{R^2 g^2 . \sin^2 \alpha}{\mathfrak{H}^2} = \text{Const.} - 4 \int \mathfrak{P} . d \mathfrak{R}.$$

Hieraus findet sich weiter durch Differenzirung:

11. $$\mathfrak{P} = \frac{R^2 g^2 . \sin^2 \alpha}{2 \mathfrak{H}^3} . \frac{d \mathfrak{H}}{d \mathfrak{R}}.$$

In dem rechtwinkeligen Differentialdreieck $\mathfrak{R} \mathfrak{k} \mathfrak{r}$ ist:

12. $$(\mathfrak{R} \mathfrak{r})^2 = (\mathfrak{k} \mathfrak{r})^2 + (\mathfrak{R} \mathfrak{k})^2$$

oder

13. $$d s^2 = \mathfrak{R}^2 . d \varphi^2 + d \mathfrak{R}^2.$$

Nun ist nach (169. 7.)

14. $$d z^2 = \frac{\mathfrak{R}^4 . d \varphi^2}{R^2 g^2 . \sin^2 \alpha}.$$

Führt man die beiden Werthe von $d s^2$ und $d z^2$ in 8) ein, so ergiebt sich:

15. $$\frac{\mathfrak{R}^2 . d \varphi^2 + d \mathfrak{R}^2}{\mathfrak{R}^4 . d \varphi^2} . \mathfrak{R}^2 g^2 . \sin^2 \alpha = \text{Const.} - 4 \int \mathfrak{P} . d \mathfrak{R}$$

und hieraus findet sich:

$$16.\quad \frac{d\varphi}{d\mathfrak{R}} = \frac{R\,g\,.\,\sin\alpha}{\mathfrak{R}\sqrt{(\text{Const.} - 4\int \mathfrak{P}\,.\,d\,\mathfrak{R})\,\mathfrak{R}^2 - \mathfrak{R}^2\,g^2\sin^2\alpha}}.$$

171.

Fortsetzung.

Es bezeichnet uns $\mathfrak{P}$ den Fallraum am Ende der ersten Secunde, welchen die abgeschleuderte Masse in dem Punkte $\mathfrak{R}$ nach dem Mittelpunkte S der Sonne haben würde, wenn ihm die Tangentialgeschwindigkeit u in diesem Punkte mangelte. Nennen wir r den Halbmesser der Sonne und p den Raum, welchen ein freifallender Körper an ihrer Oberfläche in der ersten Secunde zurücklegt, so haben wir:

$$1.\quad p : \mathfrak{P} = \mathfrak{R}^2 : r^2 \qquad \text{oder} \qquad \mathfrak{P} = \frac{p\,r^2}{\mathfrak{R}^2}.$$

Substituiren wir diesen Werth von $\mathfrak{P}$ in (170. 9.), so ergiebt sich:

$$2.\quad u^2 = \text{Const.} - 4\int \frac{p\,r^2}{\mathfrak{R}^2}\,.\,d\,\mathfrak{R}$$

und durch Integration erhalten wir:

$$3.\quad u^2 = \text{Const.} + \frac{4\,p\,r^2}{\mathfrak{R}}.$$

Nun ist für $\mathfrak{R} = R$ die Tangentialgeschwindigkeit $u = g$, d. h.

$$4.\quad g^2 = \text{Const.} + \frac{4\,p\,r^2}{R}$$

daher

$$5.\quad \text{Const.} = g^2 - \frac{4\,p\,r^2}{R}$$

und mithin ist das vollständige Integral

$$6.\qquad u^2 = g^2 - \frac{4\,p\,r^2}{R} + \frac{4\,p\,r^2}{\mathfrak{R}}.$$

Führt man den Werth von $\mathfrak{P}$ aus 1) in (170. 16.) ein, so ist:

$$7.\qquad \frac{d\varphi}{d\mathfrak{R}} = \frac{R\,g\,.\,\sin\alpha}{\mathfrak{R}\,.\,\sqrt{(\text{Const.} - 4\int \frac{p\,r^2}{R^2}\,.\,d\mathfrak{R})\,\mathfrak{R}^2 - R^2 g^2\,.\,\sin^2\alpha}}.$$

Nun folgt aus 2) und 6):

$$8.\qquad \text{Const.} - 4\int \frac{p\,r^2}{\mathfrak{R}^2}\,.\,d\mathfrak{R} = \frac{R\,g^2 - 4\,p\,r^2}{R} + \frac{4\,p\,r^2}{\mathfrak{R}}.$$

Daher ist auch:

$$9.\qquad \frac{d\varphi}{d\mathfrak{R}} = \frac{R\,g\,.\,\sin\alpha}{\mathfrak{R}\,.\,\sqrt{\frac{R\,g^2 - 4\,p\,r^2}{R}\,.\,\mathfrak{R}^2 + 4\,p\,r^2\,.\,\mathfrak{R} - R^2 g^2\,.\,\sin\alpha}}.$$

Die Integrirung dieser Gleichung ergiebt:

$$10.\qquad \varphi = -\operatorname{arc\,tg}\frac{4\,p\,r^2\,.\,\mathfrak{R} - 2\,R^2 g^2\,.\,\sin^2\alpha}{2\,R\,g\,.\,\sin\alpha\,.\,\sqrt{\frac{R\,g^2 - 4\,p\,r^2}{R}\,.\,\mathfrak{R}^2 + 4\,p\,r^2\,.\,\mathfrak{R} - R^2 g^2 \sin^2\alpha}} + \text{Const.}$$

Für $\varphi = 0$ ist $\mathfrak{R} = R$, daher

$$11.\qquad \text{Const.} = +\operatorname{arc\,tg}\frac{4\,p\,r^2 - 2\,R\,g^2\,.\,\sin^2\alpha}{2\,R\,g^2\,.\,\sin\alpha\,.\,\cos\alpha}$$

und

$$12.\qquad \operatorname{tg}\varphi = -\frac{4\,p\,r^2\,.\,\mathfrak{R} - 2\,R^2 g^2\,.\,\sin^2\alpha}{2\,R\,g\,.\,\sin\alpha\,.\,\sqrt{\frac{R\,g^2 - 4\,p\,r^2}{R}\,.\,\mathfrak{R}^2 + 4\,p\,r^2\,\mathfrak{R} - R^2 g^2\,.\,\sin^2\alpha}} + \frac{4\,p\,r^2 - R\,g^2\,.\,\sin^2\alpha}{2\,R\,g^2\,.\,\sin\alpha\,.\,\cos\alpha}.$$

172.

Bestimmung der Bahnaxen der abgeschleuderten Körper.

Aus dieser Gleichung hätten wir nun den Werth von R zu bestimmen und alsdann die Ordinaten R, welche hier alle von einem Punkte S, dem Attractionspunkte, ausgehen, in senkrechte Ordinaten zu übertragen, mithin $\sqrt{x^2 + y^2}$ anstatt R zu substituiren und auch tg φ durch x und y auszudrücken. Dieser Weg ist ein außerordentlich umständlicher. Es geht indessen aus der Gleichung (171. 12.) hervor, daß wir es, weil R und φ die einzigen veränderlichen Größen sind, von einander abhängen und R überdies in keiner höheren als der zweiten Potenz erscheint, lediglich mit einer Gleichung des zweiten Grades zu thun haben, daß also die erzeugte Curve nur eine Kegelschnittslinie sein könne.

Wir wollen daher aus dem Maximum und Minimum des Werthes von R die Natur dieser Curve zu bestimmen suchen.

Wenn man zu dem Ende in der Differentialgleichung (171. 9.) zur Bestimmung des größten und kleinsten Werthes von R die Quadratwurzelgröße im Nenner gleich Null setzt, so findet sich hieraus:

$$1.\ R^* = \frac{2\,p\,r^2\,R \pm R\sqrt{4\,p^2\,r^4 - R\,g^2\,.\,\sin^2\alpha\,(4\,p\,r^2 - R\,g^2)}}{4\,p\,r^2 - R\,g^2}$$

---

*) 1) Es läßt sich nachweisen, daß in dieser Formel, welche reelle positive Werthe man auch für die Buchstaben p, r, R, g und α wählen mag, die Quadratwurzelgröße stets einen reellen Werth erhält, d. h., daß die Größe unter dem Wurzelzeichen nie negativ wird.

2. Auch wollen wir nicht übersehen, daß der Werth von R keine Aenderung erleidet, wenn wir − g für + g substituiren, weil dieser Buchstabe nur in der 2. Potenz erscheint. In diesem Falle geht dann auch $\sin^2\alpha$ über in $\sin^2(180° - \alpha)$. Der abgeschleuderte Körper erhält dadurch nur die gerade entgegengesetzte Bewegungsrichtung, aber die Natur der erzeugten Curve bleibt dieselbe wie vorher.

In dieser Formel 1), welche uns den Werth des Radiusvectors $\mathfrak{R}$ der gesuchten Curve ausdrückt, bezeichnen uns also R, g und α veränderliche Größen, während uns p und r constante Größen bedeuten, nämlich r den Halbmesser des Sonnenkörpers und p die Beschleunigung an der Sonnenoberfläche oder den Weg, welchen ein freifallender Körper an der Oberfläche der Sonne in der ersten Secunde zurücklegt. Da uns aber g Geschwindigkeit bedeutet, so halten wir es für zweckmäßig, auch die Beschleunigung p in Geschwindigkeit auszudrücken. Indem wir demgemäß $^1/_2\,p$ für p schreiben, wird aus 1):

$$2.\quad \mathfrak{R} = \frac{p\,r^2\,R \pm R\,.\,\sqrt{p^2\,r^4 - R\,g^2\,.\,\sin^2\alpha\,(2\,p\,r^2 - R\,g^2)}}{2\,p\,r^2 - R\,g^2}$$

Diese Formel liefert uns zugleich das Maximum und Minimum für den Radiusvector der Curve, welche das abgeschleuderte Körperchen beschreibt, nämlich das Maximum durch das obere Vorzeichen + der Wurzelgröße im Zähler, und das Minimum durch das untere Vorzeichen — dieser Größe.

Da uns die Buchstaben p und r constante, die Buchstaben R, g und α dagegen veränderliche Größen vorstellen, so ändert sich natürlich mit diesen veränderlichen Größen auch der Werth des Radiusvectors $\mathfrak{R}$. Das Product $R\,g^2$ wird aber hierbei stets in einem bestimmten Abhängigkeitsverhältniß von dem bekannten Producte $2\,p\,r^2$ stehen, und von diesem Verhältniß der Charakter der Curve selbst abhängig sein.

Denken wir uns z. B. die Werthe von R und g so, daß

$$3.\quad 2\,p\,r^2 = R\,g^2$$

ist, so geht die Gleichung 2) über in:

$$4.\quad \mathfrak{R} = \frac{p\,r^2\,R \pm p\,r^2\,R}{2\,p\,r^2 - R\,g^2}\,.$$

Für das obere Vorzeichen + im Zähler dieses Bruches wird dann

5. $$\mathfrak{R} = \frac{2\,p\,r^2\,R}{0} = \infty$$

und für das untere Vorzeichen — wird:

6. $$\mathfrak{R} = \frac{p\,r^2 - {}^1/_2\,R\,g^2}{2\,p\,r^2 - R\,g^2} \cdot R = \frac{1}{2}\,R.$$

7. Die Curve ist bei dieser Wahl der Werthe von R und g eine Parabel und die beiden Werthe von $\mathfrak{R}$ liegen vom Brennpunkte aus auf der Axe der Parabel einander gerade gegenüber, beziehungsweise sie bilden selbst diese Axe.

173.

Fortsetzung.

Wählen wir dagegen die Werthe von R und g so, daß

1. $$2\,p\,r^2 > R\,g^2$$

ist, so werden zwar stets der größte und kleinste Radiusvector vom Brennpunkte aus gerechnet, einander gegenüberliegen, also die Axe der Curve bilden, wir erhalten dann aber zwei endliche Werthe für $\mathfrak{R}$, weil dann stets die, in (172. 2.) dem Summanden $p\,r^2\,R$ des Zählers hinzuzufügende oder von ihm abzuziehende Größe kleiner ist wie dieser Summand selbst und der Nenner nicht Null wird.

In diesem Falle bedeutet die Summe der beiden Werthe von $\mathfrak{R}$ die große Axe 2 A einer Ellipse. Es ist dann

2. $$2\,A = \frac{2\,p\,r^2\,R}{2\,p\,r^2 - R\,g^2} \qquad \text{oder} \qquad A = \frac{p\,r^2\,R}{2\,p\,r^2 - R\,g^2}$$

während uns die Wurzelgröße, die Excentricität E der Ellipse ausdrückt und stets kleiner ist wie die große Halbaxe A.

Es ist also:

3. $$E = \frac{R\sqrt{p^2\,r^4 - R\,g^2 . \sin^2\alpha\,(2\,p\,r^2 - R\,g^2)}}{2\,p\,r^2 - R\,g^2}.$$

Aus 2) und 3) findet sich die halbe kleine Axe B der Ellipse, weil für diese $B^2 = A^2 - E^2$ ist, nämlich:

$$4.\quad B^2 = \frac{R^3 g^2 . \sin^2 \alpha}{2 p r^2 - R g^2} \quad \text{oder} \quad B = \frac{R \sqrt{R . g . \sin \alpha}}{\sqrt{2 p r^2 - R g^2}} .$$

5. Aus diesen Formeln ist ersichtlich, daß die Excentricität und die halbe kleine Axe von dem Winkel α abhängig sind, die halbe große Axe dagegen nicht. Ferner ergiebt sich aus Formel 2), daß die Länge der großen Axe unter sonst gleichen Umständen von der Geschwindigkeit g der Abschleuderung bedingt wird. Da der Nenner in Formel 2) kleiner wird, wenn g wächst, so wird damit der Werth von A größer. Es nimmt also die große Axe 2 A mit der Abschleuderungsgeschwindigkeit g zu und ab.

Würden wir aber R und g so wählen, daß

$$6.\qquad 2 p r^2 < R g^2$$

wäre, so ginge Gleichung (172. 2.) über in:

$$7.\quad \mathfrak{R} = \frac{- p r^2 R \mp R \sqrt{p^2 r^4 + R g^2 . \sin^2 \alpha (R g^2 - 2 p r^2)}}{R g^2 - 2 p r^2}$$

und hieraus erhalten wir, analog 2), 3) und 4):

$$8.\quad 2 A = \frac{- 2 p r^2 R}{R g^2 - 2 p r^2} ; \qquad A = \frac{- p r^2 R}{R g^2 - 2 p r^2} ;$$

$$9.\quad E = \frac{R \sqrt{p^2 r^4 + R g^2 . \sin^2 \alpha (R g^2 - 2 p r^2)}}{R g^2 - 2 p r^2}$$

$$10.\quad B^2 = \frac{R^3 g^2 . \sin^2 \alpha}{R g^2 - 2 p r^2} ; \qquad B = \frac{R \sqrt{R . g . \sin \alpha}}{\sqrt{R g^2 - 2 p r^2}} .$$

11. Hier erhält also die große (oder erste Halb-)Axe A bezüglich des Anfangspunktes eine negative Lage, während die Excentricität größer ist, wie diese Halbaxe. Für die Annahme in 6) gehören demnach die Radienvectoren einer Hyperbel an.

174.

Der Abschleuderungswinkel α.

Wäre der Abschleuderungswinkel $\alpha = 90°$ oder $270°$, so wäre $\sin^2 \alpha = 1$ und Formel (272. 2.) ginge in diesem Falle in die folgende über:

1. $$\mathfrak{R} = \frac{p\,r^2\,R \pm p\,r^2\,R \mp R^2 g^2}{2\,p\,r^2 - R\,g^2}.$$

Aus dieser ergiebt sich weiter, unter Anwendung der oberen Vorzeichen:

2. $$\mathfrak{R} = R$$

und unter Anwendung der unteren Vorzeichen:

3. $$\mathfrak{R} = \frac{R^2 g^2}{2\,p\,r^2 - R\,g^2}.$$

Unter der Annahme $\alpha = 90°$ oder $\alpha = 270°$ ist also der eine Theil der Curvenaxe stets gleich der Entfernung R des Abschleuderungspunktes von dem Anziehungspunkte, und Ersterer ist zugleich Scheitelpunkt der Curve.

Für die Annahme

4. $$p\,r^2 = R\,g^2$$

ergiebt sich dann aus 3) ebenfalls $\mathfrak{R} = R$. Die Curve ist also unter dieser Annahme ein Kreis.

Es folgt mithin, aus 4), unter der Annahme einer rechtwinkeligen Abschleuderung, für die Kreisbewegung die Geschwindigkeit

5. $$g = r\sqrt{\frac{p}{R}}; \qquad g^2 = \frac{p\,r^2}{R};$$

während sich nach unserer Annahme in (172. 3.) für die Bewegung in einer Parabel die Geschwindigkeit

$$6. \qquad g = r\sqrt{\frac{p}{R}} \cdot \sqrt{2}\,; \qquad g^2 = \frac{2\,p\,r^2}{R}\,;$$

ergiebt. Der abgeschleuderte Körper müßte also, bei einer rechtwinkeligen Abschleuderung und einer Geschwindigkeit, welche um $\sqrt{2}$ mal größer wäre, wie für die Kreisbewegung, eine Parabel beschreiben, deren Scheitelpunkt der Abschleuderungspunkt selbst wäre.

In diesem Falle würde also die abgeschleuderte Nebelmasse nicht um die Sonne laufen, sondern sich aus dem Gebiete ihrer Anziehung entfernen. In noch höherem Grade würde dies nach der Annahme in (173. 1.) der Fall sein, für welche

$$7. \qquad g > r\sqrt{\frac{p}{R}} \cdot \sqrt{2}\,; \qquad g^2 > \frac{2\,p\,r^2}{R}$$

wäre.

Es ergiebt sich hieraus:

Ist der Abschleuderungswinkel ein Rechter, so ist der Ausdruck

$$8. \quad g = \lim . \, r\sqrt{\frac{p}{R}} \cdot \sqrt{2} \quad \text{oder} \quad g^2 = \lim . \, \frac{2\,p\,r^2}{R}$$

die Grenze für die Möglichkeit, daß die Bahn der abgeschleuderten Nebelmasse eine geschlossene wird.

Für

$$9. \qquad g^2 \gtreqless \frac{2\,p\,r^2}{R}$$

kehrt sie nicht mehr zu dem Anfangspunkte zurück.

175.

Fortsetzung.

Wäre dagegen der Abschleuderungswinkel $\alpha = 0°$ oder wäre $\alpha = 180°$, so würde $\sin^2 \alpha = 0$ sein und Formel (172. 3.) ginge über in

1. $$\mathfrak{R} = \frac{p r^2 R \pm p r^2 R}{2 p r^2 - R g^2}.$$

Für das obere Vorzeichen ist also:

2. $$\mathfrak{R} = \frac{2 p r^2 R}{2 p r^2 - R g^2}$$

und für das untere ist:

3. $$\mathfrak{R} = 0.$$

Bei einer Abschleuderung unter 180° würde also der abgeschleuderte Körper von dem Abschleuderungspunkte aus eine gerade Linie, direct von der Sonne ab, beschreiben, deren Länge uns die Gleichung 2) angiebt. Ist hierbei

4. $$2 p r^2 = R g^2$$

so ist diese Länge

5. $$\mathfrak{R} = \frac{2 p r^2 R}{0} = \infty$$

und der abgeschleuderte Körper kehrt nicht mehr zur Sonne zurück.

Die Abschleuderung des Körperchens unter 0° ist nur unter der Annahme denkbar, daß dasselbe durch den Zusammenstoß zum Stillstand gelangt sei, d. h. seine Geschwindigkeit ganz eingebüßt habe. Dann finden zwar die Formeln 1) 2) und 3) statt, der Werth von g in 2) wird aber gleich Null und es ist:

6. $$\mathfrak{R} = R,$$

d. h. das Körperchen fällt in gerader Richtung direct in die Sonne.

Wäre aber:

7. $$R g^2 > 2 p r^2,$$

so ginge Formel 2) über in

8. $$\mathfrak{R} = \frac{- p r^2 R}{R g^2 - 2 p r^2}, \qquad (173.\ 8.)$$

also in die erste Halbaxe einer Hyperbel, deren Excentricität wäre:

9. $$E = \frac{p r^2 R}{R g^2 - 2 p r^2}$$

mithin dieſer erſten Halbaxe gleich wäre und deren zweite Halbaxe, nach (173. 10.) ſein würde:

10. $$B = 0.$$

Die Bahncurve würde alſo hier wieder in eine gerade, direct von der Sonne abgewendeten Linie übergehen, und das Körperchen kehrte, wie in 5), nicht mehr zur Sonne zurück.

176.

Das dritte Keppler'ſche Geſetz.

Es geht aus dem Abgehandelten hervor, daß die Körperchen, welche einen wirklichen Umlauf um die Sonne erhalten, denſelben nur in Ellipſen (und nur mit ſeltenen Ausnahmen in Kreislinien) vollziehen.

Wir wollen nun die Zeit beſtimmen, in welcher ſie einen ſolchen Umlauf zurücklegen.

Bezeichnen wir dieſe Zeit mit T, ſo folgt, wenn uns A die halbe große und B die halbe kleine Axe der Ellipſe vorſtellt, welche das Körperchen beſchreibt, alſo $A B \pi$ deren Flächeninhalt ausdrückt, aus (168. 12.):

1. $$T = \frac{2 A B \pi}{R g . \sin \alpha} \qquad \text{oder} \qquad T^2 = \frac{4 A^2 B^2 \pi^2}{R^2 g^2 . \sin^2 \alpha}$$

und wenn wir hier für B^2 ſeinen Werth aus (173. 4.) ſubſtituiren, ſo iſt:

2. $$T^2 = \frac{4 A^2 R . \pi^2}{2 p r^2 - R g^2} .$$

Aus dieſer Formel iſt erſichtlich, daß die Umlaufszeit T von dem Abſchleuderungswinkel α durchaus unabhängig iſt. Nun folgt, aus (173. 2.):

3. $$2 p r^2 - R g^2 = \frac{p r^2 R}{A}$$

und wenn man dieſen Werth anſtatt des Nenners in 2) einführt, ſo ergiebt ſich:

4. $T^2 = \frac{4\pi^2}{p r^2} \cdot A^3$ oder $A = \sqrt[3]{\frac{p r^2}{4\pi^2} \cdot T^2}$.

In gleicher Weiſe würden wir für eine andere elliptiſche Bahn, deren große Halbaxe a und deren Umlaufszeit t wäre, die Gleichung erhalten:

5. $t^2 = \frac{4\pi^2}{p r^2} \cdot a^3$ oder $a = \sqrt[3]{\frac{p r^2}{4\pi^2} \cdot t^2}$.

Aus 4) und 5) folgt dann:

6. $T^2 : t^2 = A^3 : a^3$

das dritte Keppler'ſche Geſetz, nach welchem ſich die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Würfel der mittleren Entfernungen (d. h. der großen Halbaxen) verhalten, und aus welchem hervorgeht, daß die Umlaufszeiten von den großen Halbaxen allein abhängig ſind.

Da nun, nach (107. 8.) $\frac{4\pi^2}{p r^2} = V^{-1}$ iſt, ſo folgen aus 4):

7. $T^2 = V^{-1} \cdot A^3$ oder $T = A \sqrt{V^{-1} \cdot A}$

8. $A^3 = V T^2$ oder $A = \sqrt[3]{V T^2}$

nämlich dieſelben Gleichungen (in welchen T Secunden und A Meilen bedeuten) wie in (71. 6.), wenn man daſelbſt A für R ſchreibt.

177.

Betrachtung über die Größe $R g^2$.

Schreiben wir in (59. 3.) U und u für G und g, ſo folgt:

1. $R U^2 = r u^2$

d. h. das Product aus der Entfernung R (oder r) eines ſich frei

im Kreiſe um einen und denſelben Körper, die Sonne, bewegenden Körpers in das Quadrat ſeiner Bahngeſchwindigkeit U (oder u) iſt ſtets eine unveränderliche Größe.

Bezeichnet uns nun r den Halbmeſſer der Sonne und u die Geſchwindigkeit eines ſich frei im Kreiſe an der Oberfläche der Sonne um dieſelbe bewegenden Körpers, ſo erhalten wir dieſe conſtante Größe in folgender Weiſe. Es iſt, nach (61. 6.) $u^2 = rp$, wenn wir daſelbſt u für G ſchreiben und uns p die Fallgeſchwindigkeit am Ende der erſten Secunde eines an der Oberfläche der Sonne freifallenden Körpers bezeichnet. Alſo iſt auch

2. $$r u^2 = r^2 p$$

Nun iſt, nach (107. 8.):

3. $$r^2 p = 4\pi^2 V$$

mithin iſt auch:

4. $$r u^2 = 4\pi^2 V = R U^2.$$

Dürften wir nun U dem Werthe von g gleicherachten, ſo würde ſein:

5. $$2pr^2 - Rg^2 = 2pr^2 - RU^2 = 2pr^2 - pr^2 = pr^2.$$

6. Es drückt uns aber hier offenbar U die Geſchwindigkeit aus, welche das abgeſchleuderte Körperchen *vor* dem Zuſammenſtoße mit einem andern hatte, während uns g die Geſchwindigkeit bedeutet, die es nach dem Zuſammenſtoße erlangte, und indem uns R ſtets die Entfernung des Abſchleuderungsortes vom Mittelpunkte der Anziehung bezeichnet.

Da bei dem Zuſammenſtoße beider Körper ihre Entfernungen vom Mittelpunkte der Anziehung einander gleich, nämlich beide glech R ſind, ſo dürfen wir auch ihre Geſchwindigkeiten vor dem Zuſammentreffen einander nahe gleich und nahe = U erachten (165. 3.) — Nun treffen ſich beide Körper, indem ſie aus der unteren und oberen Ringſchalhälfte in der Aequatorebene zuſammenſtoßen, einander *nicht* gerade ſondern ſchief und die Formeln für den geraden Stoß erleiden daher auch ſtreng genommen keine genaue

Uebereinstimmung für unseren Fall. Sie zeigen uns aber doch im Allgemeinen, daß die Verminderung an Geschwindigkeit bei der größeren Masse kleiner sein muß, wie der Zuwachs an Geschwindigkeit bei der kleineren Masse, sowie daß Verlust und Zuwachs an Bewegungskraft bei beiden im verkehrten Verhältniß der Massen stehen. Da sich also die Körper nicht gerade treffen, und auch weder vollkommen unelastisch, noch vollkommen elastisch sein mögen, so dürfen wir wohl annehmen, daß der größere Körper bei seinem Verluste an Geschwindigkeit sich der Sonne nähern, der kleinere dagegen an dem größeren abpralle und sich mit vermehrter Geschwindigkeit g, geführt von der Anziehungskraft der Sonne, im Raume weiterbewege.

178.

Parabolische Abschleuderungsgeschwindigkeiten.

1. Nach unserer Entstehungstheorie der Planeten lag der größere Theil der kleinen Körperchen, aus welchen sie sich aufbauten, außerhalb ihrer jetzigen Bahnen, der kleinere Theil derselben innerhalb dieser Bahnen. Oder mit andern Worten, die Halbmesser, mit welchen sich diese kleinen Körperchen selfständig um die Sonne bewegten, waren meistens größer wie die jetzigen Bahnhalbmesser der Planeten und nur zum kleineren Theil kleiner. Daher bewegte sich auch der größere Theil der kleinen Körperchen mit geringerer, der kleinere dagegen mit größerer Geschwindigkeit wie die Planeten in ihrer Bahn.

2. Unser Werth von R trifft daher mit den mittleren Bahnhalbmessern der Planeten nicht genau zusammen und eben so wenig die Geschwindigkeit U der Körperchen mit der Bahngeschwindigkeit G der Planeten in (75. 8.). Immerhin werden wir die mittleren Entfernungen der Planeten und ihre Bahngeschwindigkeiten, zum Zwecke weiterer Untersuchungen als mittlere, auch für diese Körperchen zu Grunde legen dürfen.

Unter der Annahme aber, daß die Abschleuderung in der Entfernung der Planeten stattfanden, haben wir den Körperchen vor

ihrer Abschleuderung die Geschwindigkeiten U = G in (75. 7. u. 8.) beizulegen.

3. Wollen wir nun die Möglichkeit unterstellen, es erhielten die Körperchen nach ihrer Abschleuderung eine Geschwindigkeit g, welche ihre Bahnen in paraboliſche umwandelte, so daß sie also keine geschlossenen Bahnen um die Sonne durchlaufen, so hätten wir die Geschwindigkeiten G, in (75. 7. u. 8.), einfach mit $\sqrt{2}$ zu multipliciren, um g in der Bedeutung der Formel (174. 6.) zu erhalten.

Nach Ausführung dieser Rechnung erhalten wir folgende Zusammenstellung:

4.

			Für abgeschleuderte Körperchen der
log g = 0,0108468;	g = 1,025290	g. M.	Neptunmasse;
log g = 0,1083623;	g = 1,283401	„	Uranus „
log g = 0,2600861;	g = 1,820061	„	Saturn „
log g = 0,3916971;	g = 2,464320	„	Jupiter „
log g = 0,6583650;	g = 4,553706	„	Mars „
log g = 0,7498136;	g = 5,621000	„	Erde „
log g = 0,8202448;	g = 6,610659	„	Venus „
log g = 0,9559027;	g = 9,034470	„	Merkur „

Welche dieser Geschwindigkeiten g man nun auch quadriren und mit der Entfernung R des betreffenden Planeten vom Mittelpunkte der Sonne multipliciren mag — immer wird man dann ein Product erhalten, das dem constanten Werthe von $2 p r^2$ durchaus gleich ist.

Zur Bestimmung von $2 p r^2$ ergiebt die Rechnung:

log p = 2,4282107 in Meter (75. 4.), daselbst p für P geschrieben

log (1 M. in M.) = 0,1295703 — 4 (68. 10.)

log 2 = 0,3010300

$\log r^2$ = 9,9410470 (75. 3.) daselbst r R für geschrieben

5. $\log (2 p r^2) = 8{,}7998580$; $2 p r^2 = 630751000$.

Wählen wir zur Bestimmung des Werthes von $R g^2$ ein von der Neptunmasse abgeschleudertes Körperchen, so erhalten wir:

$$\log \Psi = \log R = 8{,}7781643 \quad (71.\ 4.)$$
$$\log g^2 = 0{,}0216936 \quad 4.)$$

6. $\log (R g^2) = 8{,}7998579$; $R g^2 = 630750900.$

Wären wir bei Bestimmung von $R g^2$ von einer anderen Planetenmasse, z. B. von der Merkurmasse ausgegangen, so würden wir erhalten haben:

$$\log \mathrm{Q} = \log R = 6{,}8880525 \quad (71.\ 5.)$$
$$\log g^2 = 1{,}9118054 \quad 4.)$$

7. $\log R g^2 = 8{,}7998579$; also dasselbe Resultat wie in 6).

Aus der Vergleichung von 6) oder 7) mit 5) ergiebt sich also Gleichheit zwischen den Größen $2 p r^2$ und $R g^2$, denn wir finden den Logarithmus der ersteren in seiner Mantisse nur in der letzten Ziffer um eine Einheit größer wie den der letzteren.

Dieser Unterschied liegt indessen offenbar nur in den nicht vollkommen genauen Werthen der letzten Ziffern der Logarithmen. Stünden aber beide gefundenen Werthe, nämlich derjenige für $2 p r^2$ und derjenige für $R g^2$ *vollkommen* genau richtig, so würde die Bahn des abgeschleuderten Körperchens immerhin noch eine Ellipse sein müssen, für welche die Bedingung in (173, 1.) maßgebend bleibt.

Unter der Voraussetzung aber, daß die in 5) und 6) gefundenen Werthe *vollkommen* genau wären, bleibt es interessant, aus ihnen die halbe große Axe A der Bahn, sowie die Umlaufszeit T zu berechnen.

Aus 5) und 6) ergiebt sich als Nenner der Formel (173. 2.)

8. $$2 p r^2 - R g^2 = 100.$$

Nun ist für unser Beispiel nach derselben Formel

9. $\log p r^2 = 8{,}4988280$; (folgt aus 5), wenn man den $\log (2 p r^2)$ um $\log 2$ vermindert.

$\log \Psi' = \log R = 8{,}7781643$

$\log p r^2 R = 17{,}2769923$

$\log 100 = 2 \qquad = \log (2 p r^2 - R g^2)$

10. $\log A = 15{,}2769923$; $A = 189231000000000$ g. M.

Seine Umlaufszeit würde sich aber nach Formel (176. 7.) wie folgt ergeben:

$\log A^3 = 45{,}8309769$ nach 10)

$\log V^{-1} = 0{,}0975316 - 7$ (71. 3.)

$\log T^2 = 38{,}9285085$

$\log T = 19{,}4642542$ in Sec.

$\log$ (1 J. in S.) $= 7{,}4991114 = \log$ (1 Jahr in Sec.) (70. 2)

11. $\log T = 11{,}9651428$; $T = 922874800000$ Jahre.

12. Es folgt aus diesem Resultate zwar keine unendliche Zeit, aber nichts desto weniger eine Zeitdauer, für welche die Dauer des Sonnensystems doch nur eine Spanne Zeit bedeuten möchte. Das Resultat in 10) dagegen läßt uns, weil die mittlere Entfernung des abgeschleuderten Körpers schon über 473 Sternweiten (1 Sternweite zu 4 Billionen Meilen gerechnet) ergiebt, auf ein Eingreifen desselben in den Himmelsraum nach der größeren Entfernung von der Sonne ab, auf beiläufig 8 bis 900 Sternweiten schätzen. Die Körperchen gelangen also offenbar in die Anziehungssphäre anderer Himmelskörper und es ist auch für unser Beispiel an eine Rückkehr zur Sonne nicht zu denken.

13. Bezeichnet wieder U die Geschwindigkeit eines abgeschleuderten Körperchens vor seiner Abschleuderung, g seine Geschwindigkeit nach derselben, so müßte also für eine parabolische Geschwindigkeit $g = U \cdot \sqrt{2} = U + U \cdot 0{,}4142135 \ldots$ sein, d. h. es müßte durch den Zusammenstoß um $U \cdot 0{,}4142135 \ldots$ an Geschwindigkeit zunehmen.

Es tritt hier die Frage an uns heran, ob die Abschleuderung der Körperchen eine derartige gewesen sein könne, daß sie überhaupt

eine *paraboliſche* Bahn zu beſchreiben genöthigt wurden, oder auch, daß ſie in eine *hyperboliſche* übergehen konnten? Wir haben (124. 3.) die in die Aequatorebene abgelagerten Körperchen zwar im Allgemeinen als in *weichem* Zuſtande befindlich angenommen. Dies hindert aber nicht, wie wir es ja bei unſerer Kometentheorie unterſtellt haben, auch manche derſelben als bereits in den harten Zuſtand übergegangen zu denken und ihnen zugleich mehr oder weniger Elaſticität beizumeſſen. — Wenn wir nun auch bei den zuſammenſtoßenden Körperchen nahezu Gleichheit ihrer Geſchwindigkeiten unterſtellen (177. 6.), ſo dürfen wir doch nicht auch Gleichheit bezüglich ihrer Maſſen durchweg annehmen.

Wir erſehen ſchon in (41. 2.), daß, wenn zwei vollkommen elaſtiſche Körper, von welchen der eine die dreifache Maſſe des andern hat, mit gleichen Geſchwindigkeiten gegeneinander laufen und gerade zuſammenſtoßen, der größere Körper zur Ruhe kommt, der kleinere Körper dagegen mit *doppelter* Geſchwindigkeit zurückkehrt. Mit der Zunahme des größeren Körpers an Maſſe wächſt aber, nach den Formeln (40. 5, u. 6.), die zurückkehrende Geſchwindigkeit des kleineren Körpers noch weiter. Wir haben es hier zwar nicht mit dem geraden Gegeneinanderlaufen zweier Körper, ſondern dem ſchiefen Zuſammenſtoße, und auch wohl nicht mit vollkommen elaſtiſchen Körpern zu thun, immerhin läßt ſich aber ein ſolches gegenſeitiges Maſſenverhältniß zur Vorſtellung bringen, wodurch der kleinere Körper eine *ſeitliche* Richtung mit einer Geſchwindigkeit erhält, die ſeine frühere um das $\sqrt{2}$ fache überſteigt.

In dieſem Falle erhielt der kleinere Körper eine *hyperboliſche* Bahn um die Sonne und hat ſich längſt aus ihrem Bereiche entfernt.

179.

Die Geſchwindigkeit des Kometen in den Endpunkten ſeiner Axen.

Hat das abgeſchleuderte elaſtiſche Körperchen eine derartige Geſchwindigkeit erlangt, daß es ſich aus dem Bereiche der Sonne

nicht entfernen, sondern nur eine elliptische Bahn um dieselbe beschreiben konnte, so mußte sich dasselbe, insofern äußere Kräfte nicht auf es einwirkten, immer in derselben Bahn um die Sonne bewegen. Und es ist hierbei ganz einerlei, in welchem Punkte seiner Bahn ihm die Abschleuderung ertheilt wurde. Wir können daher auch annehmen, seine Abschleuderung sei in dem Perihelium oder auch im Aphelium erfolgt. Unter dieser Voraussetzung wird aus Formel (173. 2.), indem wir die Perihelдistanz P für R und G für g schreiben:

$$1. \qquad A = \frac{p r^2 . P}{2 p r^2 - P G^2},$$

und die Formeln (173. 3. u. 4.) für die Excentricität und die halbe kleine Axe erhalten eine Vereinfachung. Denn unter der Annahme, die Abschleuderung sei in einem der genannten Punkte geschehen, konnte der Abschleuderungswinkel nur gleich 90° sein, für welchen stets $\sin^2 \alpha = 1$ ist. Es wird also unter obiger Voraussetzung aus Formel (173. 3.):

$$2. \qquad \pm E = -\frac{P (p r^2 - P G^2)}{2 p r^2 - P G^2},$$

und aus (173. 4.) wird:

$$3. \qquad B^2 = -\frac{P^2 G^2}{2 p r^2 - P G^2}.$$

Kennt man nun die Umlaufszeit T eines Kometen, also auch, nach (176. 8.), seine große Halbaxe, und ist außerdem noch seine Excentricität E bekannt, so ist

4. $P = A - E$ seine Perihel- und $2A - P$ seine Apheldistanz.

Indem wir nun unter G die Geschwindigkeit im Perihelium verstehen, erhalten wir aus 1):

$$5. \qquad G^2 = p r^2 . \frac{2A - P}{AP}.$$

Um die Geschwindigkeit g des Kometen in seinem Aphelium zu bestimmen, schreibe man in Formel 1) $2A - P$ für P, so findet sich:

6. $$g^2 = p r^2 . \frac{P}{A (2 A - P)} .$$

Aus 5) und 6) ergiebt sich:

7. $$G : g = (2 A - P) : P.$$

Es verhalten sich also die Geschwindigkeiten des Kometen im Perihelium und Aphelium zu einander, wie die Periheldistanz zur Apheldistanz verkehrt genommen, was mit dem ersten Keppler'schen Gesetze (168. 14.) vollkommen übereinstimmt.

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit γ des Kometen in den Endpunkten der kleinen Bahnaxe, setze man, weil hier der Radiusvector der halben großen Axe gleich ist, in (173. 2) A anstatt B, und schreibe γ für g, dann ergiebt sich:

8. $$\gamma = \frac{p r^2}{A} \quad \text{oder} \quad \gamma = \sqrt{\frac{p r^2}{A}} .$$

Aus 5) und 8) folgt:

9. $$G : \gamma = \sqrt{2 A - P} : \sqrt{P} ,$$

d. h.: Es verhalten sich die Geschwindigkeiten der Kometen im Perihelium und in den Endpunkten der kleinen Axe, wie die Quadratwurzeln der Periheldistanz zur Quadratwurzel der Apheldistanz verkehrt genommen.

Aus 6) und 8) ergiebt sich ebenso:

16. $$\gamma : g = \sqrt{2 A - P} : \sqrt{P} .$$

Aus 9) und 10) dagegen folgt:

11. $$G : \gamma = \gamma : g \quad \text{oder} \quad \gamma^2 = G . g ; \qquad \gamma = \sqrt{G . g} .$$

Es ist also die Geschwindigkeit des Kometen in den Endpunkten der kleinen Axe die mittlere Proportionalgröße zwischen den Geschwindigkeiten in den Absiden.

Wäre es möglich durch die Beobachtung sowohl die Periheldistanz P wie auch die Geschwindigkeit G eines Kometen im Peri-

helium ganz genau zu bestimmen, so würde sich auch, aus Formel 1) die große Halbaxe alsbald leicht finden lassen, sowie aus Formel 2) die Excentricität.

Aus letzterer Gleichung ergiebt sich, wenn man sie durch die Formel 1) dividirt:

$$12. \quad \frac{E}{A} = \pm \frac{p r^2 - P G^2}{p r^2} = \pm \left(1 - \frac{P G^2}{p r^2}\right).$$

Da aber hier E eine entgegengesetzte Lage von P hat, so ist das untere Vorzeichen gültig, und es ist:

$$13. \quad \frac{E}{A} = \frac{P G^2}{p r^2} - 1 \quad \text{oder} \quad E = A\left(\frac{P G^2}{p r^2} - 1\right).$$

Dividirt man Gleichung 3) durch Gleichung 1), so ergiebt sich:

$$14. \quad B^2 = A \cdot \frac{P^2 G^2}{p r^2} \quad \text{oder} \quad B = PG \cdot \sqrt{\frac{A}{p r^2}}.$$

Sind die Excentricität E in Theilen der großen Halbaxe A = 1 und die Periheldistanz P in Erdweiten (♁) ausgedrückt, gegeben, wie das in den Kometenverzeichnissen gewöhnlich der Fall ist, so folgt:

$$15. \quad A : P = ♁ : (1 - E) \quad \text{oder} \quad A = \frac{P \cdot ♁}{1 - E}.$$

180.

Der Halley'sche Komet.

Legen wir zur Prüfung unserer Formeln einen bestimmten Kometen mit bekannter Umlaufszeit zu Grunde, und nehmen wir an, der Halley'sche Komet, dessen Excentricität E = 0,967391 ist, brauche genau 76 Jahre zu einem ganzen Umlaufe um die Sonne, so ergiebt die Rechnung bezüglich seiner Axen ꝛc.

$\log 76 = 1{,}8808136$

$\log (1\ \text{J. in S.}) = 7{,}4991114$ (70. 2.) $=$ log 1 Jahr in Secunden.

$\log T = 9{,}3799250$ $=$ log 76 Jahre in Sec.

$\log T^2 = 18{,}7598500$

$\log V = 6{,}9024684$ (71. 3.)

$\log A^3 = 25{,}6623184$

1. $\log A = 8{,}5541061$; $A = 358184000$ g. M.

$\log E = 0{,}9856021 - 1$

2. $\log E = 8{,}5397082$; $E = 346504000$ „

3. $2A - P = A + E = 704688000$ „

4. $P = A - E = 11680000$ „

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit g in dem Aphelium des Kometen, ergiebt sich, nach (179. 6.):

5. $\log (2A - P) = 8{,}8479968$;

$\log A = 8{,}5541061$

$\log [(2A - P).A] = 17{,}4021029$

6. $\log P = 7{,}0674428$

$\log \frac{P}{(2A - P).A} = 0{,}6653399 - 11$

$\log p r^2 = 8{,}4988280$ (178. 9.)

$\log g^2 = 0{,}1641679 - 2$

7. $\log g = 0{,}0820839 - 1$; $g = 0{,}1208046$ g. M.

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit G des Kometen in seinem Perihelium ergiebt die Rechnung, nach (179. 5.):

$\log (2A - P) = 8{,}8479968$ $\log A = 8{,}5541061$

$\log (A P) = 15{,}6215489$ $\log P = 7{,}0674428$

$\log \frac{2A - P}{AP} = 0{,}2264479 - 7$; $\log (A P) = 15{,}6215489$

$\log p r^2 = 8{,}4988280$

$\log G^2 = 1{,}7252759$

8. $\log G = 0{,}8626379$; $G = 7{,}288497$ g. M.

Da hier G den Weg bezeichnet, welchen der Komet in 1″ zurücklegt, so durchläuft derselbe in 1 Stunde einen 3600 mal größeren Weg, nämlich 26238,59 Meilen, oder der Komet bewegt sich in seinem Perihelium 1,833746 mal schneller als die Erde in ihrer mittleren Geschwindigkeit. *)

Ist die Periheldistanz $P = 1\dot{1}680000$ M., sowie die Geschwindigkeit in dem Perihel des Kometen, nämlich $G = 7{,}288497$ g. M. bekannt, so ergiebt sich die Excentricität, nach (179. 13.) wie folgt:

$$\begin{aligned} \log P &= 7{,}0674428 \quad 6) \\ \log G^2 &= 1{,}7252759 \quad 8) \\ \log (P G^2) &= 8{,}7927187 \\ \log p r^2 &= 8{,}4988280 \quad (178.\ 9.) \end{aligned}$$

9. $0{,}2938907$; $\quad \frac{P G^2}{p r^2} = 1{,}967391$

also ist: $\frac{E}{A} = 0{,}967391.$

Die halbe kleine Axe B findet sich, nach (179. 14.), wie folgt:

$$\begin{aligned} \log A &= 8{,}5541061 \\ \log p r^2 &= 8{,}4988280 \quad (178.\ 9.) \\ & 0{,}0552781 \\ \log \sqrt{\frac{A}{p r^2}} &= 0{,}0276390 \\ \log P &= 7{,}0674428 \\ \log G &= 0{,}8626379 \end{aligned}$$

10. $\log B = 7{,}9577197$; $\quad B = 90\dot{7}23490.$

*) Dieses Resultat stimmt nicht mit der Angabe v. Littrow's überein, der dem Halley'schen Kometen („Die Wunder des Himmels". 6. Auflage. S. 544.) in der Sonnennähe eine stündliche Geschwindigkeit von 59500 Meilen, oder eine „vierfache" so schnelle Geschwindigkeit als der Erde beimißt.

Die Geschwindigkeit γ, mit welcher sich der Komet in den Endpunkten der kleinen Axe bewegt, ergiebt sich, nach (179. 11.):

$\log G = 0{,}8626379$ 8)
$\log g = 0{,}0820839-1$ 7)
$\log \gamma^2 = 0{,}9447218$
11. $\log \gamma = 0{,}9723609-1$; $\gamma = 0{,}9383414$ g. M.

Wären die Excentricität $E = 0{,}967391$ in Theilen der großen Halbaxe $A = 1$ und die Perihelbistanz $P = 0{,}5850777$ in Erdweiten ausgedrückt, gegeben, so würde sich hieraus die große Halbaxe A in Meilen, nach (179. 15.), ergeben:

$\log P = 0{,}7672131-1$ in Erdweiten
$\log \odot = 7{,}3002304$ (71. 5.)
$\log P = 7{,}0674435$; $1 - E = 0{,}032609$
$\log (1 - E) = 0{,}5133375-2$
12. $\log A = 8{,}5541060$; $A = 358184000$ g. M.

181.

Bestimmung des Radiusvector für die elliptische Bahn eines Kometen.

Schreibt man in der Gleichung der Ellipse für rechtwinkelige Coordinaten aus dem Mittelpunkte (80. 5.) — E + x anstatt x, indem E die Excentricität der Ellipse bedeutet, so verlegt sich der Anfangspunkt der Coordinaten in einen Brennpunkt der Ellipse. Wir wollen denselben als den Mittelpunkt der Anziehung und die Abscissen nach dem Perihel als negative, diejenigen nach dem Aphel als positive betrachten. Die Gleichung (80. 5.) geht dann über in:

1. $$y^2 = \frac{B^2}{A^2}(B^2 + 2Ex - x^2).$$

Bezeichnet man den Winkel, welchen irgend ein Radiusvector R mit der großen Axe bildet, mit φ, so ist:

2. $y = R \cdot \sin\varphi$ und $x = R \cdot \cos\varphi$

und dieſe Werthe in Gleichung 1) ſubſtituirt, giebt:

$$3. \qquad \mathfrak{R} = \frac{B^2\,(E \,.\, \cos\varphi \pm A)}{A^2 \,.\, \sin^2\varphi + B^2 \,.\, \cos^2\varphi}\,.$$

Dieſe Formel ergiebt für jeden Winkel φ, welchen der Radiusvector $\mathfrak{R}$ gegen die große Axe 2 A bildet, zwei einander entgegengeſetzte, ungleiche Werthe, und es laſſen ſich alſo nach ihr die Längen der einander entgegengeſetzten Radienvectoren für jeden Winkel φ beſtimmen.

Bezeichnet man den dem kleineren Radiusvector $\mathfrak{R}$ gegenüberliegenden größeren Radiusvector mit $\mathfrak{r}$, ſo iſt:

$$4. \qquad \mathfrak{R} : \mathfrak{r} = (A - E \,.\, \cos\varphi) : (A + E \,.\, \cos\varphi),$$

wenn man nur auf die Länge der Radienvectoren Rückſicht nimmt, und nicht zugleich auf ihre Lage gegeneinander.

Da ſich nun nach dem 1. Keppler'ſchen Geſetze (168. 14.) die Geſchwindigkeiten der ſich frei in Ellipſen um den Mittelpunkt der Anziehung bewegenden Körper zu einander verhalten wie die Längen ihrer Abſtände von dieſem Mittelpunkte verkehrt genommen, ſo folgt — wenn wir die Geſchwindigkeit des Kometen in ſeinem kleineren Abſtande $\mathfrak{R}$ von der Sonne mit $\mathfrak{G}$, und diejenige in ſeinem größeren Abſtande mit $\mathfrak{g}$ bezeichnen:

$$5. \qquad \mathfrak{R} : \mathfrak{r} = \mathfrak{g} : \mathfrak{G} \qquad \text{oder} \qquad \mathfrak{R}\,\mathfrak{G} = \mathfrak{r}\,\mathfrak{g}.$$

Mithin iſt auch:

$$6. \qquad \mathfrak{G} : \mathfrak{g} = (A + E \,.\, \cos\varphi) : (A - E \,.\, \cos\varphi).$$

In gleicher Weiſe iſt, wenn uns die Periheldiſtanz P und die Geſchwindigkeit G des Kometen im Perihel bekannt ſind:

$$7. \qquad P\,G = \mathfrak{R}\,\mathfrak{G} = \mathfrak{r}\,\mathfrak{g} \qquad \text{oder} \qquad \mathfrak{G} = \frac{P\,G}{\mathfrak{R}}\,; \qquad \mathfrak{g} = \frac{P\,G}{\mathfrak{r}}\,.$$

Formel 3) läßt ſich auch auf einfachere Geſtalt bringen. Entwickelt man nämlich aus ihr den Werth von $\cos\varphi$, ſo findet ſich:

$$8. \qquad \cos\varphi = \frac{-B^2 \pm A\,\mathfrak{R}}{E\,\mathfrak{R}}\,;$$

und aus dieſer Gleichung beſtimmt ſich wiederum:

9. $r = \frac{B^2}{A - E \cdot \cos \varphi}$ und $\Re = \frac{B^2}{-A - E \cdot \cos \varphi}$

Es geht also auch hieraus hervor, daß wegen des doppelten Vorzeichens von A ein zweiter Werth (r) für $\Re$ existirt, der mit diesem entgegengesetzte Lage hat.

182.

Bestimmung des Radiusvector für einige besondere Fälle.

Setzt man in Formel (183. 3.) den Werth von $\varphi = 0$, so wird $\cos \varphi = 1$ und man erhält:

1. $r = \frac{B^2}{A - E} = A + E = 2A - P;$ $\quad \Re = -\frac{B^2}{A + E} = -(A - E) = -P.$

Für $\varphi = 45°$ wird $\cos \varphi = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Dann ist auch:

2. $r = \frac{B^2}{A - \frac{1}{2}\sqrt{2.E}};$ $\quad \Re = -\frac{B^2}{A + \frac{1}{2}\sqrt{2.E}}.$

Für den Halley'schen Kometen ergiebt sich aus diesen Formeln:

3. $\log r = 7{,}8617137;$ $\quad r = 72730010$ Meilen.
4. $\log \Re = 7{,}1349791;$ $\quad \Re = 13645170$ „

Ist $\varphi = 90°$, so wird $\cos \varphi = 0$ und man erhält:

5. $r = \frac{B^2}{A};$ $\quad \Re = -\frac{B^2}{A}.$

Hieraus ergiebt sich für den Halley'schen Kometen:

6 $\log r = \log \Re = 7{,}3613333;$ $\quad r = \Re = 22979110,$

Für $\varphi = 135°$ ist $\cos\varphi = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$ und es wird:

7. $$\mathfrak{r} = \frac{B^2}{A + \frac{1}{2}\sqrt{2.E}}; \qquad \mathfrak{R} = -\frac{B^2}{A - \frac{1}{2}\sqrt{2.E}},$$

verkehrt wie in 2).

Setzt man $\varphi = 180°$, so wird $\cos\varphi = -1$ und man erhält:

8. $$\mathfrak{r} = \frac{B^2}{A + E} \qquad \mathfrak{R} = -\frac{B^2}{A - E}$$
$$= A - E = P; \qquad = -(A + E) = -(2A - P).$$

Es sei die Geschwindigkeit $\mathfrak{g}$ oder $\mathfrak{G}$ zu berechnen, mit welcher sich der Komet am Endpunkte eines Radiusvectors in seiner Bahn bewegt, und wir wollen beispielsweise den unter 45° gegen die große Axe geneigten Radiusvector annehmen, so haben wir, nach (181. 8.):

	$\log P = 7{,}0674428$	(180. 6.)		
	$\log G = 0{,}8626379$	(180. 10.)		
	$\log PG = 7{,}9300807$		$7{,}9300807$	
	$\log \mathfrak{r} = 7{,}8617137$	3);	$\log \mathfrak{R} = 7{,}1349791$	4).
9.	$\log \mathfrak{g} = 0{,}0683670$		$\log \mathfrak{G} = 0{,}7951016$	
	$\mathfrak{g} = 1{,}170488$	M.;	$\mathfrak{G} = 6{,}238807$	M.

Legt man dagegen den unter 90° gegen die große Axe geneigten Radiusvector zu Grunde, so erhalten wir:

$$\log PG = 7{,}9300807$$
$$\log \mathfrak{r} = \log \mathfrak{R} = 7{,}3613333$$
10. $$\log \mathfrak{g} = \log \mathfrak{G} = 0{,}5687474; \quad \mathfrak{g} - \mathfrak{G} = 3{,}704651.$$

183.

Bestimmung des Focalausschnittes einer Ellipse.

1. Denkt man sich durch den einen Brennpunkt S der Ellipse zu den Halbaxen A und B, Fig. 33., eine Sehne $\mathfrak{r}\,S\,\mathfrak{R}$ gelegt,

welche die Axe unter dem Winkel φ ($= \mathfrak{r}\,S\,U = \mathfrak{R}\,S\,U_{,}$) schneidet und durch den Brennpunkt in zwei ungleiche Theile $\mathfrak{r}\,S$ ($= \mathfrak{r}$) und $\mathfrak{R}\,S$ ($= \mathfrak{R}$) zerlegt wird, so wollen wir den hierdurch erhaltenen Abschnitt $P\,\mathfrak{r}\,S\,\mathfrak{R}\,P$, welchen die Periheldistanz $P\,S$ ($= P$) durchschneidet, in näheren Betracht ziehen.

Derselbe wird ebenfalls durch diese Perihelditanz in zwei ungleiche Theile $P\,\mathfrak{r}\,S\,P$ und $P\,\mathfrak{R}\,S\,P$ zerlegt, deren Flächeninhalte hier bestimmt werden sollen.

Denkt man sich aus dem Mittelpunkte M der Ellipse mit der halben großen Axe $P\,M$ ($= A$) als Halbmesser einen Kreis beschrieben, so verhält sich bekanntlich der Flächeninhalt dieses Kreises zu dem der Ellipse, sowie auch die Länge jeder Ordinate des Kreises für irgend eine Abscisse zu der Länge der Ordinate der Ellipse für dieselbe Abscisse, gleichwie die halbe große Axe A zur halben kleinen Axe B.

Denkt man sich nun weiter durch den Endpunkt $\mathfrak{r}$ ($\mathfrak{R}$) der Sehne $\mathfrak{r}\,S\,\mathfrak{R}$ eine Senkrechte $\mathfrak{r}\,U$ ($\mathfrak{R}\,U_{,}$) auf die große Axe gefällt und dieselbe verlängert bis sie die Peripherie des gezogenen Kreises in den Punkten $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{L}_{,}$ ($\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}_{,}$) schneidet, sodann die Halbmesser $\mathfrak{L}\,M$ und $\mathfrak{L}_{,}\,M$ ($\mathfrak{J}\,M$ und $\mathfrak{J}_{,}\,M$) gezogen, so wollen wir die Winkel $\mathfrak{L}\,M\,P$ und $\mathfrak{L}_{,}\,M\,P$, welche einander gleich sind, mit $^1/_2\,\beta$, also den Winkel $\mathfrak{L}\,M\,\mathfrak{L}_{,}$ mit β bezeichnen. (Ingleichen sei der Winkel $\mathfrak{J}\,M\,P = \mathfrak{J}_{,}\,M\,P = {}^1/_2\,\gamma$, also der Winkel $\mathfrak{J}\,M\,\mathfrak{J}_{,} = \gamma$.

Wir werden dann haben:

2.

$$(\mathfrak{r}\,U) = \mathfrak{r}\,.\,\sin\varphi \qquad (\mathfrak{R}\,U_{,}) = \mathfrak{R}\,.\,\sin\varphi$$

$$(\mathfrak{L}\,U) = \frac{A}{B}\,.\,(\mathfrak{r}\,U) \qquad (\mathfrak{J}\,U_{,}) = \frac{A}{B}\,.\,(\mathfrak{R}\,U_{,})$$

$$(\mathfrak{L}\,U) = \frac{A}{B}\,.\,\mathfrak{r}\,.\,\sin\varphi \qquad (\mathfrak{J}\,U_{,}) = \frac{A}{B}\,.\,\mathfrak{R}\,.\,\sin\varphi$$

$$(\mathfrak{L}\,U) = A\,.\,\sin\frac{1}{2}\beta\,. \qquad (\mathfrak{J}\,U_{,}) = A\,.\,\sin\frac{1}{2}\gamma\,.$$

folglich ist:

3.

$$\frac{\mathfrak{r}}{B}\,.\,\sin\varphi = \sin\frac{1}{2}\beta\,, \qquad \frac{\mathfrak{R}}{B}\,.\,\sin\varphi = \sin\frac{1}{2}\gamma\,.$$

Es ist der Inhalt des Abschnittes $\mathfrak{L}\,P\,\mathfrak{L}, \mathfrak{L}$ $(\mathfrak{J}, P\,\mathfrak{J}\,\mathfrak{J},)$ gleich dem Inhalte des Ausschnittes $\mathfrak{L}\,P\,\mathfrak{L}, M\,\mathfrak{L}$ $(\mathfrak{J}, P\,\mathfrak{J}\,M\,\mathfrak{J},)$ weniger dem Inhalte des Dreiecks $\mathfrak{L}\,\mathfrak{L}, M$ $(\mathfrak{J}, \mathfrak{J}\,M)$.

Nun ist aber der Inhalt des Kreisausschnittes $\mathfrak{L}\,P\,\mathfrak{L}, M\,\mathfrak{L}$ $(\mathfrak{J}, P\,\mathfrak{J}\,M\,\mathfrak{J},)$ gleich dem Bogenwinkel $\frac{2\pi}{360} \cdot \beta \cdot A$ oder auch $\left(\frac{2\pi}{360} \cdot \gamma \cdot A\right)$ multiplicirt mit $\frac{A}{2}$, und der Inhalt des Dreiecks $\mathfrak{L}\,\mathfrak{L}, M$ $(\mathfrak{J}, \mathfrak{J}\,M)$ ist gleich $\frac{A}{2} \cdot A \cdot \sin\beta$ oder auch $\left(\frac{A}{2} \cdot A \cdot \sin\gamma\right)$.

Daher ist der Inhalt des Kreisabschnittes

4. $$(\mathfrak{L}\,P\,\mathfrak{L}, \mathfrak{L}) = \frac{A^2}{2} \cdot \left(\frac{\beta}{180^\circ} \cdot \pi - \sin\beta\right)$$

5. $$(\mathfrak{J}, P\,\mathfrak{J}\,\mathfrak{J},) = \frac{A^2}{2} \cdot \left(\frac{\gamma}{180^\circ} \cdot \pi - \sin\gamma\right).$$

Mithin ist der elliptische halbe Abschnitt:

6. $$(\mathfrak{r}\,P\,U\,\mathfrak{r}) = \frac{A\,B}{4}\left(\frac{\beta}{180^\circ} \cdot \pi - \sin\beta\right)$$

7. $$(\mathfrak{R}\,P\,U, \mathfrak{R}) = \frac{A\,B}{4}\left(\frac{\gamma}{180^\circ} \cdot \pi - \sin\gamma\right).$$

Zur Bestimmung der Fläche $P\,\mathfrak{r}\,S\,P$ $(P\,\mathfrak{R}\,S\,P)$ haben wir aber von der Fläche $(\mathfrak{r}\,P\,U\,\mathfrak{r})$ das Dreieck $\mathfrak{r}\,S\,U$ zu subtrahiren (oder zu der Fläche $(\mathfrak{R}\,P\,U, \mathfrak{R})$ das Dreieck $\mathfrak{R}\,S\,U$ zu addiren), dessen Inhalt ist:

$$^1/_2\,\mathfrak{r}^2 \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi\,; \qquad (\text{oder } ^1/_2\,\mathfrak{R}^2 \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi).$$

Es ist daher die Fläche:

8. $$(P\,\mathfrak{r}\,S\,P) = \frac{A\,B}{4} \cdot \left(\frac{\beta}{180^\circ} \cdot \pi - \sin\beta\right) - \frac{\mathfrak{r}^2}{2} \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi\,;$$

9. $$(P\,\mathfrak{R}\,S\,P) = \frac{A\,B}{4}\left(\frac{\gamma}{180^\circ} \cdot \pi - \sin\gamma\right) + \frac{\mathfrak{R}^2}{2} \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi.$$

In beiden Gleichungen sind r und R durchaus von dem veränderlichen Winkel φ abhängige Größen und, nach (181. 9.) bestimmbar, während Winkel β von r und φ, Winkel γ dagegen von R und φ abhängig sind.

184.

Bestimmung des Vocalausschnittes einer Ellipse im Perihel und desjenigen nach zurückgelegtem ersten (Kreis-) Quadranten.

Bedeutet G die Geschwindigkeit eines Kometen in seinem Perihel und ist P die Periheldistanz, so ist der in dem Zeitraume von 1″ beschriebene

1. $$\text{Focalausschnitt} = \frac{1}{2} P G.$$

Hat die Bewegung des Kometen in einer Ellipse von dem Perihel aus unter dem Winkel von 90° stattgefunden, ist also $\varphi = 90°$, so rückt, in Fig. 33., der Punkt r nach $\mathfrak{P}$, und R nach $\mathfrak{P}_1$, und die einander entgegengesetzten Radienvectoren, r und R, werden einander gleich.

Da für den Winkel von 90° $\cos \varphi = 0$ ist, so verschwindet das 2. Glied in Formel (183. 8.) und der Radiusvector r wird, nach (182. 5.), nämlich:

2. $$r = \frac{B^2}{A}.$$ Ferner wird, wegen $\sin \varphi = 1$

3. $$\sin \frac{1}{2}\beta = \frac{r}{B}$$ (183. 3.). Daher ist:

4. $$\sin \frac{1}{2}\beta = \frac{B}{A},$$ wenn man in 3) den Werth von r aus 2) einführt.

Nun ist außerdem für unseren Fall

5. $$\cos \frac{1}{2}\beta = \frac{E}{A}.$$ Aus 4) und 5) aber ergiebt sich:

6. $\sin\beta = \frac{2B \cdot E}{A^2}$, wodurch der Winkel β in Graden bestimmt wird.

Für den gesuchten Flächeninhalt ergiebt sich dann, nach (183. 8.) die Formel

7. $(P\,\mathfrak{P}\,S\,P) = \frac{AB}{4}\left(\text{arc.}\sin\frac{2BE}{A^2}\cdot\frac{\pi}{180^\circ} - \frac{2BE}{A^2}\right)$.

185.

Weitere Anwendung der Formeln auf den Halley'schen Kometen.

Wenden wir auch die Formel (183. 8.) auf den Halley'schen Kometen an. Derselbe habe von seiner Periheldistanz P aus, bis zu dem Endpunkte der kleinen Axe seine Bahn in der Zeit z zurückgelegt, wieviel Zeit wird er gebrauchen, um in seinem Aphelium einzutreffen?

Da sich nach dem 1. Keppler'schen Gesetz die verflossenen Zeiten zu einander verhalten wie die beschriebenen Focalausschnitte, so werden, wenn wir die Zeit, welche der Komet braucht, um von seinem Perihelium in sein Aphelium zu gelangen, mit Z bezeichnen, sich offenbar verhalten:

1. $Z : z = (P\,B\,p\,P) : (P\,B\,S\,P)$. Fig. 33.

Nun ist für unser Beispiel $\frac{1}{2}\beta = 90^\circ$, also $\beta = 180^\circ$ $\sin\beta = 0$, $\mathfrak{r} = A$, $\sin\varphi = \frac{B}{A}$ und $\cos\varphi = \frac{E}{A}$.

Wir erhalten daher:

2. $Z : z = \frac{1}{2}AB\pi : \left(\frac{1}{4}AB\pi - \frac{BE}{2}\right)$

oder

3. $\frac{Z}{z} = \frac{2AB\pi}{AB\pi - 2BE}$.

Nunmehr ergiebt die Zahlenrechnung:

$\log A = 8{,}5541061$ (180. 1.)
$\log B = 7{,}9577197$ (180. 10.)
$\log \pi = 0{,}4971498$

4. $\log A B \pi = 17{,}0089756$; $A B \pi = 10208820 . 10^{10}$

$\log B = 7{,}9577197$
$\log E = 8{,}5397082$ (180. 2.)
$\log 2 = 0{,}3010300$

5. $\log 2 B E = 16{,}7984579$; $2 B E = 6287210 . 10^{10}$

6. $\log (A B \pi = 2 B E) = 16{,}5934644.$ $A B \pi - 2 B E = 3921610 . 10^{10}.$

$\log 2 A B \pi = 17{,}3100056$

$\log \frac{Z}{z} = 0{,}7165412$; $\frac{Z}{z} = 5{,}206443.$

7. Da wir den ganzen Umlauf genau zu 76 Jahren angenommen haben, so beträgt der halbe Umlauf 38 Jahre. Von diesen kommen hiernach für die Zeit der Bewegung des Kometen aus dem Perihel in den Endpunkt der kleinen Axe 7,298646 Jahre und von hier aus bis zu seinem Eintreffen in's Aphel 30,701354 Jahre. Nämlich:

$\log 38 = 1{,}5797836$
$\log \frac{Z}{z} = 0{,}7165412$

8. $0{,}8632424$; $\frac{38 . z}{Z} = 7{,}298646$ Jahre.

186.

Fortsetzung.

Zur Berechnung der Zeit, welche der Komet braucht, um aus seinem Perihel einen Winkel von 90° zurückzulegen, haben wir das Verfahren in (184.) in Anwendung zu bringen.

Die Rechnung ergiebt:

$$\log (2\,B\,E) = 16{,}7984579 \qquad (185.\ 5.)$$
$$\log A^2 = 17{,}1082122 \qquad (180.\ 1.)$$

$$\log \sin\beta = 0{,}6902457 - 1$$

1. $$\beta = 29^\circ\,20'\,39'',35 = 105639'',35\,.$$

$$\log \beta = 5{,}0238257$$
$$\log \pi = 0{,}4971498$$
$$5{,}5209755$$
$$\log 180^\circ = 5{,}8115750$$

2. $$0{,}7094005 - 1\,; \quad \frac{\beta\,\pi}{180^\circ} = 0{,}5121538$$

3. $$\sin\beta = 0{,}4900560$$

4. $$\frac{\beta\,\pi}{180^\circ} - \sin\beta = 0{,}0220978$$

$$\log\left(\frac{\beta\,\pi}{180^\circ} - \sin\beta\right) = 0{,}3443491 - 2$$
$$\log A = 8{,}5541061 \qquad (180.\ 1.)$$
$$\log B = 7{,}9577197 \qquad (180.\ 10.)$$
$$14{,}8561749$$
$$\log 4 = 0{,}6020600$$

5. $$\log (\text{Fläche P ℘ S P}) = 14{,}2541149.$$

Da uns die Geschwindigkeit G bekannt ist, mit welcher sich der Komet in seinem Perihel bewegt (180. 8.) d. h. der Weg, welchen er in der Zeit von 1″ zurücklegt, so ist der Ausschnitt, den der Komet im Perihel in 1″ beschreibt, ausgedrückt durch Formel (184. 1.). Bezeichnen wir nun die Zeit, welche der Komet braucht, um aus seinem Perihel einen Winkel von 90° zu beschreiben, mit z, so werden wir haben:

6. $$z : 1'' = (\text{P ℘ S P}) : \frac{1}{2}\,\text{P G}.$$

$\log P = 7{,}0674428$ (180. 6.)
$\log G = 0{,}8626379$ (180. 8.)

$\log PG = 7{,}9300807$
$\log 2 = 0{,}3010300$

7. $\log \frac{1}{2} PG = 7{,}6290507$

8. $\log (P \mathfrak{P} S P) = 14{,}2541149$ 5)

9. $\log \frac{z}{1''} = 6{,}6250642$ in Sec.
$\log (1\ \text{J. in S.}) = 7{,}4991114$ (70. 2.)

10. $\log z = 0{,}1259528 - 1$; $z = 0{,}133645$ Jahre = 1 Monat und 18,1122 Tage als die Zeit, welche der Komet braucht, um in der elliptischen Bahn aus seinem Perihel einen Winkel von 90° zu beschreiben.

Mittelst Hülfe des Ausschnittes $\frac{1}{2} PG$, welchen der Komet in Zeit von 1″ aus seinem Perihel beschreibt, können wir auch leicht die Zeit bestimmen, welche der Komet braucht, um zu jedem andern Punkt seiner Bahn zu gelangen. So ergiebt sich beispielsweise die Rechnung zur Ermittelung der Zeit z, welche der Komet nöthig hat, um von dem Perihel aus in den Endpunkt seiner kleinen Axe zu gelangen, in folgender Weise:

Da nach (185. 2.) der Flächeninhalt

11. $$(PBSP) = \frac{AB\pi - 2BE}{4}$$

ist, Fig. 33., so haben wir:

$\log (AB\pi - 2BE) = 16{,}5934644$ (185. 6.)
$\log 4 = 0{,}6020600$

$15{,}9914044$
$\log \frac{1}{2} PG = 7{,}6290507$ 7)

$\log \frac{z}{1''} = 8{,}3623537$
$\log (1\ \text{J. in S.}) = 7{,}4991114$ (70. 2.)

$\log z = 0{,}8632423$

12. $z = 7{,}298645$ Jahre,

übereinstimmend mit dem Resultate in (185. 8).

187.

Die Bewegung eines Kometen in der Parabel.

Um in der Scheitelpunktsgleichung $y^2 = 4\,P\,x$ für die Parabel, in welcher y die Ordinaten, x die Abscissen und P die Entfernung des Scheitelpunktes vom Brennpunkte bedeuten, die Coordinaten vom Brennpunkte aus zu zählen, setze man $P + x$ anstatt x.

Die Gleichung geht dann über in:

1. $$y^2 = 4\,P\,(P + x).$$

Denkt man sich irgend einen Radiusvector $\mathfrak{R}$ der Parabel, unter einem beliebigen Winkel φ gegen die Axe gezogen, so ist:

2. $$y = \mathfrak{R} \cdot \sin\varphi \qquad \text{und} \qquad x = \mathfrak{R} \cdot \cos\varphi.$$

Substituirt man diese Werthe in 1), so erhält man

3. $$\mathfrak{R} = \frac{2\,P}{1 + \cos\varphi},$$

die Gleichung für die Ordinaten aus dem Brennpunkte der Parabel.

Es entsprechen nach derselben für jeden Werth von φ zwei ungleiche, einander entgegengesetzte, Werthe für $\mathfrak{R}$.

Bezeichnet man die größere dieser Ordinaten oder Radienvectoren, analog wie bei der Ellipse, mit $\mathfrak{r}$, so ist:

4. $$\mathfrak{r} = \frac{2\,P}{1 - \cos\varphi} \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{R} = \frac{2\,P}{1 + \cos\varphi},$$

und man hat:

5. $$\mathfrak{R} : \mathfrak{r} = (1 - \cos\varphi) : (1 + \cos\varphi) \qquad \text{oder}$$
$$\mathfrak{R}\,(1 + \cos\varphi) = \mathfrak{r}\,(1 - \cos\varphi).$$

Ist $\varphi = 90°$, also $\cos\varphi = 0$, so wird:

6. $$\mathfrak{R} = \mathfrak{r} = 2\,P.$$

Wäre z. B. $P = 1\dot{1}680000$ M. nämlich gleich der Periheldistanz des Halley'schen Kometen, und $\varphi = 45°$, so würde auch sein:

7. $$1 + \cos\varphi = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad \text{und} \quad 1 - \cos\varphi = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

und die Rechnung ergiebt zur Bestimmung von $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{r}$:

$$\log 2P = 7{,}3684728; \qquad \log 2P = 7{,}3684728$$
$$\log(1+\cos\varphi) = 0{,}2322605; \quad \log(1-\cos\varphi) = 0{,}4667094-1$$
$$\log \mathfrak{R} = 7{,}1362123; \qquad \log \mathfrak{r} = 7{,}9017634$$

8. $\mathfrak{R} = 13683980$ M. $\qquad \mathfrak{r} = 79756000$ M.

Und wäre $\varphi = 90°$, so würde sich ergeben:

9. $\mathfrak{R} = \mathfrak{r} = 2P = 23360000$ M.

Wäre die PerihelDistanz eines Kometen bekannt, so würde sich aus derselben, unter der Voraussetzung, daß seine Bewegung in einer Parabel stattfände, seine Geschwindigkeit G nach Formel (174. 6.) bestimmen, wenn man daselbst G für g und P für R schreibt. Es würde dann nämlich sein:

10. $$G^2 = \frac{2pr^2}{P} \qquad \text{oder} \qquad G = \sqrt{\frac{2pr^2}{P}}.$$

Unter der Voraussetzung, die Periheldistanz P eines sich in einer Parabel bewegenden Kometen, sei gleich der Periheldistanz des Halley'schen Kometen, würden wir für seine Geschwindigkeit im Perihel erhalten:

$$\log 2pr^2 = 8{,}7998580 \qquad (178.\ 5.)$$
$$\log P = 7{,}0674428 \qquad (180.\ 6.)$$
$$\log G^2 = 1{,}7324152$$

11. $\log G = 0{,}8662076; \qquad G = 7{,}348650$ Meilen.

Da auch bezüglich der Geschwindigkeiten in den einzelnen Punkten der Bahn für die Parabel dasselbe Gesetz Gültigkeit hat, das für die Ellipse, in (181. 7.), gültig ist, so ergeben sich beispielsweise als Geschwindigkeiten $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{g}$ für einen unter dem Winkel von 45° gegen die Axe geneigten Radiusvector:

$$\log P = 7{,}0674428$$
$$\log G = 0{,}8662076 \quad 11)$$
$$7{,}9336504 \qquad\qquad 7{,}9336504$$
$$\log \mathfrak{R} = 7{,}1362123 \quad 8); \qquad \log \mathfrak{r} = 7{,}9017634$$
$$\log \mathfrak{G} = 0{,}7974381; \qquad \log \mathfrak{g} = 0{,}0318870$$

12. $\mathfrak{G} = 6{,}272463$ M. $\qquad \mathfrak{g} = 1{,}076185$ M.

Die Geschwindigkeit $\mathfrak{G}$ des Kometen, nach einem zurückgelegten Wege von 90° würde ergeben:

13. $$\mathfrak{G} = \frac{P\,G}{2\,P} = \frac{G}{2}.$$

Sie würde also nur die Hälfte der Geschwindigkeit im Perihel betragen. Es würde also sein:

14. $\mathfrak{G} = 3{,}674325$ M. $\log \mathfrak{G} = 0{,}5651776.$

188.

Bestimmung des Focalausschnittes einer Parabel.

Legt man durch den Brennpunkt S einer Parabel zum Parameter P (gleich dem Abstande des Brennpunktes S vom Scheitelpunkte P) eine Sehne $\mathfrak{r}\,S\,\mathfrak{R}$, Fig. 34., so wird dieselbe in zwei ungleiche Theile $\mathfrak{r}\,S$ $(= \mathfrak{r})$ und $\mathfrak{R}\,S$ $(= \mathfrak{R})$ getheilt. Dasselbe ist mit der Fläche $P\,\mathfrak{r}\,S\,\mathfrak{R}\,P$ der Fall, welche durch die gerade Verbindungslinie des Brennpunktes mit dem Scheitelpunkte in zwei ungleiche Theile $P\,\mathfrak{r}\,S\,P$ und $P\,\mathfrak{R}\,S\,P$ getheilt wird. Wir wollen hier die Flächeninhalte dieser Theile bestimmen. Es ist:

$$(\mathfrak{r}\,Q) = \mathfrak{r}\,.\sin\varphi; \qquad (\mathfrak{R}\,q) = \mathfrak{R}\,.\sin\varphi;$$
$$(S\,Q) = \mathfrak{r}\,.\cos\varphi; \qquad (S\,q) = \mathfrak{R}\,.\cos\varphi.$$

1. $$(P\,\mathfrak{r}\,Q\,P) = \frac{2}{3}\,.\,(P\,Q)\,.\,(\mathfrak{r}\,\mathfrak{Q}); \quad (P\,\mathfrak{R}\,q\,P) = \frac{2}{3}\,(P\,q)\,.\,(\mathfrak{R}\,q)$$

2. $$(P\,\mathfrak{r}\,S\,P) = (P\,\mathfrak{r}\,Q\,P) - \triangle\,\mathfrak{r}\,S\,Q; \quad (P\,\mathfrak{R}\,S\,P) = (P\,\mathfrak{R}\,q\,P) + \triangle\,\mathfrak{R}\,S\,q$$

Hieraus ergiebt sich:

3. $$(P\,\mathfrak{r}\,S\,P = \frac{2}{3}\left[(P + \mathfrak{r}\,.\cos\varphi).\,\mathfrak{r}\,.\sin\varphi - \frac{1}{2}\,\mathfrak{r}^2.\sin\varphi\,.\cos\varphi\right]$$

$$(P\,\mathfrak{R}\,S\,P) = \frac{2}{3}\left[(P - \mathfrak{R}\,.\cos\varphi).\,\mathfrak{R}.\sin\varphi + \frac{1}{2}\,\mathfrak{R}^2.\sin\varphi\,.\cos\varphi\right].$$

Und hieraus folgt weiter:

$$4.\quad (\mathfrak{P}\mathfrak{r}SP) = \frac{2}{3}\left(P + \frac{1}{2}\,\mathfrak{r}\,.\cos\varphi\right).\mathfrak{r}\,.\sin\varphi$$

$$(P\mathfrak{R}SP = \frac{2}{3}\left(P - \frac{1}{2}\,\mathfrak{R}\,.\cos\varphi\right).\mathfrak{R}\,.\sin\varphi.$$

Nennen wir die Zeit, welche der Komet braucht, um den parabolischen Flächeninhalt $P\mathfrak{r}SP$ zu beschreiben, Z. In seiner Perihel-distanz besitzt derselbe eine bekannte Geschwindigkeit G (187. 11.). Man kennt also den Weg, welchen er in 1″ im Perihel zurücklegt. Der von ihm in dieser Zeit von 1″ beschriebene Ausschnitt ist also $\frac{1}{2}PG$. Nach dem 1. Keppler'schen Gesetze haben wir daher:

$$5.\qquad Z : 1'' = (P\mathfrak{r}SP) : \frac{1}{2}PG\,,$$

woraus folgt:

$$6.\qquad z = \frac{(P\mathfrak{r}SP)}{\frac{1}{2}PG}\quad \text{in Secunden.}$$

Ist $\varphi = 90^0$, also $\sin\varphi = 1$, $\cos\varphi = 0$, so geht der Flächenraum $P\mathfrak{r}SP$ (oder $P\mathfrak{R}SP$) über in den Flächenraum

$$7.\qquad (P\mathfrak{P}SP) = \frac{2}{3}\,(PS).(\mathfrak{P}S) = \frac{4}{3}\,P^2.$$

Daher ist für diesen besonderen Fall

$$8.\quad Z : 1'' = \frac{4}{3}P^2 : \frac{1}{2}PG \qquad \text{oder} \qquad \frac{Z}{1''} = \frac{8P}{3G}.$$

Diese Formel läßt uns also die Zeit finden, welche der Komet braucht, um von dem Perihelium aus einen Winkel von 90° zurückzulegen. Diese Rechnung ergiebt:

log 8 = 0,9030900	log 3 = 0,4771213
log P = 7,0674428	log G = 0,8662076
log 8 P = 7,9705328	log 3 G = 1,3433289
log 3 G = 1,3433289	
log Z = 6,6272039	
log (1 J. in S.) = 7,4991114	

$$9.\qquad \log Z = 0{,}1280925 - 1\,;\quad Z = 0{,}1343051 \text{ Jahre}$$
$$= 1 \text{ Monat } 18{,}3498 \text{ Tage.}$$

189.

Vergleichung der elliptischen mit der parabolischen Bahn eines Kometen.

1. Das bisher Abgehandelte giebt uns schließlich Gelegenheit die elliptische Bahn des Halley'schen Kometen mit der parabolischen zu vergleichen. Unter der Voraussetzung, daß beide Bahnen gleiche Perihelditanzen P hätten, beträgt die elliptische Geschwindigkeit im Perihel (180. 8.) 7,288497 M., die parabolische (187. 11.) dagegen 7,348650 M.

Die parabolische Geschwindigkeit ist daher nur um 0,060153 M. in der Secunde größer wie die elliptische, ein Unterschied, der so klein ist, daß er in einer Stunde beiläufig nur 216 Meilen beträgt, und daher unmöglich zur genauen Beobachtung gelangt.

2. Haben die Körper in beiden Bahnen einen Winkel von 90° zurückgelegt, so beträgt die elliptische Geschwindigkeit, nach (182.10.), 3,704651 M., die parabolische dagegen nur 3,674325 M. (187. 14.). Hier ist also die elliptische Geschwindigkeit um 0,030326 M. größer wie die parabolische.

3. Die Zeit, welche der Komet braucht, um von dem Perihel aus in der Ellipse einen Winkel von 90° zu beschreiben, beträgt, nach (186. 10.), 1 Monat und 18,1122 Tage. Dagegen legt derselbe, nach (188. 9.) diesen Winkel in der Parabel in 1 Monat und 18,3498 Tage zurück. In der Ellipse wird also dieser Winkel um 0,2376 Tage früher durchlaufen, wie in der Parabel.

4. Auch die Flächeninhalte der unter einem Winkel von 90° beschriebenen Ausschnitte sind nur wenig von einander verschieden, denn während sich der Logarithmus für die Parabel leicht zu 14,2598243 findet, haben wir denjenigen für die Ellipse bei dem Halley'schen Kometen, in (186. 5.), zu 14,2541149 bestimmt.

5. Es geht aus diesen Betrachtungen und Vergleichungen zur Genüge hervor, wie schwer es sei, durch die Beobachtung der Perihelditanz und der Geschwindigkeit des Kometen in seiner Sonnennähe, die Natur der Bahn desselben (als Ellipse oder Parabel) festzustellen. Immer bleibt daher die Wiederkehr desselben das sicherste Mittel zur

Bestimmung seiner großen Axe, um mit Hülfe dieser und der beobachteten Periheldistanz die übrigen Stücke zu finden.

6. Man hat indessen auch Kometen beobachtet, deren Bahnen offenbar den paraboliſchen Charakter überſchritten hatten und einen hyperboliſchen zeigten. Wir müſſen annehmen, daß ſolche Kometen auf ihrem Rückwege zur Sonne von andern Körpern, ſei es von Planeten oder einer Schaar Schnuppen, denen ſie begegneten, Störungen erlitten haben, welche ſie von der elliptiſchen Bahn ablenkten, und in die hyperboliſche überführten. Die Rückkehr ſolcher Kometen iſt, ſollte ihnen eine gegentheilige Störung nicht widerfahren, nicht zu erwarten. Sie werden ſich aus dem Bereiche des Sonnenſyſtems entfernen.

7. An unſeren Reſultaten, in (178. 10. u. 11.), haben wir bereits geſehen, daß, wenn uns die Rechnung auch noch auf die Natur einer Ellipſe bei einer Kometenbahn hinweiſt, dieſe ſich aber bereits der Parabel ſehr nähert, doch nur wenig Wahrſcheinlichkeit für die Rückkehr des Kometen zur Sonne vorliegt.

Die Aſtronomen haben auch bereits für einige Kometen ſolche Bahnelemente beſtimmt, welche auf eine ſo lange Umlaufszeit ſchließen laſſen, daß der Gedanke gar nicht ſo ferne liegt, ſie ſeien zum Erſtenmale in der Sonnennähe eingetroffen, und daß für eine zweite Rückkehr kaum noch einige Hoffnung vorhanden ſei.

So berechnet ſich beiſpielsweiſe die Umlaufszeit des (unter Nr. 226 in Mädler's Kometen-Verzeichniß angeführten Kometen vom Jahre 1863, deſſen kleinſter Abſtand P von der Sonne zu 0,794758 und deſſen Excentricität zu 0,9999470 angegeben ſind, (unter der Vorausſetzung, daß eine Störung keine Unregelmäßigkeiten in ſeiner Bahnbewegung verurſacht habe) zu 1836278 Jahre, während derſelbe mit einer Entfernung $2A - P = 598698200000$ g. M. in den Raum eingreift, ſich alſo bis nahe $^2/_3$ Sternweiten (die Sternweite zu 4 Billionen Meilen angenommen) oder nahe an 30000 Erdweiten von der Sonne aus erſtreckt.

190.

Der Zusammenstoß zweier sich in excentrischen Bahnen bewegenden Körper.

1. Es dürfte angezeigt erscheinen, noch einmal auf unsere Behauptung in (120. 3.) zurückzukommen. Wir haben daselbst angeführt, daß bei dem Zusammenstoße sich excentrisch um die Sonne bewegender Körperchen, deren Zustand wir dabei als weich und unelastisch voraussetzten, beziehungsweise bei deren Vereinigung zu einem Körper, die neue Bahn nur eine geringere Excentricität erhalten konnte, als die seitherige — sich also der Kreisform nähern mußte.

2. Wir haben, in (32. 1.), bei der Theorie des geraden Stoßes gesehen, daß bei jedem Zusammenstoße zweier unelastischer Körper, welche hintereinander herlaufen, zwar an der summarischen Bewegungskraft Nichts verloren geht, dagegen aber auch, in (32. 8.), gefunden, daß hierbei die Geschwindigkeiten nach dem Zusammenstoße im Ganzen eine Verminderung erleiden, weil ein Theil derselben in Wärme übergeht.

Aus der Vergleichung der Formel (35. 6.) mit (33. 6.) ergiebt sich aber bei dem gegeneinander Laufen der Körper ein größerer Geschwindigkeitsverlust wie bei dem hintereinander Herlaufen. Die fortschreitende Bewegung oder die Geschwindigkeit erhält also in jedem Falle eine Verminderung, d. h., die Körper bewegen sich nach ihrer Vereinigung im Ganzen langsamer als vor derselben. Bei dem schiefen Stoße kommen indessen nur diejenigen Componenten der Geschwindigkeit zur Stoßwirkung, welche in die Stoßrichtung fallen.

Es findet daher auch bei dem schiefen Stoße immerhin im Ganzen eine Verminderung der Geschwindigkeit, d. h. eine Umwandlung von Geschwindigkeit in Wärme, jedoch nur in geringerem Grade, statt.

3. Denken wir uns nun zwei Körper in einer und derselben Ebene um den Mittelpunkt einer Anziehung sich frei in einer Parabel bewegend, so wird für die eine die Gleichung (172. 3.) $2\,p\,r^2 = R\,G^2$ und für die andere die Gleichung $2\,p\,r^2 = R\,g^2$

Gültigkeit haben. Bei dem Zusammenstoße in irgend einem Schneidungspunkte ihrer Bahnen wird aber von beiden Körpern Arbeit geleistet, wodurch die Summe der Geschwindigkeiten $G + g$ eine Verminderung erleidet, und Wärme erzeugt wird. Daher ändern sich die genannten Gleichungen in $2\,p r^2 > R\,G^2$, unter deren Voraussetzung (173. 1.) nur die Bewegung in einer Ellipse stattfinden kann.

4. In gleicher Weise muß sich bei dem Zusammenstoße zweier sich in Ellipsen um den Punkt der Anziehung bewegenden Körper eine Verminderung an Geschwindigkeit ergeben und die Gleichung (173. 1.) sich derjenigen in (174. 4.), $p r^2 = R g^2$, nähern. Dies destomehr, je öfter sich solche Zusammenstöße bereits vereinigter Körper mit anderen (ebenfalls in Ellipsen sich bewegenden) Körpern wiederholen. Es muß sich die Bahn der vereinigten Körper bei jedem neuen Zusammenstoße der Kreisform mehr nähern.

5. Auf diese Erkenntniß stützt sich unsere ganze Theorie von dem Aufbaue der Planeten aus vielen kleinen, sich um die Sonne bewegender Körper. Bei der Voraussetzung ihrer concentrischen Bewegung um die Sonne, wie sie nach der Laplace'schen Hypothese stattfinden müßte, wäre ein Zusammentreffen aller dieser Körper geradezu unmöglich. Nur die Annahme ursprünglich excentrischer Bahnen läßt ein Zusammentreffen ermöglichen, wodurch sich wiederum eine Annäherung an die Kreisform bei der Bahn des aufgebauten Körpers ergiebt.

191.

Vergleichung zwischen Kometen und Schnuppen.

1. Wir schließen hiermit unsere Betrachtungen über die Kometen, deren Bildungsgeschichte wir mit derjenigen der Planeten und der (Stern-)Schnuppen zusammenfallend erkannten.

Kometen und Schnuppen haben wir als Rückstände gefunden, welche sich wegen der Neigung ihrer Bahnen gegen diejenigen der Planeten mit diesen nicht zu vereinigen im Stande waren. Die Entstehung der Kometen finden wir indessen in der Aequatorebene des aus unserer 500 fachen Erdmasse entstandenen Nebel-

ellipsoides, während die Schnuppen meistens aus dessen Ausläufern hervorgingen.

2. Die Bahnen beider Arten von Körpern stimmen darin mit einander überein, daß sie alle mögliche Neigungen gegen die Ekliptik haben, und keine merklichen Störungen auf den Lauf der Planeten bewirken.

3. Die Kometen bewegen sich in elliptischen, nahezu parabolischen, Bahnen, also in Bahnen von sehr großen, die Schnuppen dagegen in Bahnen von geringeren Excentricitäten. Wegen ihrer Beigabe von Nebelelementen von weiter Ausdehnung, welche den Schnuppen fehlt, werden uns die Kometen schon in großen Entfernungen von der Erde sichtbar, die Schnuppen dagegen nur dann, wenn sie sich zur Nachtzeit nahe an der Erde her bewegen und deren Atmosphäre durchstreifen. Erstere bewegen sich, eben wegen ihrer meistens großen Entfernung vom Standorte der Erde scheinbar langsam und ihre Sichtbarkeit dauert häufig mehrere Monate, letztere bewegen sich, in Folge der geringeren Entfernung, von der aus wir sie beobachten, auch scheinbar mit äußerst rascher Geschwindigkeit, und ihre Sichtbarkeit währt in den meisten Fällen nur wenige Secunden. Es wird daher der Beobachtung schwer fallen, jemals die Geschwindigkeit der Schnuppen genau zu bestimmen, und nur ihre Entfernung über die Erdoberfläche ist bei manchen Schnuppen annähernd festgestellt worden, während die Geschwindigkeit der Kometen bei bekannter Umlaufszeit für alle Punkte ihrer Bahn leicht bestimmt werden kann*).

*) Pierer giebt in seinem encyclopädischen Wörterbuche (4. Auflage) unter dem Artikel: „Meteore" (S. 188.) die Geschwindigkeit von vier durch correspondirende Beobachtungen gemessenen Meteoren zwischen 11 und 23 g. M. in 1 Sec. an. Hiernach würde also die Geschwindigkeit mancher Sternschnuppen die Geschwindigkeit der Erde um das 2,7675 bis 5,7866 fache übersteigen. Bedenkt man aber, daß schon das $(\sqrt{2} -)$ 1,1414.. fache an Geschwindigkeit der Erde genügt, die Bahn einer Sternschnuppe zu einer Parabel zu gestalten, so wird man diese Resultate der Beobachtung, wenn man überhaupt einen Umlauf der Schnuppen um die Sonne annimmt, als durchaus irrige bezeichnen müssen. Diese Erkenntniß dürfte auch unsere Schlußbemerkung in (148.) vollkommen rechtfertigen.

4. Die Erscheinung eines Kometen am Firmament ist immer als ein nicht oft stattfindendes Ereigniß anzusehen, während wir die Schnuppen fast in jeder Stunde der Nacht bei wolkenfreiem Himmel zu beobachten Gelegenheit haben.

Es geht aus diesen Vergleichungen genügend hervor, daß beide Arten von Körpern, obgleich beide planetarischen Ursprungs und gleichsam nur die Abfälle eines Kunstwerkes sind, doch verschiedene Kategorieen bilden, und daß die Zusammengehörigkeit beider Arten von kosmischen Erscheinungen, wie sie in neuerer Zeit von einigen Lehrbüchern der Astronomie vorgetragen wird, indem sie bei den Schnuppen eine parabolische Geschwindigkeit voraussetzen, eine illusorische sein möchte.

192.

Fortsetzung.

1. Die Aehnlichkeit in den Neigungen der Bahnebenen zwischen den Kometen und den Schnuppen, nämlich daß diese Neigungen unter allen möglichen Winkeln gegen die Bahn stattfinden, hat die Astronomen zunächst dazu veranlaßt, eine große Verwandtschaft zwischen beiden Arten von Himmelskörpern zu unterstellen und ihre Entstehung in die Räume außerhalb unseres Planetensystems zu verlegen. Sie nehmen an, „daß sich außerhalb unseres Planetensystems Anhäufungen kleiner Weltkörper befinden, welche im Weltraum durch lokale Concentration der Materie entstanden sein können und kosmische Wolken bilden, die bei ihrer Annäherung an die Sonne zu einer langen ellipsoidischen Strömung von verhältnißmäßig geringem Querschnitte ausgezogen seien. So daß sie je nach den Umständen Jahre, Jahrhunderte, ja selbst Jahrtausende brauchen, um Stück für Stück durch das Perihel zu gehen. Und daß sich von diesen Strömungen jene, welche der Erde in deren jährlicher Bewegung begegnen, uns als meteorische, aus einem gewissen Punkte des Firmamentes ausstrahlende Schauer bemerkbar machen." Diese Auffassung über die Natur der Schnuppen wird unterstützt von einer periodischen Häufigkeit mancher Schnuppenströme, namentlich der so-

genannten Perseiden, für welche man eine Rückkehr ihrer größten Häufigkeit von über Hundert Jahre glaubte annehmen zu dürfen, oder der sogenannten Leoniden, deren größte Häufigkeit in Zwischenräumen von etwa 33 Jahren mit größerer Sicherheit zur Beobachtung gelangte. Beide Schnuppenströme brachte man dann mit den Kometen 1862 III und 1866 I in zusammengehörige Beziehungen wegen naher Uebereinstimmung der desfallsigen Bahnelemente.

2. Nehmen wir für unsere Untersuchungen den Strom der Leoniden in besondere Betrachtung.

Man stellt sich vor, daß dieser Strom von ungleicher Dichte sei und eine Ellipse beschreibe, deren Umlauf etwa 33 Jahre betrage, so daß nach Ablauf dieser Zeitperiode die Erde wieder mit dem dichtesten Theile des Stromes zusammentreffe.

Halten wir diese Ansicht probeweise fest, um die Rechnung auf sie zu machen, so erhalten wir zur Bestimmung der Bahnexcentricität der Ellipse, in welcher die Meteore ihren einmaligen Umlauf um die Sonne vollziehen, nach (176. 8.), folgendes Ergebniß;

$$\begin{aligned} \log 33 &= 1{,}5185139 \\ \log (1\ \text{J. in S.}) &= 7{,}4991114 \qquad (70.\ 2.) \\ \log T &= 9{,}0176253 \\ \log T^2 &= 18{,}0352506 \\ \log V &= 6{,}9024684 \qquad (71.\ 3.) \\ \log A^3 &= 24{,}9377190 \\ \log A &= 8{,}3125730. \end{aligned}$$

3.

Wäre uns nun noch die Periheldistanz P der umlaufenden Körper bekannt, so würde sich aus A und P sehr leicht die Excentricität E der Ellipse ableiten lassen, und die astronomischen Lehrbücher geben uns diese Periheldistanz im Mittel zu 0,97.*)

Wir erhalten also weiter, nach (179. 15.):

*) Die Wunder des Himmels. Von J. J. von Littrow. 6. Auflage. S. 638.

$\log P = 0{,}9867717 - 1$

$\log \delta = 7{,}3002304$

4. $\log P = 7{,}2870021$ in Meilen; $P = 19364310$ g. M.

$\log A = 8{,}3125730$

5. $\log (1 - E) = 0{,}9744291 - 2$; $1 - E = 0{,}09428206$;

$E = 0{,}90571794$.

Es ergiebt sich also eine Ellipse von sehr bedeutender Excentricität, die zwar mit der Angabe der Lehrbücher sehr nahe, aber mit unseren Ausführungen durchaus nicht übereinstimmt. Jene Angaben denken dabei an eine feststehende Umlaufszeit der Meteore von beiläufig 33 Jahren, während wir von einer Solchen durchaus nicht überzeugt sind.

6. Nach unserer Auffassung beschreiben nämlich die Meteore allerdings Ellipsen, aber nur solche von weit geringerer Excentricität, wie die oben berechnete. Nehmen wir hinzu, daß die große Bahnaxe der Leoniden größer sei wie die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, so wird auch ihre Umlaufszeit um die Sonne größer sein können wie diejenige der Erde. Dann kann aber, wenn die größere Häufigkeit eines Schnuppenstromes der Erde in ihrer Bahn an einer bestimmten Stelle in einem gegebenen Jahre begegnet, dies nicht ebenso auch in dem folgenden Jahre der Fall sein. Die bemerkte größere Häufigkeit wird zurückbleiben und der Erfahrung gemäß erst nach Ablauf von 33 Jahren wieder mit der Erde zusammentreffen, weil die Erde 33 Umläufe um die Sonne macht, während die Leoniden nur 32 Umläufe zurücklegen. Oder, was dasselbe ist, weil die Erde $T_7 = 365{,}25637$ Tage zu einem Umlaufe um die Sonne braucht, während die Leoniden hierzu $T = 376{,}67063$ Tage nothwendig haben. Bestimmen wir nunmehr aus dieser Umlaufszeit T die Excentricität E der Leonidenbahn, so ergiebt die Rechnung:

$\log T = 2{,}5759617$ in Tagen,

$\log 86400 = 4{,}9365137 = \log$ (1 T. in Sec.)

$\log T = 7{,}5124754$ in Sec.

$\log T^2 = 15{,}0249508$

$\log V = 6{,}9024684$ (71. 3.)

$\log A^3 = 21{,}9274192$

7. $\log A = 7{,}3091397$; $A = 20376975$ g. M.
Nun ist $P = 19364310$ „ 4.)

8. $E = A - P = 1012660$ „
$\log E = 6{,}0054636$ in g. M.
$\log A = 7{,}3091397$

9. $\log E = 0{,}6963239 - 2$; $E = 0{,}0496963$
in Theilen der großen Halbaxe.

10. Selbstverständlich erhält man, wenn man diese gefundene Excentricität der Bahn der Leoniden zu Grunde legt, wieder eine Umlaufszeit, welche $\frac{33}{32}$ tel der Umlaufszeit der Erde um die Sonne beträgt.

11. Wäre in der That eine so große Verwandtschaft zwischen Kometen und Schnuppen vorhanden, wie sie von den Astronomen unterstellt wird, dann müßte auch die Häufigkeit der Kometen eine größere sein wie jetzt, und sie müßten überdies größtentheils unsere Erdatmosphäre durchstreichen, was doch keineswegs der Fall ist.

XV.

Die Erde und der Mond.

193.

Das Innere der Erde.

1. Gewöhnlich nimmt man an, daß das Innere der Erde feuerflüssig sei; aus unserer Entstehungstheorie der Planeten folgt dies nicht.

Wir ließen bei der Bildung der Planeten die staubartige Masse der Ringschale, (mit Ausnahme derjenigen der Aequatorebene), durch die Zunahme ihrer Geschwindigkeit und die damit im Zusammenhange stehende Vergrößerung ihrer Centrifugalkraft von außen nach innen zuerst eine Verdichtung erleiden, indem sich äußere Theilchen mit inneren zu kleinen Körperchen gestalteten. Diese ganze Procedur denken wir uns als eine blitzartige. Durch die schnellere Bewegung der äußeren Elemente (mit Ausnahme derjenigen der Aequatorebene) und durch die Reibung, welche hierbei von außen nach innen stattfand, mußte sich eine Rotation dieser Körperchen, im Sinne ihrer Bahnbewegung ergeben und zugleich Wärme entwickeln, und diese Wärmeentwickelung mußte eine Function der Geschwindigkeit sein, mit welcher sich die Elemente der staubartigen Flüssigkeit von außen nach innen bewegten. Sie mußte desto größer sein, je kleiner ihr Bahnhalbmesser war, d. h. sie mußte nach der Sonne hin zunehmen, sich also bei der Bildung der Planeten von außen nach innen vergrößern. Es hindert uns aber Nichts, sie bei der Erde als so hochgradig zu unterstellen, daß die gebildeten kleinen

Körper sogar zum Theil in den feuerflüssigen Zustand übergegangen waren.

Allein wir müssen auch annehmen, daß bei der Kleinheit dieser Körperchen und der Kälte des Raumes, in welchem sie sich bewegten, dieser feuerflüssige Zustand sehr bald in den starren überging, ohne daß wir nöthig haben, ihnen zugleich einen absolut festen beizumessen. Bei dem Zusammenstoßen dieser kleinen Körper, sei es in der Aequatorebene, oder oberhalb und unterhalb derselben, kann aber, wegen ihrer geringen Masse und ihren nur geringen Geschwindigkeitsdifferenzen, wohl keine so große Wärmeerhöhung stattgefunden haben, daß sich ein feuerflüssiger Zustand wieder herstellte.

2. Diese Betrachtung erlaubt uns also bei dem Zusammenflusse mehrerer kleinen Körper zu einem größeren nur anzunehmen, daß sich zwar Wärme einstellte, daß sich dieselbe indessen an den äußeren Theilen des entstehenden größeren Körpers höher entwickelte, wie in seinen inneren, wie ja auch, nach (37. 6.), die auf den Bleiklumpen erfolgten Schläge durch den Hammer in beiden eine größere Hitze bewirken, wie in dem Amboße selbst.

Nach unserer Theorie würde also in dem Inneren der Erde die Wärme von ihrem Mittelpunkte nach außen hin zunehmen. Und diese Theorie scheint mit dem Ergebnisse, daß die Dichte der Erde sich nach dem Mittelpunkte hin steigere, übereinzustimmen, weil Vermehrung der Wärme die Körper ausdehnt, ein Körper aber desto dichter ist, je weniger Wärme er hat.

3. Im Gegensatze hiermit scheint unsere Theorie der Beobachtung zu widersprechen, da sich in der That durch Bohrversuche eine Zunahme an Wärme von außen nach innen hin ergiebt.

Allein dieser Gegensatz ist nur ein scheinbarer. Denn war die Wärme von dem Mittelpunkte der Erde nach ihrer Oberfläche am größten, so mußte sie von da aus zuerst in den kalten Raum wieder ausströmen. Deswegen können wir in der Erdkruste die Wärme nach innenhin steigend finden, unbeschadet dessen, daß sie später nach dem Mittelpunkte zu wieder abnimmt.

4. Aber auf die Erfahrung hin, daß bei den Bohrversuchen die Erdwärme von außen nach innenhin zunimmt, wird von den

meisten Physikern und Geologen angenommen, daß in dem Innern der Erde die größte Hitze herrsche, die sich sogar bis zur Feuerflüssigkeit des Erdinnern steigere.

Diese Annahme erregt schon aus dem Grunde unser volles Bedenken, weil uns die Beobachtung lehrt, daß die Materie der Erdkruste selbst zum größten Theile nicht in einem feuerflüssigen Zustande gewesen sein könne, da sich nur an einzelnen Stellen die Spuren eines solchen Zustandes nachweisen lassen, wozu ja noch jetzt die Vulcane die besten Belege abgeben.

Wäre in der That die Erde im Inneren feuerflüssig, so müßte die Wärme der Erdoberfläche, weil die Wärme naturgemäß von innen nach außen ausstrahlt, auch ohne die Sonneneinwirkung eine weit größere sein, wie sie gegenwärtig ist. Auch müßte namentlich auf dem Meeresboden eine weit höhere Temperatur herrschen, als sie sich bei den Untersuchungen hierüber herausstellt.

5. Was wir aber besonders gegen eine frühere feuer- d. h. tropfbare Flüssigkeit der Erde geltend zu machen haben, ist die geringe Abplattung der Erde. Wäre nämlich die Erde jemals im Zustande einer tropfbaren Flüssigkeit gewesen, so müßte der Erdkörper weit mehr von der Kugelgestalt abweichen und seine ellipsoidische Gestalt eine ausgeprägtere sein, als dies in der That der Fall ist.

Wir haben die Abplattung der Erde, nach (68. 20.), aus den gegebenen Werthen für a und b zu $\frac{1}{299{,}25}$ gefunden.

Die sehr eingehenden Rechnungen über diesen Gegenstand, welche die „Mechanik" von Professor Dr. Gustav Kirchhoff (dritte Auflage. Leipzig 1883.) uns mittheilt, und welche sich darauf stützen, daß die Theilchen des Erdkörpers nicht nach dem Newton'schen Gesetze von dem Erdmittelpunkte angezogen werden, sondern daß sie sich nach diesem Gesetze gegenseitig einander anziehen, ergeben (Seite 131), indem sie eine feuer- oder tropfbare Flüssigkeit des Erdkörpers voraussetzen, eine Abplattung der Erde $= \frac{1}{232}$, also eine größere als die durch die Gradmessungen gefundene. Man will diesen Mangel an Uebereinstimmung des Rechnungsresultates

mit der Beobachtung allein darin suchen, daß die Erde nicht homogen ist. Wir finden ihn in dem früheren nicht tropfbar-flüssigen, sondern blos weichen Zustande der Erde.

6. Gegen die Behauptung der Feuerflüssigkeit der Erde in ihrem Innern, welche die meisten Physiker aus der Beobachtung folgern, daß die Wärme nach dem Innern hin beständig zunehme, spricht Herr J. G. Greiffenstein zu Bensheim, indem er in einem Aufsatze (Odenwälder Bote. 1883. Nr. 4.) zeigt, daß man das Ergebniß dieser Wärmezunahme nicht ohne Weiteres als Grundlage zu einem solchen Schlusse verwenden dürfe. Denn in der Rechnung, welche sich auf diese Wärmezunahme gründet, wachsen die Tiefen in einer arithmetischen Reihe erster Ordnung, die Temperaturgrade aber in einer solchen zweiter Ordnung, und die zweiten Differenzen sind negativ. In Folge davon resultirt statt Hitze ein Kältegrad, der in der Natur in dieser Höhe gar nicht vorkommen kann.*)

194.

Die Oberfläche der Erde.

1. Da nach unserer Theorie die in der Aequatorebene der früheren Ringschale niedergeschlagenen verdichteten Körperchen von der in derselben vorhandenen sich gleichfalls von West nach Osten um die Sonne bewegenden Nebelmasse umgeben wurden und Drehung im Sinne ihrer Bahnbewegung empfangen hatten, so mußte auch der Erdkörper selbst schon vor seiner völligen Bildung Rotation erhalten haben. Diese ging demselben also noch vor Bildung seiner jetzigen Oberfläche voraus. —

Ferner mußten sich noch vor Bildung seiner jetzigen Oberfläche auch chemische Veränderungen ergeben; es mußte sich der vorhandene

*) Wir werden den diesbezüglichen sehr interessanten Aufsatz mit Erlaubniß des Herrn Verfassers in einer besonderen Note zum Abdrucke bringen.

Stickstoff mit dem Sauerstoffe vermengen und als Luft über die Erde erheben, und diese Luft selbst mußte daher mit der Erde gleiche Rotationsgeschwindigkeit erhalten.

Der Wasserstoff, der auch in bedeutenden Quantitäten in der Photosphäre der Sonne und anderen Weltkörpern nachgewiesen ist, trat ebenfalls in Verbindung mit Sauerstoff und bildete das Wasser.

In dieser Weise denken wir uns die Erde bereits gebildet und als selbstständiger Körper die Sonne umkreisend, sowie auch um ihre Axe rotirend, während noch verdichtete Körper der Schalmasse, aus welcher sie selbst entstanden war, in wenig verschiedenen, jedoch mehr excentrischen Bahnen mit ihr um die Sonne sich bewegten.

2. Trafen Anlagerungen an den Erdkörper zufällig mit entzündlichen Stoffen zusammen, so konnten durch den heftigen Druck daselbst auch wohl örtlich Feuerstellen entstehen. Da die Anlagerungen, welche von außen her stattfanden, sich nur unregelmäßig ergeben konnten und aus unregelmäßigen Massen bestanden haben werden, so darf man auch annehmen, daß sie sich nicht vollkommen genau an ihre Unterlage anschlossen, daß sich vielmehr hie und da leere Zwischenräume oder Gänge bildeten, durch welche auch Feuerstellen Verbindung mit einander erhielten.

3. Während dieser Epoche der Erde dürfen wir übrigens ihre schon feste Kruste nicht als eben, etwa wie die Oberfläche eines stillstehenden Wassers ansehen, weil wir sie uns aus verdichteten sphärischen Klumpen zusammengesetzt vorstellen. Erhöhungen und Vertiefungen mußten daher auch schon zu jener Epoche an der Oberfläche der Erde mit einander abwechseln. Wir brauchen jedoch diesen Klumpen an der Oberfläche noch nicht durchgehends die Härte beizumessen, die wir gegenwärtig bei den Urgebirgen vorfinden, obgleich wir theilweise auch deren vollkommene Verhärtung vor ihrer Anlagerung an den bereits gebildeten, aber noch nicht vollendeten Erdkörper als geschehen unterstellen dürfen. —

4. Hiernächst mußte durch das fortgesetzte Anlagern größerer und kleinerer Körper an die Erde sich an deren Oberfläche eine Vermehrung der Wärme einstellen, welche den Uebergang des be-

reits vorhandenen Wassers in die Dampfform veranlassen konnte und somit die Luft mit Wasserdampf schwängerte. Diesen Verdampfungszustand können wir sogar als der Bildung des Wassers vorausgegangen annehmen und dann, nach Abnahme der Hitze durch Ausstrahlung von Wärme in den Raum, den Uebergang des Wasserdampfes in Wasser sich wiederholen und die Vertiefungen der Oberfläche von Neuem mit Wasser erfüllt denken. —

Es ist nämlich die Vorstellung zulässig, daß noch außerhalb des Erdkörpers Wasserstoff und Sauerstoff in Verbindung traten, sich zu Wasser bildeten, und daß solche Wassercomplexe von bedeutenden Dimensionen bei ihrer Anlagerung an die Erde und den hierdurch erleidenden Geschwindigkeitsverlusten in's Sieden geriethen und in diesem Zustande sich in die tieferen Stellen der Oberfläche ergossen haben.

5. Aus der Verbindung des im Mineralreiche massenhaft vertretenen Kohlenstoffs mit dem Wasser bildeten sich die Pflanzen und später die Thiere. Ganze Strecken der Erdoberfläche wurden auf diese Weise unter dem Einflusse einer hohen und feuchten Temperatur mit Pflanzendecken überzogen. Allein die Anlagerungen von verdichteten Körpern an die Erdoberfläche setzte sich doch noch immer fort, da die mehr excentrisch um die Sonne sich bewegenden verdichteten Körper in ihren Bahnen nach und nach mit dem Erdkörper selbst, dessen Bahn sich schon sehr der Kreisform näherte, in Berührung kommen und sich mit ihm vereinigen mußten. — Die bereits bestehende und von diesen Anlagerungen betroffene Pflanzenwelt wurde verschüttet und durch den Druck, den sie hierbei zu erleiden hatte, wurde, je nach Maßgabe der aufgeschütteten Massen und des Geschwindigkeitsverlustes, welchen sie hierbei erlitten, Hitze erzeugt, und die hiervon betroffenen Pflanzen in Kohlen verwandelt.

6. Die in neuester Zeit von Herrn Oberforstrath Braun zu Darmstadt*) über die Entstehung der Steinkohle und des Anthracits aufgestellte Theorie stützt sich auf die Feuerflüssigkeit des Erd-

*) Die Humussäure in ihrer Beziehung zur Entstehung der festen fossilen Brennstoffe und zur Pflanzenernährung. (Darmstadt 1884.).

innern und auf die dadurch bedingten Hebungen und Senkungen, welche durch geradlinige Constellation von Sonne, Erde und Mond erzeugt, die Wechsellagerung zwischen rein vegetabilischen und rein mineralischen Schichten ermöglichten. Die letzteren seien Ergebniß der Auswaschung des in Siedbecken angeschwemmten Materials, welches sich in dem brodelnden Siedwasser reinige, und weiterhin vor Zersetzung geschützt sei durch die Eigenschaft des kochenden Wassers, die Zersetzung der Pflanzenreste bei einiger Dauer zu unterbrechen, zu hindern und deren Bestand in Lagern von ungeheurer Mächtigkeit zu bewahren, ganz ebenso wie der Frost die Torflager erzeugt. Diese Theorie verwirft also die autochthone Entstehung an Ort und Stelle, und zwar aus dem Grunde, weil die Steinkohlenpflanzen nicht in gleicher Weise nach oben arbeiten wie etwa die Torfpflanzen unter Beihülfe des Frostes nach unten.

Unsere Vorstellung von der Entstehung dieser Lager schließt zwar das Vorhandensein von Siedwasser zur Erhaltung der Pflanzenstoffe durchaus nicht aus, wir finden aber die große Hitze, welche zur Erzeugung von Siedwasser nöthig ist, nicht in der Feuerflüssigkeit des Erdinnern, sondern in der Aufschüttung von Massen auf die Oberfläche der Erde unter *großen Geschwindigkeitsverlusten*, d. h. unter Erzeugung starker Molecularbewegungen oder eines hohen Grades von Wärme.

7. Neue Pflanzendecken und Thiergebilde erschienen, um abermals verschüttet zu werden, und so wechselten lange Zeit Vegetation und Verschüttungen mit einander ab. An die bereits bestehenden Gebirge fanden neue Anlagerungen statt, deren Aggregatzustand zum Theil sicher kein ganz fester war, wenigstens deuten die eigenthümlich geformten Felsmassen der Dolomitgebirge darauf hin, daß ihr Zustand bei ihrer Anlagerung ein *teigartiger* gewesen sein müsse.

Im Verlaufe dieser Ereignisse mußten aber auch Wasser und Feuer Veränderungen an der Erdoberfläche lokaliter bewirken. Die in dem Wasser enthaltenen Bestandtheile mußten sich niederschlagen, durch Verflüchtigung des Wassers *fest* werden und *gestreckte Lager* bilden, welche dann abermals durch neue Anlagerungen verschüttet wurden. — In die von den Anlagerungen gebildeten Gänge konnte Wasser eindringen, das, wenn es zu den Feuerstellen gelangte, wieder

in Dampfform überging, und auf diese Weise sowohl die Erhebung wie auch den Einsturz großer Strecken verursachte. Wir müssen selbst bei unseren heutigen Erdbeben zum Theil noch solche Ursachen voraussetzen.

8. Obgleich wir also neptunische und vulcanische Gebilde nicht verkennen, so nehmen wir doch nicht an, daß Wasser oder Feuer, oder die Wirkung beider zusammen, die Ungleichheiten der Erdoberfläche, Gebirge und Thäler im Großen und Ganzen verursacht haben. Wir halten vielmehr die Gebirge in erster Linie für Anlagerungen von außen, deren Bestandtheile Rückstände der Schalmasse waren, aus welcher der Erdkörper vorher selbst hervorgegangen war. Wir denken uns diese Bestandtheile zum großen Theile als langgestreckte Ringstücke, welche in weit excentrischeren Bahnen wie die Erdbahn, aber nahe in derselben Ebene die Sonne umlaufen hatten, wobei aber einer ihrer Radienvectoren einem Erdbahnhalbmesser gleich kam, so daß eine Begegnung mit dem Erdkörper ermöglicht war. —

9. Diese Begegnung selbst konnte in jedem Punkte der Erdbahn vor sich gehen. Da aber die Erdaxe eine feste ist, so mußte die Richtung der Anlagerung von dem Orte abhängen, in welchem sich der Erdkörper selbst in seiner Bahn gerade zufällig befand, als seine Begegnung mit dem Ringstücke stattfand. Geschah z. B. die Begegnung in der Nähe des Periheliums oder Apheliums, so mußte die Anlagerung nahezu senkrecht auf die Richtung eines Erdmeridians, also nahezu parallel mit einem Parallelkreis erfolgen. Geschah sie dagegen in der Nähe eines Endpunktes der kleinen Axe der Erdbahn, so erhielt die Anlagerung nahezu eine mit einem Meridian parallele Lage, also eine senkrechte Richtung zu einem Parallelkreise. Und erfolgte die Begegnung an einer zwischen den genannten Punkten liegenden Stelle, so wurde, je nach der Lage derselben, die Richtung der Ablagerung mehr oder weniger schief gegen den Meridian und Parallelkreis. Kreuzten sich auf diese Weise zwei Gebirgszüge, so mußten sich an der Stelle der Kreuzung die größten Höhen ergeben, wie wir dies in der Regel bei Gebirgszügen, welche sich schneiden, beobachten.

Ueberseben wir indessen bei dieser Betrachtung nicht, daß wir hier eine Lage der Absiden voraussetzen, wie sie beiläufig gegen-

wärtig stattfindet, daß dieselbe aber nicht fest, sondern veränderlich ist. Allein unsere Erklärung der verschiedenen Gebirgsrichtungen erleidet hierdurch im Allgemeinen keine Abänderung.

10. Unsere Entstehungstheorie der Erde und ihrer Oberfläche verwirft also in keiner Weise die Neptunischen und Plutonischen Gebilde, sowie deren Kämpfe mit einander, sie fügt aber dem Neptunismus und Plutonismus einen neuen und wesentlichen Factor für die Veränderungen, welche sich an der Erdoberfläche vollzogen haben, hinzu, nämlich die successive Anlagerung von Massen von außen. Sie erklärt auf diese Weise das Zerstreutliegen von Gesteinsblöcken auf der Erdoberfläche, welche in keinem Zusammenhange mit den in der Nähe auftretenden Gebirgsmassen stehen, den s. g. erratischen Blöcken, auch ohne Eiszeit.

Noch folgt aus unseren Betrachtungen im Allgemeinen, daß sich die Erde niemals in dem feuerflüssigen oder sonnenartig leuchtenden Zustande befunden haben könne, wie man ihr solchen nicht selten beimißt, und daß es in dieser Beziehung mit den übrigen Planeten eine gleiche Bewandniß habe.

195.

Die Oberfläche des Mondes.

1. Bekanntlich wird, weil dem Monde die Atmosphäre fehlt, auch angenommen, daß er kein Wasser habe. Der Mangel einer schützenden Luftschichte muß aber auch die Entweichung der Wärme in den Raum begünstigen, und wir dürfen daher die Oberfläche des Mondes im Vergleiche zu derjenigen der Erde für um so kälter halten, als er ein viel kleinerer Körper ist wie diese, und kleinere Körper schneller erkalten wie größere. Bezüglich seiner inneren Wärme nach seiner unmittelbaren Entstehung ist uns wohl dieselbe Annahme wie bei der Erde gestattet, nämlich, daß wegen der abnehmenden Anziehung von außen nach innen hin oder, was dasselbe ist, wegen des zunehmenden Druckes der Mondschichten von innen nach außen, auch die Wärme von innen nach außen zugenommen habe.

2. Außer dem Mangel an Luft und Wasser unterscheidet sich aber die Oberfläche des Mondes von der der Erde namentlich durch die verschiedene Form seiner Gebirge. Er zeigt zwar auch Bergketten, aber daneben weitmehr Ringgebirge, die auf der Erde gänzlich fehlen. Die ringförmigen Anlagerungen, welche der bereits gebildete Mond, nach Analogie der Erde, nachträglich erhielt, mußten mithin mehr den Charakter von (weichen) Kugeln, als von langgestreckten Ringstücken haben, wie wir sie bei der Erde erkannten. Die größeren Mondgebirge haben allerdings vollkommen das Aussehen wie die größeren Gebirgszüge der Erde. Dagegen haben die Ringgebirge meistens die Gestalt von sehr regelmäßigen, kreisförmigen Wällen, welche nach innenhin sich zu Thälern absenken. In der Mitte dieser ringförmigen Wälle befindet sich der Centralberg. Derselbe hat eine wahre Kugelwölbung, die gerade die Krümmung hat, daß sie die Fortsetzung des Walles bildet, wenn man sich den Centralberg in die Höhe gehoben denkt.

3. Es ist daher keinem Zweifel zu unterziehen, daß einst diese kreisförmigen Wälle und ihre Centralberge zusammengehört haben und integrirende Theile einer concentrisch geschichteten Kugel gewesen sind.

Diese Zusammengehörigkeit deutet ganz zweifellos darauf hin, daß die kugeligen Körper nicht durch Erhebungen von innen nach außen entstanden sein können, sondern von außen in die Oberfläche des Mondes eingedrungen sind, indem sich bei dem Einsenken die Ränder des einfallenden Körpers (der Kugel) abstreiften und den kreisförmigen Wall bildeten.

Wir finden darin einen directen Beweis für unsere Entstehungstheorie der Planeten und Monde überhaupt. Das Conglomeriren von verdichteten Körpern zu einem größeren Himmelskörper nennt Gruithuisen: „Aggregationstheorie." *)

*) Siehe „Analekten für Erd- und Himmelskunde." Herausgegeben von Fr. v. P. Gruithuisen. 2. Heft. München. (1828.) S. 48 u. f. woselbst sich der Verfasser sehr ausführlich über die Bildung der Ringgebirge des Mondes in obigem Sinne ausspricht.

4. Bemerken wir noch, daß, da bekanntlich von den Ringgebirgen aus häufig Strahlensysteme ausgehen, welche sich uns als Lichtstreifen und geradlinige schmale Furchen oder Rillen darstellen, wir nur, bei dem Eindringen jener kugeligen Körper in die Oberfläche des Mondes, diese als bereits erstarrt und in einem glasartigen Zustande befindlich, uns vorzustellen haben, um für dieses Strahlensystem eine naheliegende Erklärung zu finden. Diese Strahlen mußten sich bei dem Eindringen des Körpers in die Mondoberfläche in gleicher Weise ergeben, wie bei dem Einwerfen einer Glasscheibe durch irgend einen festen Körper, oder durch das Aufwerfen eines Steines auf eine Eisfläche.

196.

Die Erdwärme.

Von J. G. Greiffenstein.

Note zu (193.).

„Die Erde empfängt Licht und Wärme von der Sonne. Diesem „Gestirne verdanken Menschen, Thiere und Pflanzen ihr dasein. „Schon die Völker des Alterthums erkannten in der Sonne eine un„endliche Wohlthäterin und verehrten sie als das würdigste Bild „der Gottheit. Elert Bode, ein Berliner Astronom, nennt die Sonne „das Meisterstück in Gottes Schöpfung. Die Erde hat indessen auch „eigene Wärme, doch soll dieselbe an der Oberfläche kaum wahr„nehmbar sein, so daß die Sonne die Hauptwärmequelle bleibt. Man „nimmt allgemein an, daß in der Vorzeit die Erdwärme sehr be„trächtlich gewesen sei, sich aber in Folge allmäliger Abkühlung im „Laufe der Jahrtausende mehr nach dem Mittelpunkte zurückgezogen „habe. Wie aber verhält es sich dermalen mit der Wärme im Innern „der Erde? Aendert sich die Temperatur mit der Tiefe unter der „Oberfläche und nach welchem Gesetze? Ueber diese Frage wurde „viel geschrieben und gestritten. „Endlich" schreibt Herr Dr. Arthur „von Littrow in Wien, „wurde durch zweckmäßig angestellte Ver„suche ausgemacht, daß die Temperatur der Erde mit der Annäherung

„zu ihrem Mittelpunkte steige", wofür als Beispiel folgende in dem „Bohrloche von Sperenberg bei Berlin erhaltene Messungen ange„führt werden:

Tiefe.	Temp. R.	Tiefe.	Temp. R.
100 Fuß	8°,463	900 Fuß	17°,849
300 „	10°,961	1100 „	19°,943
500 „	13°,358	1300 „	21°,937
700 „	15°,654	1500 „	23°,830

„Nachdem diese Thatsache über alle Zweifel erhaben war, „schien das Recht der Plutonisten (der Gelehrten, welche die Ge„staltung der Erde durch das Feuer erklären) hergestellt, da diese „Erscheinung sich nicht wohl anders als durch eine sehr hohe Tem„peratur im Mittelpunkte der Erde erklären läßt."

„Herr von Littrow fängt seine Reihe mit der Tiefe von 700 „Fuß an. Wenn ich mir erlaubt habe, die Reihe so zu ergänzen, „daß sie mit 100 Fuß anfängt, so geschah dies, weil es vielleicht „für manchen Leser übersichtlicher sein dürfte; sonst hat die Sache „keinerlei Bedeutung.

„Eine Vergleichung der vorstehenden Zahlenwerthe zeigt, daß „die Tiefen in einer arithmetischen Reihe erster Ordnung, die Tem„peraturgrade in einer solchen zweiter Ordnung wachsen. Bezeichnet „x_n das n^{te} oder allgemeine Glied der Reihe für die Temperatur„grade, so hat man:

$$x_n = 5{,}864 + 2{,}6495\,n - 0{,}0505\,n^2$$
$$= a + b\,n - c\,n^2,$$

„wo die Bedeutung der Buchstaben a, b, c für sich klar ist. Das „allgemeine Glied einer Reihe ist so beschaffen, daß wenn man für n „nach und nach die Werthe 1, 2, 3 ... setzt, man das erste, zweite, „dritte ... Glied der Reihe erhält. Wäre es von Interesse, ein „entferntes Glied, etwa das 100te, zu bestimmen, so wäre es eine „mühsame Arbeit, die Reihe bis zu dieser Gliederzahl fortsetzen zu „wollen; viel leichter erreicht man seinen Zweck, wenn man in dem „allgemeinen Gliede n = 100 setzt. Der Halbmesser der Erde be„trägt 858 Meilen oder 19609900 Fuß. Will man das Glied der

„Reihe wissen, welches dem Mittelpunkte der Erde entspricht, so be„stimmt man die Stellenzahl n, indem man die letztere Zahl durch „200, als um welche Zahl die Tiefen wachsen, dividirt; man findet „n = 98049. Setzt man diesen Werth von n in das allgemeine „Glied, so ergiebt sich für den Mittelpunkt der Erde eine negative „Wärme, will sagen, eine Kälte von 485 Million Graden. Ich ver„suche nicht, dem Leser diese Kälte faßlich zu machen, weil das eben „so unmöglich ist, wie der Kältegrad selbst. Das Bohrloch bei „Sperenberg ist demnach weit davon entfernt, ein Centralfeuer zu „begründen.

„Folgen wir unsrem Gewährsmanne weiter. „Bei einer Tiefe „von einer deutschen Meile unter der Oberfläche der Erde beträgt die „Temperatur etwa 380° Reaumur; in einer Tiefe von 3,7 Meilen „würde Gold, in einer Tiefe von etwa 3,4 Meilen würde selbst „Eisen oder Platin schmelzen. Wahrscheinlich nimmt die Temperatur „in größeren Tiefen noch mehr zu, so daß man mit Recht in dem „Mittelpunkte der Erde noch jetzt eine ungemein große Hitze an„nehmen kann."

„Nach Georg Gottlieb Schmidt schmilzt Gold bei 2313, Eisen „bei 7976 Grad Reaumur. Bei Feststellung der Angaben des „Herrn von Littrow können die von ihm mitgetheilten Reihen un„möglich zu Grunde gelegen haben. Druckfehler in der Reihe der „Temperaturgrade annehmen zu wollen, ist auch nicht zulässig, da „die Glieder der zweiten Differenzenreihe eine Uebereinstimmung „zeigen, die der Vermuthung Raum gäbe, die Zahlen seien auf ganz „anderem Wege als dem der Beobachtung gefunden worden, wenn „nicht eine bewährte wissenschaftliche Autorität die Richtigkeit der „Angaben verbürgte.

„Man nimmt allgemein an, daß die Dichte, ähnlich wie die „Wärme, nach dem Mittelpunkte hin zunehme. Da Vermehrung „der Wärme die Körper ausdehnt, Vermehrung der Dichte das Ent„gegengesetzte bewirkt, so ist schwer einzusehen, wie beide Annahmen „von der Oberfläche bis zum Mittelpunkte sich vertragen wollen.

„Kehren wir zu dem allgemeinen Gliede zurück. Dividirt „man b durch 2 c oder 2,6495 durch 0,101, so erhält man n = 26.

„Mit diesem Gliede der Reihe, also in einer Tiefe von 5100 Fuß „erreicht die Temperatur ihren Höhepunkt und sie beträgt gegen „41 Grade.

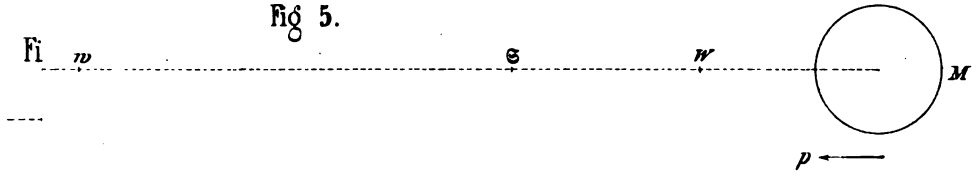
„Der mit diesen Rechnungen weniger vertraute Leser kann sich „von der Richtigkeit der Angaben überzeugen, wenn er die Reihe „bis zu dem angegebenen Gliede fortsetzen will. Von da an nimmt „die Wärme ab und sie erreicht den Nullpunkt mit dem 69ten Gliede „der Reihe in einer Tiefe von 13700 Fuß. Die vorstehenden Rech„nungen machen keinen Anspruch auf volle Schärfe, weil in der „Reihe der Temperaturgrade beziehungsweise der zweiten Differenzen„reihen eine Abweichung von einem Tausendtheilchen eines Grades „stattfindet, was indessen für das Ganze so unerheblich ist, daß es „genügt, darauf aufmerksam gemacht zu haben."

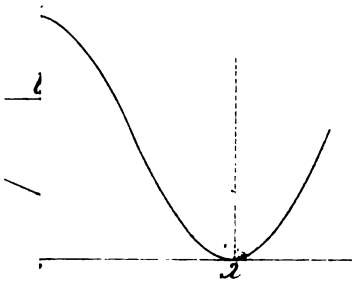
Wir können es uns nicht versagen, gleichsam als ein Pendant zu obigen Ausführungen eine hierhergehörige Bemerkung des Herrn Professors Dr. Fr. A. Quenstedt zu Tübingen anzuführen, der in seiner Schrift: „Die Schöpfung der Erde" (Stuttgart 1883. S. 14.) ebenfalls des Bohrloches zu Sperenberg erwähnt. Derselbe sagt: „. . , was die Geologen nun vollends in Schrecken setzte, war der „Umstand, daß mit der Tiefe sich die Wärmeprogression verminderte, „bei jeden 100 Fuß um $^1/_{20}$ Grad. Denn ginge es so fort, so „müßte endlich ein Maximalpunkt erreicht werden, von wo ab das „Innere wieder kälter würde. Doch haben die Physiker die Sache „so zu formuliren gewußt, daß daraus keine Gefahr für die alte „Anschauung erwächst."

Nun — da haben wir's! Das Beharrungsvermögen der Physiker ist größer, wie selbst die Kraft des mathematischen Einwandes gegen eine von ihnen einmal acceptirte Theorie. — Und so wird es noch lange bleiben!

Taf. I. Fig. 1-17.

Fig 5.





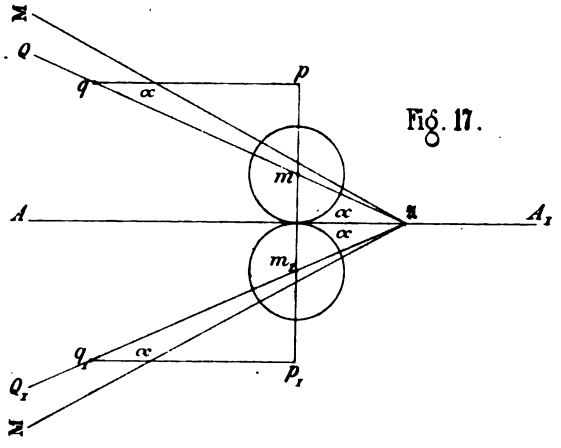


Fig. 17.

Fig. 14.

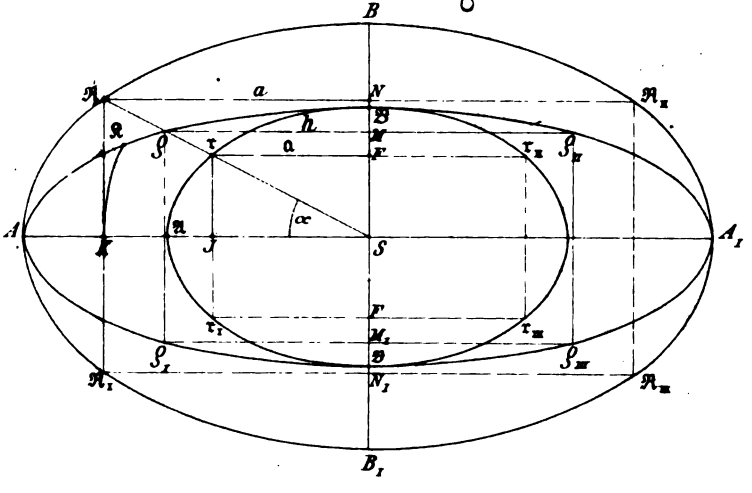
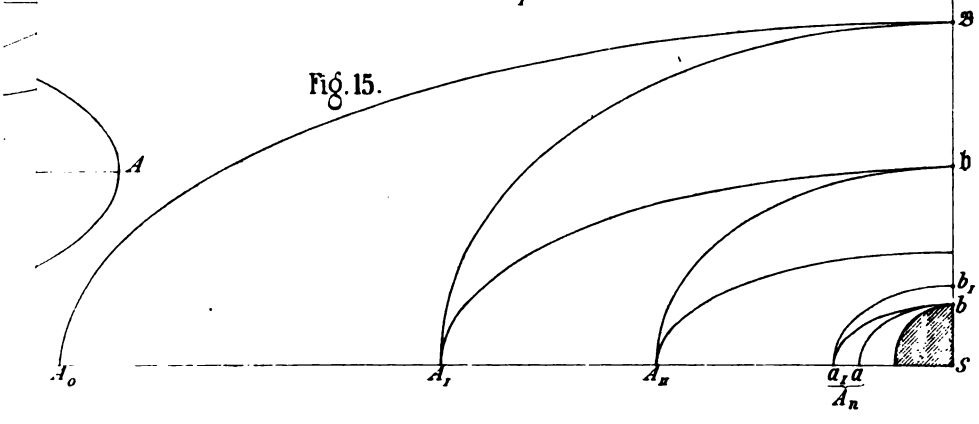
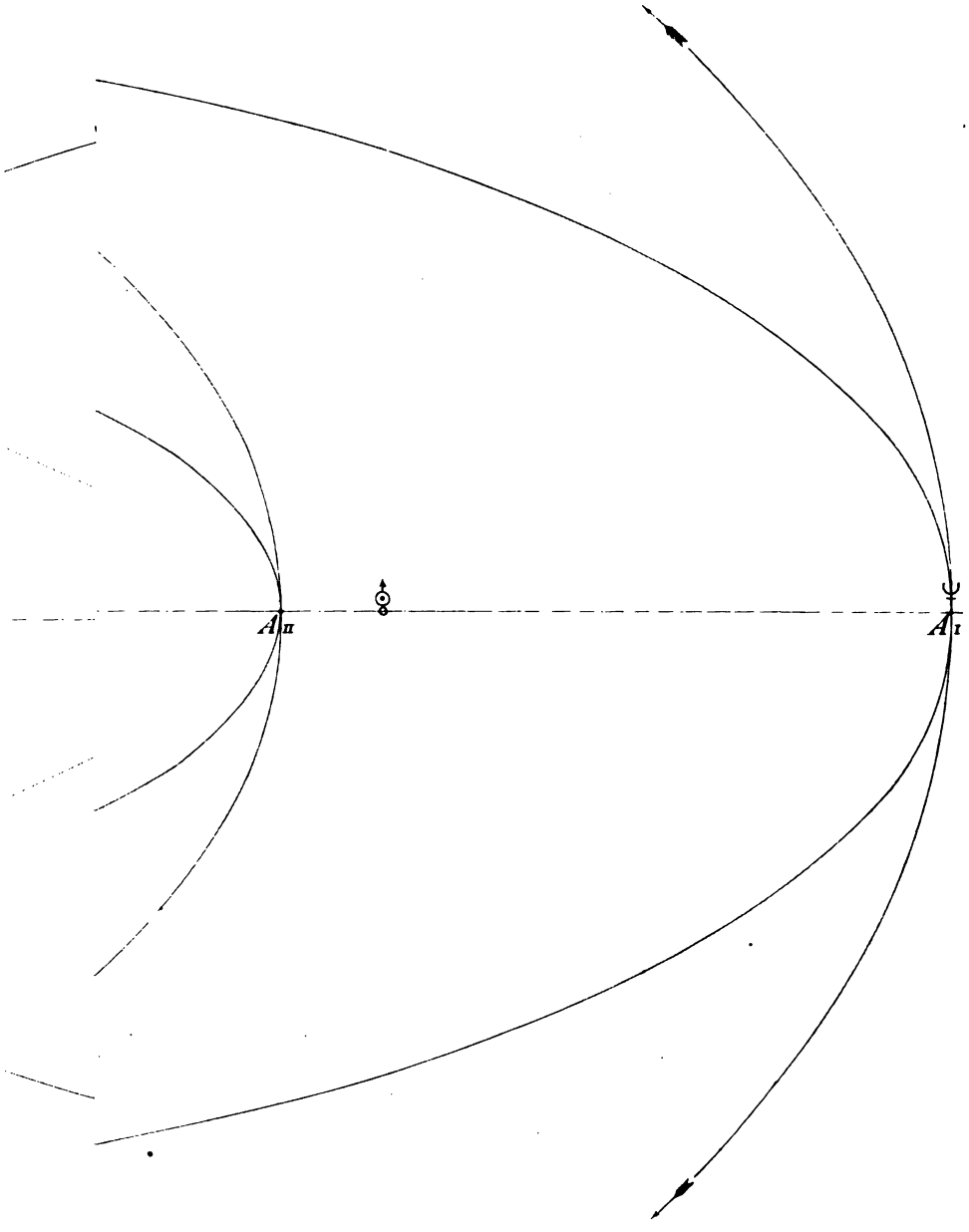


Fig. 15.



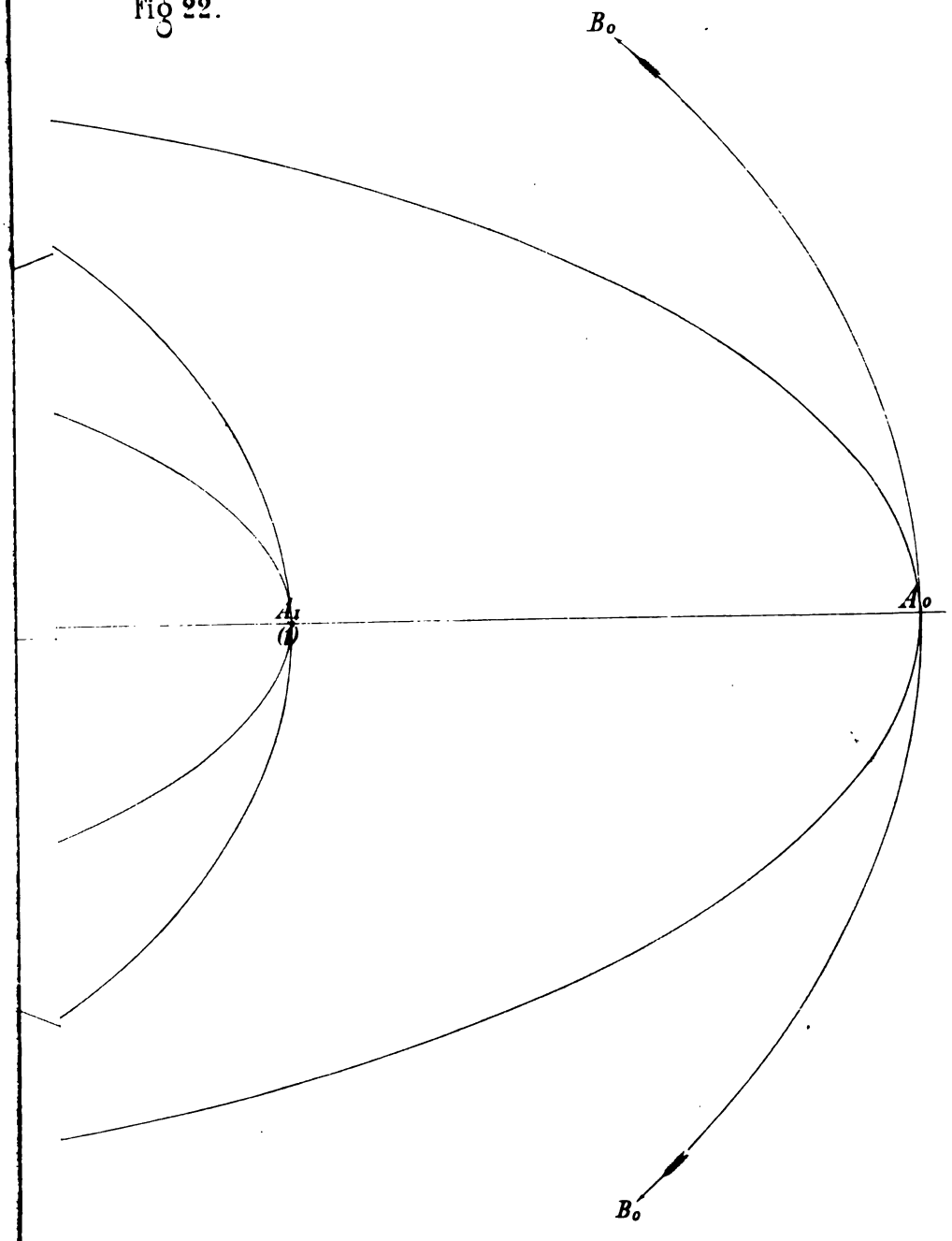
Taf. II. Fig. 18-20.

Fig. 20.



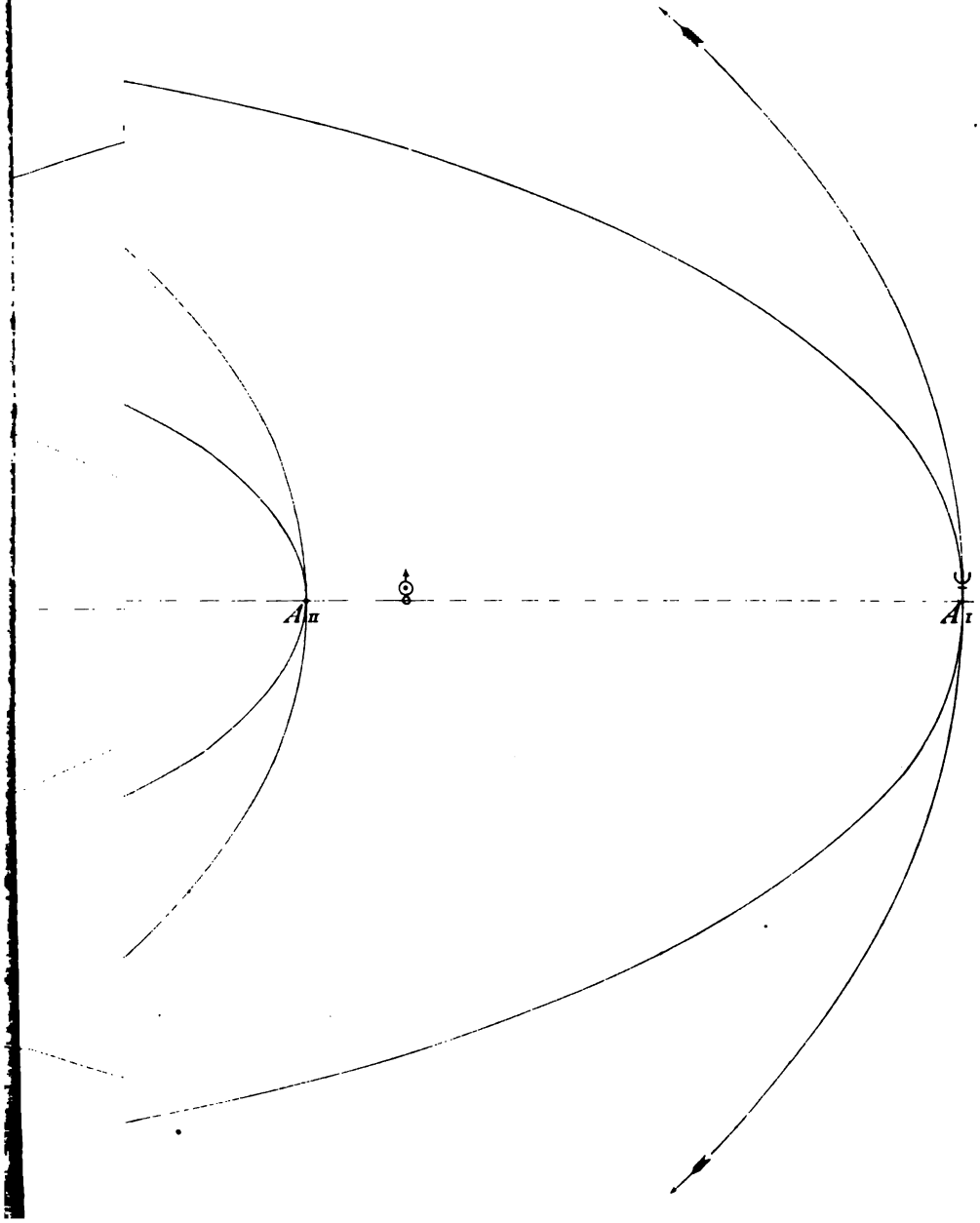
Taf. III. Fig. 21-24.

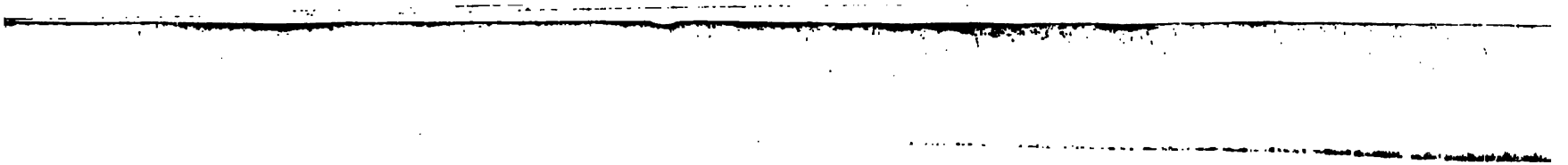
Fig 22.



Taf. II. Fig. 18-20.

Fig. 20.





Taf. IV. Fig. 25 u. 25ª.

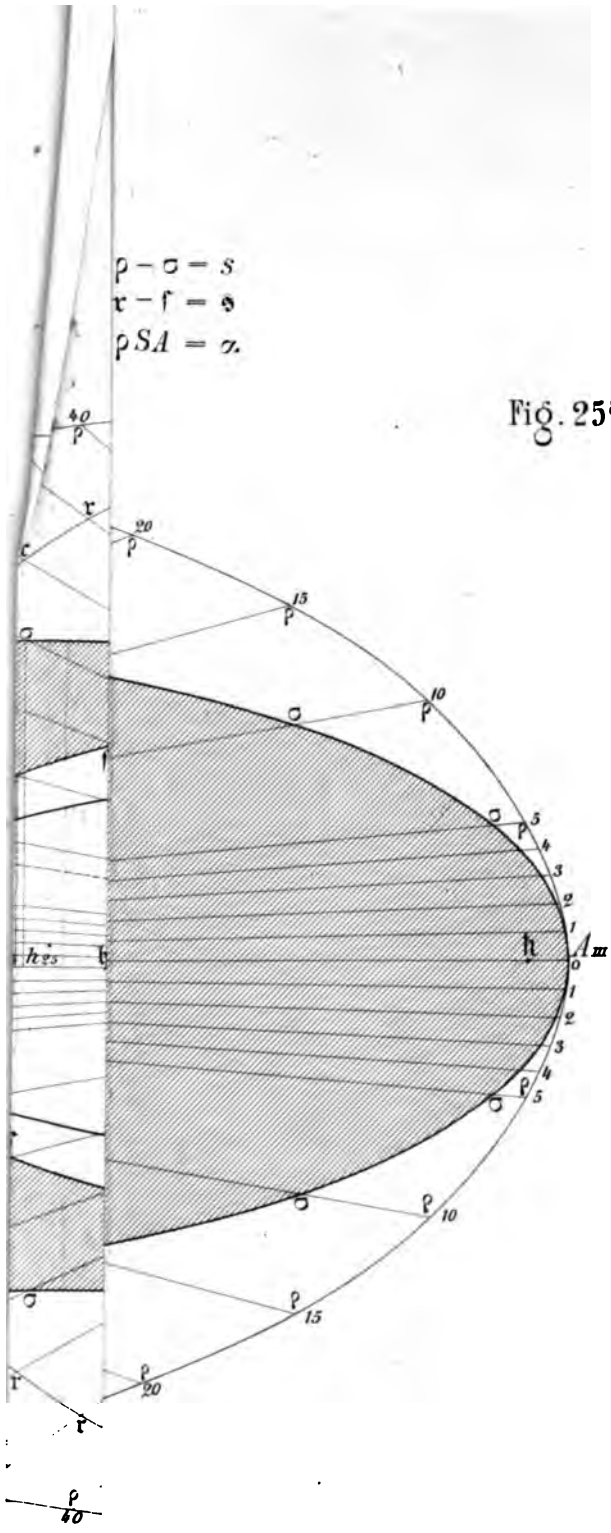
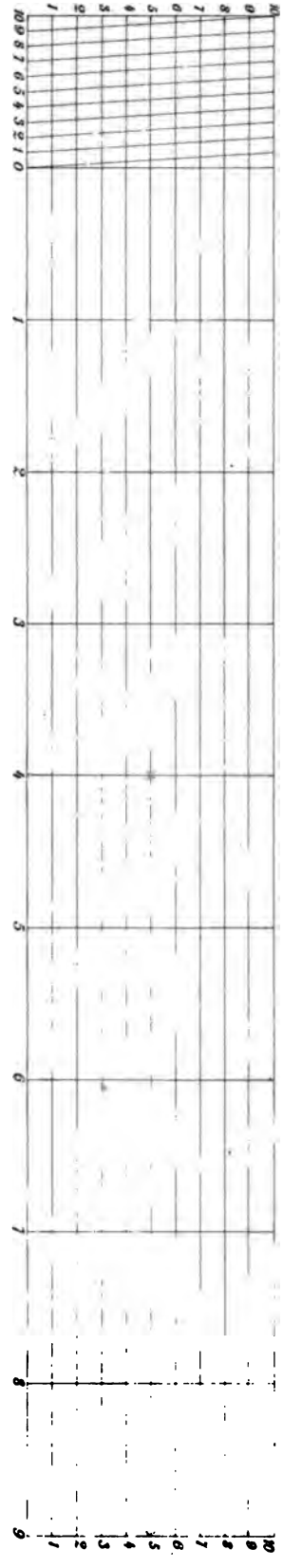
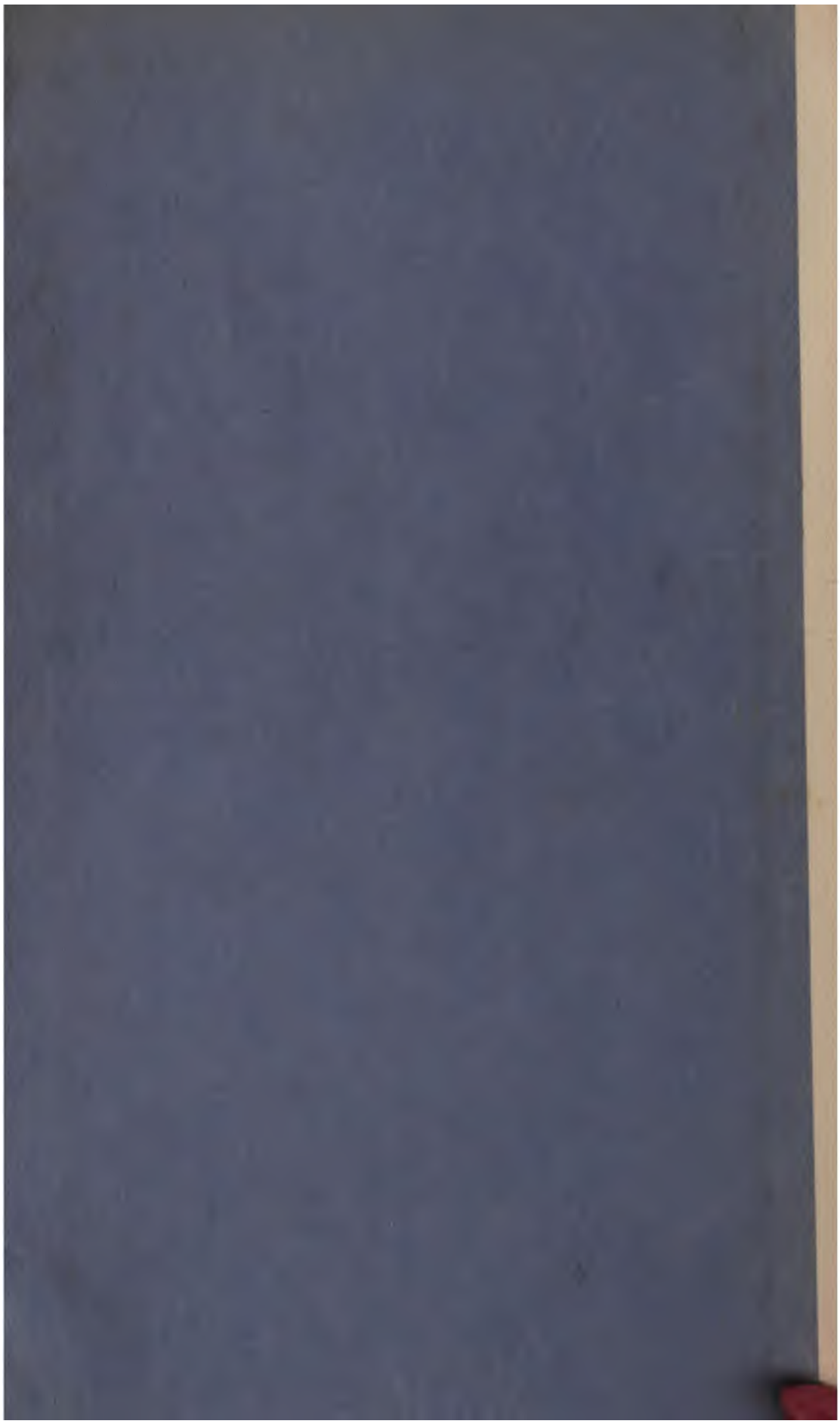
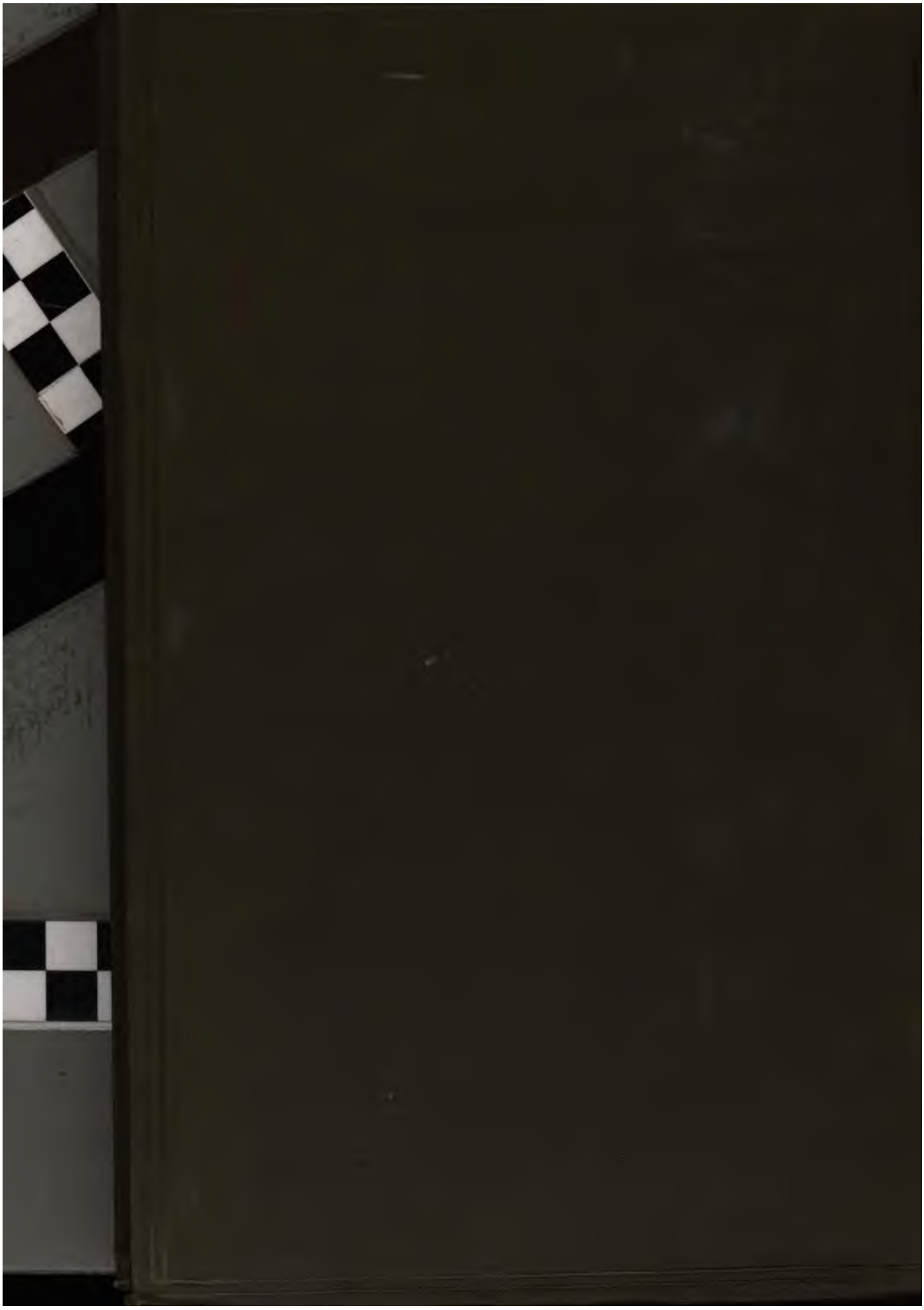



Fig. 25ª.